Chapitre 3. Probabilités

Le programme

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Probabilité conditionnelle Conditionnement par un événement de probabilité non nulle. Indépendance de deux événements.	Applications du conditionnement à la détermination de la probabilité d'événements issus de la vie courante ou d'autres disciplines.	On justifiera la définition de la probabilité de A sachant B, notée $p_B(A)$, à l'aide de nombreux exemples (calculs fréquentiels…). En prolongement du programme de la classe de première, on passera du langage probabiliste au langage courant et vice versa. On favorisera l'apprentissage de la lecture et l'exploitation de tableaux statistiques, de pourcentages… Un arbre de probabilité correctement construit constitue une preuve. On conviendra en conformité avec l'intuition que, pour des expériences indépendantes au sens courant du terme, la probabilité de la liste des résultats et le produit des probabilités de chaque résultat. La formule $p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$ doit être connue mais ne doit pas faire l'objet d'une utilisation systématique.

Nos objectifs

Dans ce chapitre, nous avons choisi de traiter de façon simple la notion de probabilité conditionnelle. Les exercices et les problèmes sont en majorité issus de la vie courante, accessibles à tous. Des tableaux statistiques de pourcentages y sont exploités et l'utilisation d'arbres ou de tableaux en permettent une résolution plus facile.

Activités et applications

1. Probabilités conditionnelles

Activité

1. $p(C) = \dfrac{87}{503}$; $p(R) = \dfrac{273}{503}$; $p(C \cap R) = \dfrac{68}{503}$.

2. Si le candidat a pratiqué la conduite accompagnée, sa probabilité d'obtenir le permis à la première présentation est $p_1 = \dfrac{68}{87}$. C'est la fréquence conditionnelle des candidats reçus à la première présentation par rapport à ceux qui ont suivi la conduite accompagnée.

En observant les calculs effectués à la question **1.**, on a :

$$\frac{p(C \cap R)}{p(C)} = \frac{\frac{68}{503}}{\frac{87}{503}} = \frac{68}{87} = p_1.$$

3. S'il s'agit d'un candidat reçu à la première présentation, la probabilité qu'il ait pratiqué la conduite

accompagnée est $p_2 = \dfrac{68}{273}$. C'est la fréquence conditionnelle des candidats ayant suivi la conduite accompagnée par rapport aux candidats reçus à la première présentation.
En observant les calculs effectués à la question **1.**, on a :

$$\frac{p(C \cap R)}{p(R)} = \frac{\frac{68}{503}}{\frac{273}{503}} = \frac{68}{273} = p_2.$$

Application 1

1. On considère les événements A : « Sylvain joue contre A » et G : « Sylvain gagne ».
$p(A) = \dfrac{1}{3}$ et $p(A \cap G) = 0{,}25$.

2. $p_A(G) = \dfrac{p(A \cap G)}{p(A)} = \dfrac{0{,}25}{\frac{1}{3}} = 0{,}25 \times 3 = 0{,}75$.

Application 2

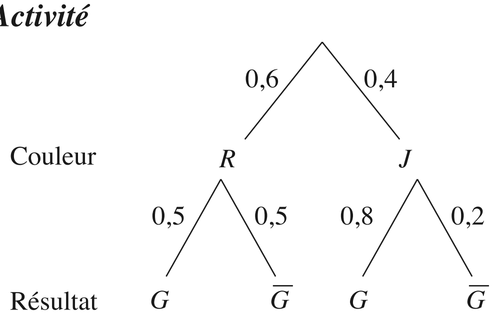
À Brest, lorsque Barbara sort par temps de pluie, elle prend son parapluie 3 fois sur 4.

1. Avec H : « il pleut à Brest » et G : « Barbara prend son parapluie », $p_H(G) = \dfrac{3}{4}$.

2. Avec $p(H) = 0{,}58$,
$p(H \cap G) = p(H)\,p_H(G) = 0{,}58 \times \dfrac{3}{4} = 0{,}435$.

2. Arbres de probabilités

Activité



1. *Branches au premier niveau de l'arbre*
a) $p(R) = 0{,}6$.
b) Les événements R et J sont contraires :
$p(J) = 1 - p(R) = 1 - 0{,}6 = 0{,}4$.
c) Voir l'arbre.

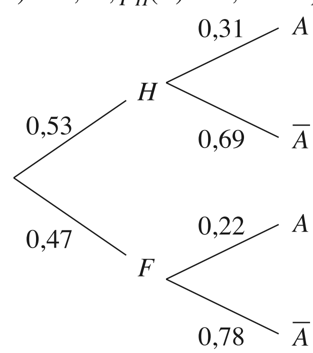
2. *Branches au second niveau de l'arbre*
a) $0{,}5 = p_R(G)$ et $0{,}8 = p_J(G)$.
b) $p_R(\overline{G}) = 1 - p_R(G) = 1 - 0{,}5 = 0{,}5$;
$p_J(\overline{G}) = 1 - p_J(G) = 1 - 0{,}8 = 0{,}2$.
Voir l'arbre.

3. *En parcourant les branches de l'arbre*
a) $R \cap G$: « la graine est de fleur rose et germe correctement » ; $J \cap G$: « la graine est de fleur jaune et germe correctement ».
b) $p(R \cap G) = p(R)\,p_R(G) = 0{,}6 \times 0{,}5 = 0{,}3$.
Il s'agit du produit des probabilités portées sur les branches passant par R et G.
c) $p(J \cap G) = p(J)\,p_J(G) = 0{,}4 \times 0{,}8 = 0{,}32$.
Il s'agit du produit des probabilités portées sur les branches passant par J et G.
d) On en déduit
$p(G) = p(R \cap G) + p(J \cap G) = 0{,}3 + 0{,}32 = 0{,}62$.

Application

1. $p(H) = 0{,}53$, $p_H(A) = 0{,}31$ et $p_F(A) = 0{,}22$.

2.



3. a) $p(H \cap A) = p(H)p_H(A) = 0{,}53 \times 0{,}31 = 0{,}164\,3$.
b) $p(F \cap A) = p(F)p_F(A) = 0{,}47 \times 0{,}22 = 0{,}103\,4$.

4. On en déduit $p(A) = p(H \cap A) + p(F \cap A)$
$= 0{,}164\,3 + 0{,}103\,4 = 0{,}267\,7$.

3. Indépendance de deux événements

Activité

1. a) $p(V) = \dfrac{10}{1\,000} = 0{,}01$; $p_R(V) = \dfrac{4+2}{600} = \dfrac{6}{600} = 0{,}01$
et $P_{\overline{R}}(V) = \dfrac{1+3}{400} = \dfrac{4}{400} = 0{,}01$.

b) La probabilité de gagner un voyage est la même sachant que le ticket est rose ou sachant que le ticket est bleu.
La probabilité de gagner un voyage ne dépend donc pas de la couleur du ticket reçu.

c) $p(R) = \dfrac{600}{1\,000} = 0{,}6$, donc
$p(V)p(R) = 0{,}01 \times 0{,}6 = 0{,}006$
et $p(V \cap R) = \dfrac{6}{1\,000} = 0{,}006$
donc $p(V \cap R) = p(V)p(R)$.

2. a) $p(A) = \dfrac{5}{1\,000} = \dfrac{1}{200}$, $p_R(A) = \dfrac{4}{600} = \dfrac{1}{150}$

et $p_{\overline{R}}(A) = \dfrac{1}{400}$.

b) La probabilité de gagner un voyage en Asie n'est pas la même sachant que le ticket est rose ou sachant que le ticket est bleu.
La probabilité de gagner un voyage en Asie dépend donc de la couleur du ticket reçu.

c) $p(A)p(R) = \dfrac{1}{200} \times 0{,}6 = 0{,}003$ et

$p(A \cap R) = \dfrac{4}{1\,000} = 0{,}004$,

donc $p(A \cap R) \neq p(A)p(R)$.

