

LES GALAXIES

Notre galaxie, que nous appelons Voie lactée, est une énorme spirale faite d'étoiles, qui tourne sur elle-même. Elle mesure 100 000 années-lumière de diamètre et environ 1 000 années-lumière d'épaisseur. Elle contient 200 à 400 milliards d'étoiles. Comme nous sommes à l'intérieur de la Voie lactée, nous la voyons en coupe. Elle nous apparaît sous la forme d'une rivière floue traversant le ciel. Il y a au moins 100 milliards de galaxies dans la région observable de l'Univers. La plupart ont à peu près la forme d'un disque, avec un grand bulbe central. On pense que de nombreuses galaxies recèlent en leur centre un trou noir super massif. Beaucoup ont un certain nombre de bras spiraux, où la densité des étoiles est très supérieure. Il semble que la nôtre ait quatre bras spiraux.

L'astronome Edwin Hubble a classé les galaxies en trois types, d'après leur forme : les galaxies elliptiques, spirales et spirales barrées. Les galaxies elliptiques ressemblent à des

ellipses floues et leur structure interne est peu développée. Les galaxies spirales ont plusieurs bras denses, en forme de spirales logarithmiques enroulées serrées. Les spirales barrées présentent une barre centrale, perpendiculaire à la naissance des bras spiraux. Notre galaxie appartient à ce dernier type. C'est un défi mathématique que d'expliquer ces formes. C'en est un autre que de comprendre l'origine des galaxies et leur évolution possible au cours du temps.

Jusqu'à récemment, il était admis que les galaxies s'étaient formées à partir de nuages de gaz qui avaient commencé à se contracter sous l'effet de la gravitation. Du fait de la conservation du moment cinétique, le nuage en contraction se mit à pivoter, tout comme une danseuse sur glace tourne sur elle-même de plus en plus vite lorsqu'elle resserre bras et jambes. Il se forma alors un disque qui tournait sur lui-même. Au début, la répartition des étoiles dans le disque

présentait une symétrie radiale, avec plus d'étoiles au centre et moins vers le bord. Mais là où cet agencement est devenu instable ont pu apparaître des bras spiraux.

Aujourd'hui, on envisage un tout autre scénario : l'accrétion progressive de matériaux suite à des collisions. Selon cette théorie, les grosses galaxies englobent les petites. Parfois, deux grosses se heurtent frontalement : c'est ainsi, pense-t-on, que se forment les galaxies irrégulières, aux formes étranges.

Les galaxies tournent autour de leur centre, dans le plan du disque. La vitesse de rotation dépend de la distance au centre. Mais les vitesses des différentes étoiles semblent contredire les théories actuelles de la gravitation, d'où l'hypothèse de l'existence d'une « matière noire froide ».

Ces galaxies aux formes si élégantes cachent encore bien des mystères...

LUNDI

2

Mon numéro de téléphone est $ABCDEFGHIJ$.
Chaque lettre représente un chiffre différent, de sorte que : $A > B > C$, $D > E > F$ et $G > H > I > J$.
De plus, D, E, F sont des chiffres pairs consécutifs, G, H, I, J sont des chiffres impairs consécutifs et $A + B + C = 9$.
Combien vaut A ?

MARDI

3

Un QCM est constitué de 10 questions et pour chacune on propose 5 réponses possibles dont il faut choisir une seule. Combien de personnes au minimum doivent y répondre pour garantir qu'il y ait au moins deux QCM avec les mêmes réponses ?

MERCREDI

4

On écrit le chiffre 3 à gauche d'un nombre donné à deux chiffres. Le nombre à trois chiffres ainsi obtenu, multiplié par 2, est 27 fois plus grand que le nombre de départ. Quel est le nombre à deux chiffres du départ ?

JEUDI

5

Dans l'autobus 40% des passagers étaient des femmes. Au dernier arrêt, deux d'entre elles sont descendues et deux hommes sont montés. Il y a maintenant 30% de femmes. Combien de personnes y a-t-il dans cet autobus ?

VENDREDI

6

Soit $ABCD$ un trapèze dont les côtés $[AD]$ et $[BC]$ sont parallèles. Les diagonales $[AC]$ et $[BD]$ se coupent au point P . L'aire du triangle APD est 4 cm^2 et l'aire du triangle BPC est 9 cm^2 . Combien vaut le quotient $\frac{AP}{PC}$?

9

Trouver le nombre d'entiers positifs n inférieurs ou égaux à 24 tels que le nombre

$$\frac{1 \times 2 \times 3 \cdots \times n}{1 + 2 + \cdots + n}$$

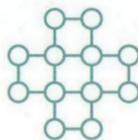
est un entier.

10

Dans une réunion chacun des 125 participants a reçu un numéro entre 1 et 125. Ceux ayant reçu un numéro pair ont formé une commission, ceux avec un numéro multiple de 3 en ont formé une autre, le reste des participants en a formé une troisième. Combien de personnes sont dans deux commissions ?

11

Est-il possible de placer les nombres de 1 à 12 de façon que la somme des nombres placés sur les sommets de chaque carré soit toujours la même ?



12

Chacun des 100 employés d'une entreprise parle espagnol ou français. On sait aussi que 37,5% de ceux qui parlent espagnol parlent français et que 60% de ceux qui parlent français parlent espagnol. Combien d'employés parlent les deux langues ?

13

Lequel des nombres 2^{40} , 3^{20} et 7^{10} est le plus grand ?

16

Un carré est découpé en 25 carrés plus petits parmi lesquels 24 sont des carrés de côté 1 cm. Déterminer les valeurs possibles de l'aire du carré d'origine.

17

Combien de losanges y a-t-il dans la figure ?



18

Un héritage est divisé, équitablement, entre trois héritiers. Le notaire mentionne les chiffres de la somme à partager. Ce sont : 0, 0, 0, 1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 9, mais pas dans cet ordre. Puis il ajoute : « En arrondissant, chacun reçoit... » L'un des enfants l'interrompt : « Je regrette, mais il y a une erreur. » Comment a-t-il pu le savoir ?

19

Pour une certaine valeur de x on a $x + \frac{1}{x} = 5$.
De plus, $n = x^3 + \frac{1}{x^3}$ est un nombre entier. Combien vaut n ?

20

Déterminer combien il y a de triangles rectangles dont les côtés ont des longueurs entières et telles que leur aire soit égale à leur périmètre.

23

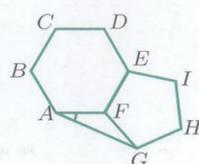
Combien de nombres pairs formés par trois chiffres ont deux d'entre eux impairs ?

24

Dans une fête, le nombre de personnes qui dansent représente 25% de celles qui ne dansent pas. Quel est le pourcentage de personnes de la fête qui ne dansent pas ?

25

L'hexagone et le pentagone sont réguliers. Trouver la mesure de l'angle FAG .



26

Dans la figure on montre les pièces d'un jeu de Tangram. Si l'aire du Tangram est de 100 cm^2 , combien vaut l'aire de la partie coloriée ?



Tangram

27

Pauline a commencé par écrire 2015 et a écrit la suite : 2015201620172018... Si elle a écrit 2012 chiffres, quel est le nombre formé par les quatre derniers chiffres ?