Application 1

Les six issues sont équiprobables.

1. $A = \{1\,;2\,;3\}\,;\ p(A) = \dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}\,;$

$B = \{3\,;6\}\,;\ p(B) = \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}\,;$

$C = \{1\,;3\,;5\}\,;\ p(C) = \dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}.$

2. $p_B(A) = \dfrac{1}{2}$, $p_A(C) = \dfrac{2}{3}$ et $p(B \cap C) = \dfrac{1}{6}$.

3. $p_B(A) = p(A)$, donc A et B sont indépendants.
$p_A(C) \neq p(C)$, donc A et C ne sont pas indépendants.
$p(B)p(C) = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{1}{3} = \dfrac{1}{6} = p(B \cap C)$, donc B et C sont indépendants.

Application 2

Les événements F : « le Français commande un thé » et A : « l'Anglais commande un thé » sont indépendants, donc la probabilité que Joseph serve deux thés est $p(F \cap A) = p(F)p(A) = 0{,}5 \times 0{,}9 = 0{,}45$.

Exercices d'entraînement

C *indique que l'exercice est corrigé dans le livre élève.*

1 **C**

2 $I \cap C = \{1\,;3\,;5\}\,;\ I \cup C = \{1\,;2\,;3\,;4\,;5\,;7\,;9\}\,;$
$\overline{I} = \{2\,;4\,;6\,;8\}\,;\ \overline{C} = \{6\,;7\,;8\,;9\}\,;$
$\overline{I} \cap \overline{C} = \{6\,;8\}\,;\ \overline{I \cap C} = \{2\,;4\,;6\,;7\,;8\,;9\}.$

3 **a)** A et B sont incompatibles. VRAI
b) A et C sont incompatibles. VRAI
c) A et D sont incompatibles. FAUX
d) B et C sont incompatibles. VRAI
e) B et D sont incompatibles. VRAI
f) C et D sont incompatibles. FAUX
g) A et B sont contraires. FAUX
h) B et D sont contraires. VRAI

4 **1.** $p(V) = 0{,}441\,2$.
2. $p(C) = 0{,}539\,2$.
3. V et C étant incompatibles,
$p(V \cup C) = p(V) + p(C) = 0{,}441\,2 + 0{,}539\,2 = 0{,}980\,4$.
4. La probabilité de tirer un joker est
$p(\overline{V \cup C}) = 1 - p(V \cup C) = 1 - 0{,}980\,4 = 0{,}019\,6$.

5 **C**

6 En notant respectivement I, D et E les trois événements « l'élève est interne », « l'élève est demi-pensionnaire » et « l'élève est externe » :

$\begin{cases} p(I) = 2p(D) \\ p(E) = 0{,}04 \\ p(I) + p(D) + p(E) = 1 \end{cases}$ donne $2p(D) + p(D) + 0{,}04 = 1$,

soit $3p(D) = 1 - 0{,}04 = 0{,}96$, donc $p(D) = \dfrac{0{,}96}{3} = 0{,}32$,

puis $p(I) = 2p(D) = 2 \times 0{,}32 = 0{,}64$.

7 **C**

8 **1. a)** Nombre total d'huîtres de la remorque : 645 centaines.

b)

Calibre	1	2	3	4	5
Fréquence	0,15	0,22	0,26	0,23	0,14

2. a) Probabilité que l'huître soit de calibre 3 : 0,26.
b) Probabilité que l'huître soit au moins de calibre 4 : $0{,}23 + 0{,}14 = 0{,}37$.
c) Probabilité que l'huître soit de calibre 2 ou 3 ou 4 : $0{,}22 + 0{,}26 + 0{,}23 = 0{,}71$.

9 **1.** Réponse **c)**.
2. Réponse **b)**.
3. Réponse **b)**.

10 *Exercice résolu dans le livre élève.*

11 $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$

$= \dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{4} = \dfrac{7}{12}.$

12 **1.** $p(S) = \dfrac{198}{240} = 0{,}825$, $p(G) = \dfrac{174}{240} = 0{,}725$ et $p(S \cap G) = \dfrac{156}{240} = 0{,}65$.

$p(S \cup G) = p(S) + p(G) - p(S \cap G)$
$= 0{,}825 + 0{,}725 - 0{,}65 = 0{,}9$.

2. a) $S \cup G$ est l'événement contraire de N.

b) $p(N) = 1 - p(S \cup G) = 1 - 0{,}9 = 0{,}1$.

13 **1.** $p(I) = \dfrac{8}{16} = \dfrac{1}{2}$; $p(S) = \dfrac{6}{16} = \dfrac{3}{8}$;

$p(D) = \dfrac{2}{16} = \dfrac{1}{8}$.

2. a) $I \cap S$: « le numéro gagnant est impair et à deux chiffres ». $I \cap S = \{11 ; 13 ; 15\}$. $p(I \cap S) = \dfrac{3}{16}$.

b) $p(I \cup S) = p(I) + p(S) - p(I \cap S)$

$= \dfrac{8}{16} + \dfrac{6}{16} - \dfrac{3}{16} = \dfrac{11}{16}$.

3. a) $I \cap D$: « le numéro gagnant est impair et se termine par 2 ». I et D sont incompatibles : $I \cap D = \varnothing$, donc $p(I \cap D) = 0$.

b) $p(I \cup D) = p(I) + p(D) = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{8} = \dfrac{5}{8}$.

14 $p(A) + p(B) = \dfrac{2}{3} + \dfrac{1}{2} = \dfrac{7}{6} > 1$,

d'où $p(A \cup B) \neq p(A) + p(B)$,
donc A et B ne sont pas incompatibles.

15 **1.** FAUX.
2. FAUX.
3. VRAI.

16 *Exercice résolu dans le livre élève.*

17 **1.** Tableau représentant l'univers de l'expérience :

	1	2	3	4	5	6
1	(1 ; 1)	(2 ; 1)	(3 ; 1)	(4 ; 1)	(5 ; 1)	(6 ; 1)
2	(1 ; 2)	(2 ; 2)	(3 ; 2)	(4 ; 2)	(5 ; 2)	(6 ; 2)
3	(1 ; 3)	(2 ; 3)	(3 ; 3)	(4 ; 3)	(5 ; 3)	(6 ; 3)
4	(1 ; 4)	(2 ; 4)	(3 ; 4)	(4 ; 4)	(5 ; 4)	(6 ; 4)
5	(1 ; 5)	(2 ; 5)	(3 ; 5)	(4 ; 5)	(5 ; 5)	(6 ; 5)
6	(1 ; 6)	(2 ; 6)	(3 ; 6)	(4 ; 6)	(5 ; 6)	(6 ; 6)

2. $p(A) = \dfrac{1}{36}$; $p(B) = \dfrac{11}{36}$; $p(C) = \dfrac{5}{36}$.

18 **1.** Compositions possibles de l'équipage :

Barreur / équipier	Juliette	Manon	Thomas
Juliette	~~JJ~~	MJ	TJ
Manon	JM	~~MM~~	TM
Thomas	JT	MT	~~TT~~

2. a) La probabilité que Thomas soit barreur est $\dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$.

b) La probabilité que Thomas soit dans l'équipage est $\dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3}$.

c) La probabilité que l'équipage soit composé des deux filles est $\dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$.

19 $p_B(A) = \dfrac{p(A \cap B)}{p(B)} = \dfrac{0{,}2}{0{,}8} = 0{,}25$;

$p_A(B) = \dfrac{p(A \cap B)}{p(A)} = \dfrac{0{,}2}{0{,}5} = 0{,}4$.

20 **C**

21 **1.** D'après les données, $p(B) = 0{,}8$ et $p(A \cap \mathrm{B}) = 0{,}5$.

2. La probabilité que la personne soit mariée sachant que c'est un homme est

$p_B(A) = \dfrac{p(A \cap B)}{p(B)} = \dfrac{0{,}5}{0{,}8} = 0{,}625$.

22 **1.** $p(E) = 0{,}75$ et $p(E \cap R) = 0{,}15$.

2. $p_E(R) = \dfrac{p(E \cap R)}{p(E)} = \dfrac{0{,}15}{0{,}75} = 0{,}2$.

23

1. D'après les données, $p(T \cap E) = 0{,}68$ et $p(T) = 0{,}91$.

La probabilité qu'un candidat passe avec succès l'épreuve pratique sachant qu'il a réussi l'épreuve théorique est donc

$p_T(E) = \dfrac{p(T \cap E)}{p(T)} = \dfrac{0{,}68}{0{,}91} \approx 0{,}75$.

24 **1. a)** Les candidats admis à l'issue du 1er groupe d'épreuves sont ceux qui ont obtenu le baccalauréat et qui n'ont pas passé l'oral de rattrapage, donc $p(A \cap \overline{O}) = 0{,}55$.

De manière analogue,
$p(A \cap O) = 0{,}22$; $p(\bar{A} \cap \bar{O}) = 0{,}13$; $p(\bar{A} \cap O) = 0{,}1$.
b) $p(O) = p(A \cap O) + p(\bar{A} \cap O) = 0{,}22 + 0{,}1 = 0{,}32$;
$p(A) = p(A \cap O) + p(A \cap \bar{O}) = 0{,}22 + 0{,}55 = 0{,}77$.

2. a) $p_O(A) = \dfrac{p(A \cap O)}{p(O)} = \dfrac{0{,}22}{0{,}32} = 0{,}6875 \approx 0{,}69$.

b) $p_A(O) = \dfrac{p(A \cap O)}{p(A)} = \dfrac{0{,}22}{0{,}77} = \dfrac{2}{7} \approx 0{,}29$.

25 **1.** D'après les données, $p(M) = \dfrac{140}{350} = 0{,}4$
et $p(M \cap T) = 0{,}36$.
2. Cette probabilité est $p_M(T)$;
$p_M(T) = \dfrac{p(M \cap T)}{p(M)} = \dfrac{0{,}36}{0{,}4} = 0{,}9$.

26 **1.** D'après les données, $p(A) = \dfrac{182}{1\,212} \approx 0{,}150$,
$p(B) = \dfrac{180}{1\,212} \approx 0{,}149$. Il y a 10 % d'hommes parmi les infirmier(e)s de statut libéral, soit 18. D'où
$p(A \cap B) = \dfrac{18}{1\,212} \approx 0{,}015$.
2. Cette probabilité est $p_A(B)$;

$$p_A(B) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)} = \frac{\frac{18}{1\,212}}{\frac{182}{1\,212}} = \frac{18}{182} \approx 0{,}099.$$

27 **1.**

	Pratiquant la compétition	Ne pratiquent pas la compétition	Total
Fumeurs	18	36	54
Non fumeurs	216	90	306
Total	234	126	360

2. a) $p(F) = \dfrac{54}{360} = \dfrac{3}{20} = 0{,}15$ et

$p(C) = \dfrac{234}{360} = \dfrac{13}{20} = 0{,}65$.

b) $p(F \cap C) = \dfrac{18}{360} = \dfrac{1}{20} = 0{,}05$.

c) $p_C(F) = \dfrac{p(F \cap C)}{p(C)} = \dfrac{0{,}05}{0{,}65} = \dfrac{1}{13} \approx 0{,}077$

ou directement $p_C(F) = \dfrac{18}{234} = \dfrac{1}{13} \approx 0{,}077$.

d) $p_{\bar{C}}(F) = \dfrac{36}{126} = \dfrac{2}{7} \approx 0{,}286$.

28 $p(A \cap B) = p(B)p_B(A) = \dfrac{1}{6} \times \dfrac{3}{5} = \dfrac{1}{10}$,

puis $p_A(B) = \dfrac{p(A \cap B)}{p(A)} = \dfrac{\frac{1}{10}}{\frac{1}{4}} = \dfrac{4}{10} = \dfrac{2}{5}$.

29 **C**

30 **1.** D'après les données, $p(V) = \dfrac{70}{100} = 0{,}7$

et $p_V(G) = \dfrac{10}{100} = 0{,}1$.
2. $p(G \cap V) = p(V) \times p_V(G) = 0{,}7 \times 0{,}1 = 0{,}07$.

31 **1.** $p(A \cap B) = p(A) \times p_A(B) = 0{,}03 \times 0{,}60 = 0{,}018$.
2. $p_B(A) = \dfrac{p(A \cap B)}{p(B)} = \dfrac{0{,}018}{0{,}05} = 0{,}36$.

32 **1.** $p(A \cap D) = p(A) \times p_A(D) = 0{,}0025 \times 0{,}8 = 0{,}002$.
2. $p_D(A) = \dfrac{p(A \cap D)}{p(D)} = \dfrac{0{,}002}{0{,}0045} \approx 0{,}44$.

33 On note F : « le dossier est d'une femme » et B : « la personne a son baccalauréat ».
1. On connaît $p(F) = 0{,}6$ et $p_F(B) = 0{,}6$, d'où la probabilité qu'il s'agisse d'une femme ayant son baccalauréat :
$p(F \cap B) = p(F)p_F(B) = 0{,}6 \times 0{,}6 = 0{,}36$.
2. La donnée se traduit par $p(B) = 0{,}8$, donc la probabilité que la personne soit une femme sachant qu'elle a son baccalauréat est
$p_B(F) = \dfrac{p(F \cap B)}{p(B)} = \dfrac{0{,}36}{0{,}8} = \dfrac{9}{20} = 0{,}45$.

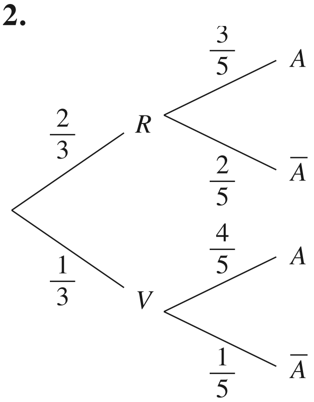
34 **C**

35 **C**

36 **1.** $p(R) = 2p(V)$ et R et V sont contraires, donc $p(R) + p(V) = 1$. On en déduit $2p(V) + p(V) = 1$;

$3p(V) = 1$, donc $p(V) = \dfrac{1}{3}$ et $p(R) = \dfrac{2}{3}$.

2.



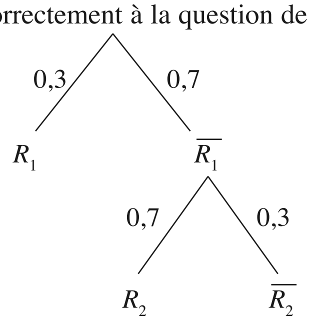
3. a) $p(R \cap A) = \dfrac{2}{3} \times \dfrac{3}{5} = \dfrac{2}{5}$.

b) $p(V \cap A) = \dfrac{1}{3} \times \dfrac{4}{5} = \dfrac{4}{15}$.

c) $p(A) = p(R \cap A) + p(V \cap A) = \dfrac{2}{5} + \dfrac{4}{15} = \dfrac{10}{15} = \dfrac{2}{3}$.

37 **C**

38 On considère les événements : R_1 : « Jean répond correctement à la première question » et R_2 : « Jean répond correctement à la question de repêchage ».



L'événement « Jean gagne le CD » peut s'écrire $R_1 \cup R_2$: « Jean répond correctement à la première question ou à la question de repêchage ». Les événements R_1 et R_2 étant incompatibles,

$$\begin{aligned} p(R_1 \cup R_2) &= p(R_1) + p(R_2) \\ &= p(R_1) + p(R_2 \cap \overline{R_1}) \\ &= p(R_1) + p(\overline{R_1})p_{\overline{R_1}}(R_2) \\ &= 0{,}3 + 0{,}7 \times 0{,}7 \\ &= 0{,}3 + 0{,}49 = 0{,}79. \end{aligned}$$

$p(R_1 \cup R_2) < 0{,}8$.

39 **C**

40 **C**

41 **1.** $p(V) = \dfrac{6}{18} = \dfrac{1}{3}$; $p(J) = \dfrac{8}{18} = \dfrac{4}{9}$;

$p(A) = \dfrac{3}{18} = \dfrac{1}{6}$; $p(B) = \dfrac{2}{18} = \dfrac{1}{9}$.

2. a) $p(V \cap A) = \dfrac{1}{18}$.

$p(V)p(A) = \dfrac{1}{3} \times \dfrac{1}{6} = \dfrac{1}{18} = p(V \cap A)$, donc les événements V et A sont indépendants.

b) $p(J \cap A) = \dfrac{1}{18}$.

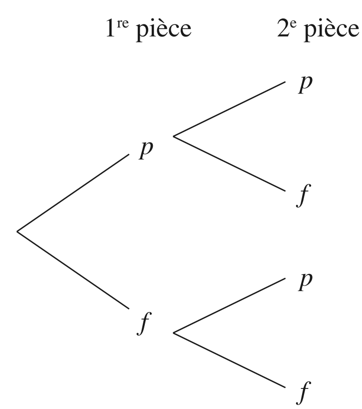
$p(J)p(A) = \dfrac{4}{9} \times \dfrac{1}{6} = \dfrac{2}{27} \neq p(J \cap A)$, donc les événements J et A ne sont pas indépendants.

c) $p(V \cap B) = \dfrac{1}{18}$.

$p(V)p(B) = \dfrac{1}{3} \times \dfrac{1}{9} = \dfrac{1}{27} \neq p(V \cap B)$, donc les événements V et B ne sont pas indépendants.

42

1.



1re pièce / 2e pièce	Pile	Face
Pile	*pp*	*fp*
Face	*pf*	*ff*

$\Omega = \{pp\,;\, pf\,;\, fp\,;\, ff\}$.

2. $A = \{pp\,;\, ff\}$, donc $p(A) = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2}$;

$B = \{pp\,;\, pf\,;\, fp\}$, donc $p(B) = \dfrac{3}{4}$;

$A \cap B = \{pp\}$, donc $p(A \cap B) = \dfrac{1}{4}$.

3. $p(A)p(B) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8} \neq p(A \cap B)$, donc les événements A et B ne sont pas indépendants.

43 **1.** Tableau des effectifs :

Calculatrice \ Manuel	Oui	Non	Total
Oui	15	10	25
Non	3	2	5
Total	18	12	30

2. On considère les événements M : « l'élève a apporté son manuel » et C : « l'élève a apporté sa calculatrice ».

a) $p(M) = \frac{18}{30} = \frac{3}{5}$.

b) $p_C(M) = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$.

c) $p_C(M) = p(M)$, donc les événements M et C sont indépendants.

44 Les événements A et B sont indépendants, donc $p(A \cap B) = p(A)p(B) = 0{,}25 \times 0{,}4 = 0{,}1$.

45 **C**

46 Soit A l'événement « l'ascenseur A est en panne » et B l'événement « l'ascenseur B est en panne ».
Ces deux événements sont indépendants, donc $p(A \cap B) = p(A)p(B) = 0{,}01$.

47 Soit X l'événement « la pièce orthopédique présente le défaut X » et Y l'événement « la pièce orthopédique présente le défaut Y ».
Ces deux événements sont indépendants puisque les deux phases de fabrication sont indépendantes.
Donc $p(X \cap Y) = p(X)p(Y) = 0{,}02 \times 0{,}04 = 0{,}000\,8$.

48 Soit A : « M. Alpha passe Noël prochain en Savoie » et O : « M. Oméga passe Noël prochain en Savoie ».

1. Probabilité de passer ce Noël dans les Pyrénées,
– pour M. Alpha : $p(\overline{A}) = 1 - p(\mathrm{A}) = 1 - 0{,}7 = 0{,}3$;
– pour M. Oméga : $p(\overline{O}) = 1 - p(O) = 1 - 0{,}4 = 0{,}6$.

2. Les événements A et O étant indépendants, de même que $\overline{A}$ et $\overline{O}$,

$$\begin{aligned} p(A \cap O) + p(\overline{A} \cap \overline{O}) &= p(A)p(O) + p(\overline{A})p(\overline{O}) \\ &= 0{,}7 \times 0{,}4 + 0{,}3 \times 0{,}6 \\ &= 0{,}28 + 0{,}18 \\ &= 0{,}46. \end{aligned}$$

49 **1.** Réponse **b)**.
2. Réponse **b)**.
3. Réponse **c)**.
4. Réponse **a)**.

Je fais le point

Savez-vous calculer une probabilité conditionnelle ?

Énoncé 1

1. Les données se traduisent par :
$p(R) = 0{,}6$; $p(C) = 0{,}4$ et $p(R \cap C) = 0{,}2$.

2. $p_C(R) = \frac{p(R \cap C)}{p(C)} = \frac{0{,}2}{0{,}4} = \frac{1}{2} = 0{,}5$.

3. $p_R(C) = \frac{p(R \cap C)}{p(R)} = \frac{0{,}2}{0{,}6} = \frac{1}{3}$.

Énoncé 2

1. Les données se traduisent par :
$p(P) = 0{,}6$; $p(Q) = 0{,}75$ et $p(P \cap Q) = \frac{1}{2} = 0{,}5$.

2. $p_P(Q) = \frac{p(P \cap Q)}{p(P)} = \frac{0{,}5}{0{,}6} = \frac{5}{6}$.

3. $p_Q(P) = \frac{p(P \cap Q)}{p(Q)} = \frac{0{,}5}{0{,}75} = \frac{2}{3}$.

Savez-vous calculer la probabilité de l'intersection de deux événements avec une probabilité conditionnelle ?

Énoncé 1

1. Les données se traduisent par :
$p(L) = 0{,}375$ et $p_L(P) = 0{,}25$.

2. $p(P \cap L) = p(L)p_L(P) = 0{,}375 \times 0{,}25 = 0{,}093\,75$.

Énoncé 2

1. Les données se traduisent par :
$p(P) = 0{,}65$ et $p_P(M) = 0{,}4$.

2. $p(P \cap M) = p(P)p_P(M) = 0{,}65 \times 0{,}4 = 0{,}26$.

Savez-vous déterminer si deux événements sont indépendants ?

Énoncé 1

Il y a équiprobabilité sur l'univers
$\Omega = \{j1, j2, j3, j4, b1, b2, b3, b4, b5, b6\}$.

1. $p(J) = \dfrac{4}{10} = 0{,}4$; $p(I) = \dfrac{5}{10} = 0{,}5$;

$p(T) = \dfrac{3}{10} = 0{,}3$.

2. a) $p(J \cap I) = \dfrac{2}{10} = 0{,}2$.

b) $p(J)p(I) = 0{,}4 \times 0{,}5 = 0{,}2 = p(J \cap I)$,
donc les événements I et J sont indépendants.

3. a) $p(J \cap T) = \dfrac{1}{10} = 0{,}1$.

b) $p(J)p(T) = 0{,}4 \times 0{,}3 = 0{,}12 \neq p(J \cap T)$,
donc les événements J et T ne sont pas indépendants.

Énoncé 2

1. $p(A) = 0{,}25$; $p(P) = 0{,}4$; $p(T) = 0{,}15$;
$p(A \cap P) = 0{,}1$; $p(A \cap T) = 0{,}05$.

2. a) $p(A)p(P) = 0{,}25 \times 0{,}4 = 0{,}1 = p(A \cap P)$,
donc les événements A et P sont indépendants.

b) $p(A)p(T) = 0{,}25 \times 0{,}15 = 0{,}0375 \neq p(A \cap T)$,
donc les événements A et T ne sont pas indépendants.

Savez-vous calculer la probabilité de l'intersection de deux événements indépendants ?

Énoncé 1

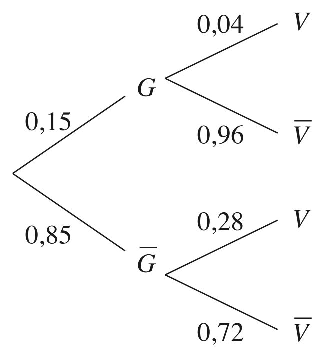
Les événements F : « la fléchette de Félix atteint la cible » et A : « la fléchette d'Aliette atteint la cible » sont indépendants, donc la probabilité que les deux fléchettes atteignent la cible est
$p(F \cap A) = p(F)p(A) = 0{,}8 \times 0{,}7 = 0{,}56$.

Énoncé 2

Les événements A_1 : « le bus s'arrête à la première station » et A_2 : « le bus s'arrête à la deuxième station » sont indépendants, donc la probabilité que le bus marque les deux arrêts est
$p(A_1 \cap A_2) = p(A_1)p(A_2) = \dfrac{1}{3} \times \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{6}$.

Activités guidées

50 **AG1** **1. a)**



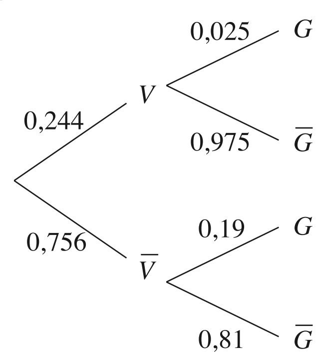
b) $p(G \cap V) = 0{,}15 \times 0{,}04 = 0{,}006$;
$p(G \cap \overline{V}) = 0{,}15 \times 0{,}96 = 0{,}144$;
$p(\overline{G} \cap V) = 0{,}85 \times 0{,}28 = 0{,}238$;
$p(\overline{G} \cap \overline{V}) = 0{,}85 \times 0{,}72 = 0{,}612$.

c) $p(V) = p(G \cap V) + p(\overline{G} \cap V)$
$= 0{,}006 + 0{,}238 = 0{,}244$.

2. a) $p_V(G) = \dfrac{p(G \cap V)}{p(V)} = \dfrac{0{,}006}{0{,}244} \approx 0{,}025$.

$p_{\overline{V}}(G) = \dfrac{p(G \cap \overline{V})}{p(\overline{V})} = \dfrac{0{,}144}{0{,}756} \approx 0{,}190$.

b)

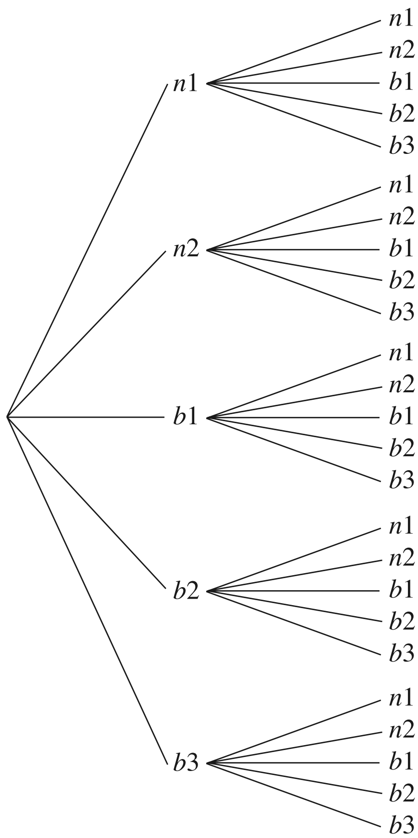


c) $p(G) = 0{,}244 \times 0{,}025 + 0{,}756 \times 0{,}19$
$= 0{,}14974 \approx 0{,}15$.

La valeur n'est pas exacte, car certaines probabilités portées dans l'arbre précédent ont été arrondies.

51 **AG2** **Partie A**

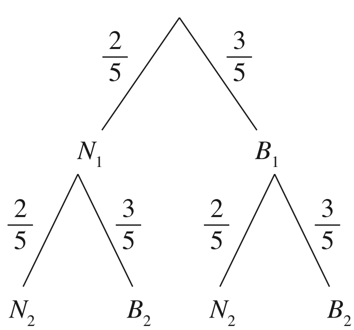
1. a)



b) Avec l'équiprobabilité des 25 issues obtenues, on obtient la probabilité que les deux boules tirées soient blanches : $\frac{9}{25}$.

2. a) La boule du premier tirage est remise dans l'urne, donc le second tirage s'effectuera dans les mêmes conditions quelle que soit l'issue du premier.

b)



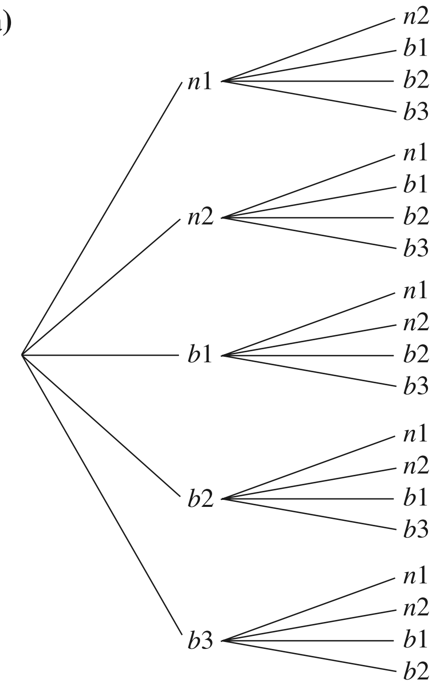
c) L'événement « les deux boules tirées sont blanches » peut s'écrire $B_1 \cap B_2$.

À l'aide de l'arbre, $p(B_1 \cap B_2) = \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{25}$;

le résultat est bien le même qu'à la question **1. b)**.

Partie B

1. a)

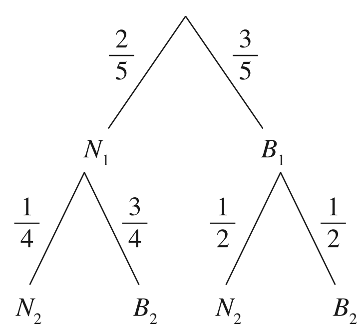


b) Avec l'équiprobabilité des 20 issues obtenues, on obtient la probabilité que les deux boules tirées soient blanches : $\frac{6}{20} = \frac{3}{10}$.

2. a) $p_{N_1}(N_2) = \frac{1}{4}$; $p_{N_1}(B_2) = \frac{3}{4}$;

$p_{B_1}(N_2) = \frac{1}{2}$; $p_{B_1}(B_2) = \frac{1}{2}$.

b)

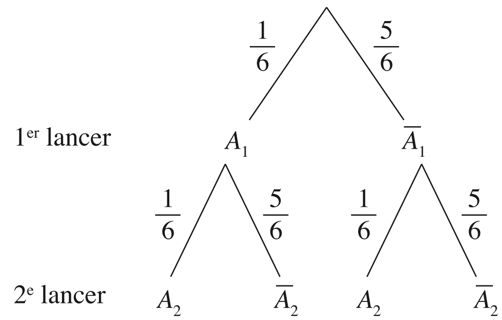


c) $p(B_1 \cap B_2) = \frac{3}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{10}$.

52 **AG3** **1.** $p(6) = \frac{1}{6}$.

2. a) $p(A_1) = \frac{1}{6}$ et $p_{A_1}(A_2) = \frac{1}{6}$.

b)

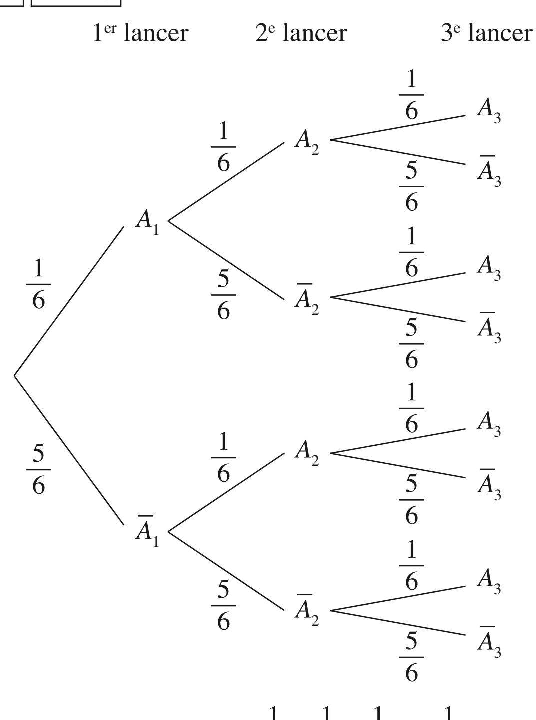


c) $p(A_1 \cap A_2) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$.

d) $p(\overline{A_1} \cap \overline{A_2}) = \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{25}{36}$.

L'événement « le 6 sort au moins une fois » est l'événement contraire de $\overline{A_1} \cap \overline{A_2}$, sa probabilité est donc $1 - p(\overline{A_1} \cap \overline{A_2}) = 1 - \frac{25}{36} = \frac{11}{36}$.

53 **AG4** **1.**



2. a) $p(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{216}$.

b) $p(\overline{A_1} \cap \overline{A_2} \cap \overline{A_3}) = \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{125}{216}$.

L'événement « le 6 sort au moins une fois » est l'événement contraire de $\overline{A_1} \cap \overline{A_2} \cap \overline{A_3}$, sa probabilité est donc $1 - p(\overline{A_1} \cap \overline{A_2} \cap \overline{A_3}) = 1 - \frac{125}{216} = \frac{91}{216}$.

54 **AG5** **1.** L'indépendance de deux événements A et B se traduit par $p(A \cap B) = p(A)p(B)$.

2. Si A et B sont incompatibles, $p(A \cap B) = 0$.

3. Si A et B, de probabilités non nulles, sont indépendants, alors $p(A \cap B) = p(A)p(B) \neq 0$, donc A et B ne sont pas incompatibles.

4. Si A et B, de probabilités non nulles, sont incompatibles, alors $p(A)p(B) \neq 0$ et $p(A \cap B) = 0$, donc $p(A \cap B) \neq p(A)p(B)$; ainsi, A et B ne sont pas indépendants.

Problèmes

55 **1.** Il y 40 issues dans l'univers Ω.

2. a) $p(A) = \frac{1+2+3+4}{40} = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$;

$p(B) = \frac{1+2+2+5}{40} = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$;

$p(C) = \frac{1+2+3+6}{40} = \frac{12}{40} = \frac{3}{10}$.

b) $p(\overline{A}) = 1 - p(A) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$;

$p(\overline{B}) = 1 - p(B) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$;

$p(\overline{C}) = 1 - p(C) = 1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$.

c) $p(A \cap B) = \frac{1+2}{40} = \frac{3}{40}$; $p(B \cap C) = \frac{1+2}{40} = \frac{3}{40}$;

$p(A \cap C) = \frac{1+3}{40} = \frac{4}{40} = \frac{1}{10}$;

$p(A \cap B \cap C) = \frac{1}{40}$.

d) $p(A \cup B) = \frac{1+2+2+3+4+5}{40} = \frac{17}{40}$;

$p(B \cup C) = \frac{1+2+2+3+5+6}{40} = \frac{19}{40}$;

$p(A \cup C) = \frac{1+2+2+3+4+6}{40} = \frac{18}{40} = \frac{9}{20}$.

e) $p(A \cup B \cup C) = \frac{40-17}{40} = \frac{23}{40}$.

f) $p_B(A) = \frac{1+2}{1+2+2+5} = \frac{3}{10}$;

$p_C(A) = \dfrac{1+3}{1+2+3+6} = \dfrac{4}{12} = \dfrac{1}{3}$.

g) $p_A(B) = \dfrac{1+2}{1+2+3+4} = \dfrac{3}{10}$;

$p_A(C) = \dfrac{1+3}{1+2+3+4} = \dfrac{4}{10} = \dfrac{2}{5}$.

h) $p_A(\overline{B}) = 1 - \dfrac{3}{10} = \dfrac{7}{10}$; $p_A(\overline{C}) = 1 - \dfrac{2}{5} = \dfrac{3}{5}$.

56 **1.**

	Filles	Garçons	Total
Atteints d'asthme	27	50	77
Symptômes asthmatiques	30	49	79
Aucun trouble	543	601	1 144
Total	600	700	1 300

2. a) $p(A) = \dfrac{700}{1\,300} = \dfrac{7}{13} \approx 0{,}54$; $p(B) = \dfrac{77}{1\,300} \approx 0{,}06$.

b) $A \cap B$: « l'élève est un garçon atteint d'asthme ».

$p(A \cap B) = \dfrac{50}{1\,300} = \dfrac{5}{130} \approx 0{,}04$.

c) $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$

$= \dfrac{700}{1\,300} + \dfrac{77}{1\,300} - \dfrac{50}{1\,300} = \dfrac{727}{1\,300} \approx 0{,}56$.

d) L'événement « l'élève est une fille qui présente des symptômes asthmatiques » est l'événement $\overline{A} \cap C$.

$p(\overline{A} \cap C) = \dfrac{30}{1\,300} = \dfrac{3}{130} \approx 0{,}02$.

3. a) En utilisant le tableau,

$p_B(A) = \dfrac{50}{77} \approx 0{,}65$.

b) En utilisant les résultats des questions **2. a)** et **2. b)**,

$p_B(A) = \dfrac{p(A \cap B)}{p(B)} = \dfrac{\frac{50}{1\,300}}{\frac{77}{1\,300}} = \dfrac{50}{77} \approx 0{,}65$.

57 **1.**

	Hommes	Femmes	Total
$0 \leqslant AC < 600$	984	2 132	3 116
$600 \leqslant AC < 900$	4 092	5 694	9 786
$900 \leqslant AC$	6 924	5 174	12 098
Total	12 000	13 000	25 000

2. a) $p(A) = \dfrac{3\,116}{25\,000} \approx 0{,}12$; $p(B) = \dfrac{13\,000}{25\,000} = 0{,}52$.

b) $A \cap B$: « la personne est une femme ayant un apport en calcium strictement inférieur à 600 mg par jour » ;

$\overline{A}$: « la personne a un apport en calcium supérieur ou égal à 600 mg par jour ».

c) $p(A \cap B) = \dfrac{2\,132}{25\,000} = 0{,}085$;

$p(\overline{A}) = 1 - p(A) = 1 - \dfrac{3\,116}{25\,000} \approx 0{,}88$.

3. La probabilité demandée est $p_{\overline{A}}(B)$.

En utilisant le tableau,

$p_{\overline{A}}(B) = \dfrac{5\,694 + 5\,174}{9\,786 + 12\,098} = \dfrac{10\,868}{21\,884} \approx 0{,}50$.

4. La probabilité demandée est $p_B(\overline{A})$.

$p_B(\overline{A}) = \dfrac{5\,694 + 5\,174}{13\,000} \approx 0{,}84$.

58 **1.** Le pourcentage des femmes ayant subi des insultes ou menaces verbales parmi les femmes âgées de 20 à 24 ans est :

$\dfrac{179}{717} \approx 25{,}0\,\%$.

Le pourcentage des femmes ayant subi des insultes ou menaces verbales parmi les femmes âgées de 35 à 59 ans est :

$\dfrac{248 + 189}{2\,122 + 2\,197} = \dfrac{437}{4\,319} \approx 10{,}1\,\%$.

2. a) $p(A) = \dfrac{717}{6\,970} \approx 0{,}103$;

$p(B) = \dfrac{348 + 127}{6\,970} = \dfrac{475}{6\,970} \approx 0{,}068$;

$p(C) = \dfrac{5\,282}{6\,970} \approx 0{,}758$.

b) $A \cap C$: « la femme est âgée de 20 à 24 ans et n'a subi aucune violence ».

$A \cup B$: « la femme est âgée de 20 à 24 ans ou la femme a été suivie ou a subi des avances ou agressions sexuelles ».

$\overline{A} \cup B$: « la femme est âgée de 25 à 59 ans ou la femme a été suivie ou a subi des avances ou agressions sexuelles ».

$p(A \cap C) = \dfrac{318}{6\,970} \approx 0{,}046$.

$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$

$= \frac{717}{6\,970} + \frac{475}{6\,970} - \frac{89 + 47}{6\,970} = \frac{1\,056}{6\,970}$

$\approx 0{,}152$.

$p(\bar{A} \cup B) = p(\bar{A}) + p(B) - p(\bar{A} \cap B)$.

$p(\bar{A}) = 1 - p(A) = 1 - \frac{717}{6\,970} = \frac{6\,253}{6\,970}$.

$p(\bar{A} \cup B) =$

$\frac{6\,253}{6\,970} + \frac{475}{6\,970} - \frac{112 + 85 + 62 + 50 + 19 + 11}{6\,970}$

$= \frac{6\,389}{6\,970} \approx 0{,}917$.

3. La probabilité demandée est $p_A(C)$.

a) À l'aide du tableau, $p_A(C) = \frac{318}{717} \approx 0{,}444$.

b) En utilisant les résultats des questions **2. a)** et **2. b)**,

$$p_A(C) = \frac{p(A \cap C)}{p(A)} = \frac{\frac{318}{6\,970}}{\frac{717}{6\,970}} = \frac{318}{717} \approx 0{,}444.$$

59 **1.** Soit M : « la voiture a une panne mécanique » ; C : « la voiture présente un dégât à la carrosserie ».

a) $p(M \cap C) = p(M)p_M(C) = 0{,}32 \times 0{,}45 = 0{,}144$;

b) $p(M \cap \bar{C}) = p(M) - p(M \cap C) = 0{,}32 - 0{,}144 = 0{,}176$;

c) $p(\bar{M} \cap C) = p(C) - p(M \cap C) = 0{,}54 - 0{,}144 = 0{,}396$;

d) $p(\bar{M} \cap \bar{C}) = p(\bar{M}) - p(\bar{M} \cap C) = 1 - 0{,}32 - 0{,}396 = 0{,}284$.

2. $p_C(M) = \frac{p(M \cap C)}{p(C)} = \frac{0{,}144}{0{,}54} \approx 0{,}267$.

60 **1.** Le pourcentage de femmes ayant développé un cancer lié au tabac est : $\frac{700}{60\,000} \approx 1{,}17\,\%$.

	Femmes n'ayant jamais fumé	**Fumeurs ou anciens fumeurs**	**Total**
Femmes consommant beaucoup de bêta-carotène	7	35	42
Femmes consommant peu de bêta-carotène	322	336	658
Total	329	371	700

3. a) $p(A) = \frac{42}{700} = 0{,}06$; $p(B) = \frac{371}{700} = 0{,}53$.

b) $A \cap B$: « la femme choisie consomme beaucoup d'aliments riches en bêta-carotène et c'est une fumeuse ou une ancienne fumeuse ».

$p(A \cap B) = \frac{35}{700} = 0{,}05$.

b) $A \cup B$: « la femme choisie consomme beaucoup d'aliments riches en bêta-carotène ou c'est une fumeuse ou une ancienne fumeuse ».

$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cup B)$

$= 0{,}06 + 0{,}53 - 0{,}05 = 0{,}54$.

4. La probabilité demandée est $p_B(A)$.

En utilisant le tableau, $p_B(A) = \frac{35}{371} \approx 0{,}094$.

b) En utilisant les résultats de **3. a)** et de **3. b)**,

$$p_B(A) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} = \frac{\frac{35}{700}}{\frac{371}{700}} = \frac{35}{371} \approx 0{,}094.$$

61 **1.** D'après les données, $p(A) = 0{,}25$, $p(B) = 0{,}02$ et $p_A(B) = 0{,}05$.

$p(A \cap B) = p(A)p_A(B) = 0{,}25 \times 0{,}05 = 0{,}012\,5$.

2. $p_B(A) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} = \frac{0{,}012\,5}{0{,}02} = 0{,}625$.

3. On calcule $p_{\bar{A}}(B)$; $p_{\bar{A}}(B) = \frac{p(\bar{A} \cap B)}{p(\bar{A})}$.

$p(\bar{A}) = 1 - p(A) = 1 - 0{,}25 = 0{,}75$.

$p(B) = p(A \cap B) + p(\bar{A} \cap B)$, donc

$p(\bar{A} \cap B) = p(B) - p(A \cap B) = 0{,}02 - 0{,}012\,5 = 0{,}007\,5$.

D'où $p_{\bar{A}}(B) = \frac{0{,}007\,5}{0{,}75} = 0{,}01$.

62 **1.**

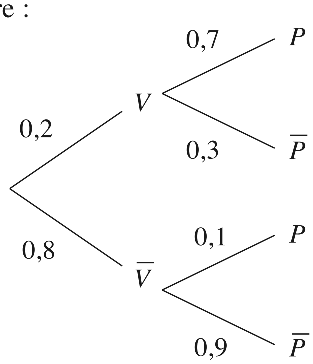
	Sac à dos	**Cartable**	**Total**
11 ans	2	10	12
12 ans	5	3	8
13 ans	3	2	5
Total	10	15	25

2. a) Il y a équiprobabilité sur l'univers constitué des 25 élèves, donc $p(S) = \frac{10}{25} = \frac{2}{5} = 0{,}4$.

b) $p(C \cap T) = \frac{2}{25} = 0{,}08$.

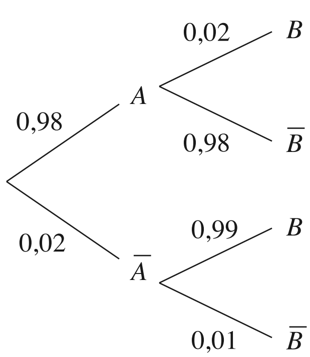
3. a) Les événements S_1 et S_2 sont indépendants et ont même probabilité 0,4, donc
$p(S_1 \cap S_2) = p(S_1)p(S_2) = 0{,}4 \times 0{,}4 = 0{,}16$.
b) De même, les événements $\overline{S_1}$ « le premier élève a un cartable » et $\overline{S_2}$ « le deuxième élève a un cartable » sont indépendants et ont même probabilité :
$1 - 0{,}4 = 0{,}6$, donc
$p(\overline{S_1} \cap \overline{S_2}) = p(\overline{S_1})p(\overline{S_2}) = 0{,}6 \times 0{,}6 = 0{,}36$.
c) On en déduit la probabilité que les deux élèves aient le même type de sac :
$p(S_1 \cap S_2) + p(\overline{S_1} \cap \overline{S_2}) = 0{,}16 + 0{,}36 = 0{,}52$.

63 **1.** $V \cap P$: « le client achète la veste et le pantalon » ;
$\overline{V} \cap P$: « le client achète seulement le pantalon ».
2. D'après les données, $p(V) = 0{,}2$, $p_V(P) = 0{,}7$ et $p_{\overline{V}}(P) = 0{,}1$.
D'où l'arbre :



$p(V \cap P) = p(V)p_V(P) = 0{,}2 \times 0{,}7 = 0{,}14$;
$p(\overline{V} \cap P) = p(\overline{V})p_{\overline{V}}(P) = 0{,}8 \times 0{,}1 = 0{,}08$.
3. $p(P) = p(V \cap P) + p(\overline{V} \cap P) = 0{,}14 + 0{,}08 = 0{,}22$.
4. L'événement « le client achète au moins une des deux pièces » est l'événement $V \cup P$.
$p(V \cup P) = p(V) + p(P) - p(V \cap P)$
$= 0{,}2 + 0{,}22 - 0{,}14 = 0{,}28$.

64 **1.** On peut construire un arbre à l'aide des probabilités connues, puis on le complète.

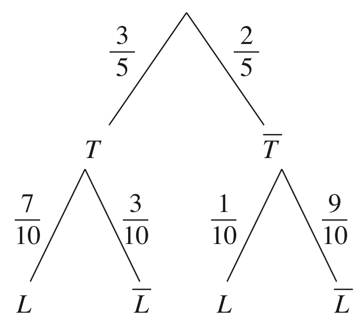


On a $p_A(B) = 1 - p_A(\overline{B}) = 1 - 0{,}98 = 0{,}02$.
$p(A \cap B) = p(A)p_A(B) = 0{,}98 \times 0{,}02 = 0{,}0196$.
$p(B \cap \overline{A}) = p(\overline{A})p_{\overline{A}}(B) = (1 - p(A)) \times p_{\overline{A}}(B)$
$= 0{,}02 \times 0{,}99 = 0{,}0198$.
2. a) $p(B) = p(A \cap B) + p(\overline{A} \cap B) = 0{,}0196 + 0{,}0198$
$= 0{,}0394$.
b) On calcule $p_B(A)$;

$$p_B(A) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} = \frac{0{,}0196}{0{,}0394} \approx 0{,}4975.$$

65 **1.** 15 % de la population est atteinte par le virus du sida, donc $p(S) = 1 - 0{,}15 = 0{,}85$.
$p_S(P) = 0{,}004$,
donc $p(S \cap P) = p(S)p_S(P) = 0{,}85 \times 0{,}004$,
soit $p(S \cap P) = 0{,}0034$.
2. $\overline{S} \cap \overline{P}$: « le sujet est contaminé et le test est négatif ».
$p_{\overline{S}}(\overline{P}) = 0{,}024$,
donc $p(\overline{S} \cap \overline{P}) = p(\overline{S})p_{\overline{S}}(\overline{P}) = 0{,}15 \times 0{,}024 = 0{,}0036$.
3. La probabilité que le résultat du test soit erroné est égale à $p(S \cap P) + p(\overline{S} \cap \overline{P})$.
$p(S \cap P) + p(\overline{S} \cap \overline{P}) = 0{,}0034 + 0{,}0036 = 0{,}007$.

66 **1.**



a) $p(L \cap T) = p(T)p_T(L) = \dfrac{3}{5} \times \dfrac{7}{10} = \dfrac{21}{50}$.

b) $p(L) = p(L \cap T) + p(\overline{T} \cap L)$

$$= \frac{21}{50} + \frac{1}{10} \times \frac{2}{5}$$

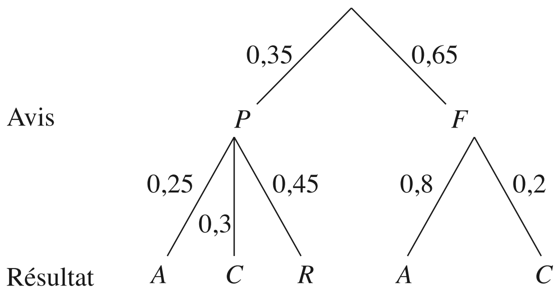
$$= \frac{21}{50} + \frac{2}{50}$$

$$= \frac{23}{50}.$$

c) $p(\overline{T} \cap \overline{L}) = \dfrac{2}{5} \times \dfrac{9}{10} = \dfrac{9}{25}$.

2. $$p_L(T) = \frac{p(T \cap L)}{p(L)} = \frac{\frac{21}{50}}{\frac{23}{50}} = \frac{21}{23}.$$

67 **1.**



a) $p(R) = p(P \cap R) = 0{,}35 \times 0{,}45 = 0{,}157\,5$.

b) $P \cap A$: « le livret du candidat porte l'avis *doit faire ses preuves* et il est admis à l'issue du premier groupe d'épreuves ».

$F \cap A$: « le livret du candidat porte un avis *favorable à très favorable* et il est admis à l'issue du premier groupe d'épreuves ».

c) $p(P \cap A) = 0{,}35 \times 0{,}25 = 0{,}087\,5$.

$p(F \cap A) = 0{,}65 \times 0{,}8 = 0{,}52$.

d) $p(A) = p(F \cap A) + p(P \cap A) = 0{,}52 + 0{,}087\,5$
$= 0{,}607\,5$.

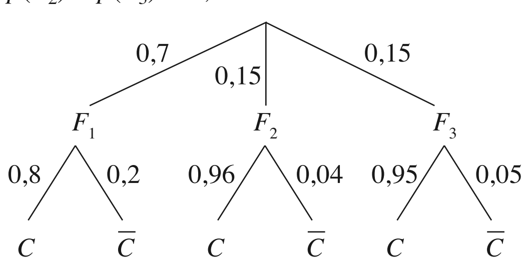
2. $p_A(P) = \dfrac{p(P \cap A)}{p(A)} = \dfrac{0{,}087\,5}{0{,}607\,5} \approx 0{,}144\,0$.

68 **1.** On sait que

$$\begin{cases} p(F_1) = 0{,}7 \\ p(F_2) = p(F_3) \\ p(F_1) + p(F_2) + p(F_3) = 1 \end{cases}$$

donc $0{,}7 + 2p(F_2) = 1$, soit $2p(F_2) = 0{,}3$,
d'où $p(F_2) = p(F_3) = 0{,}15$.

2.



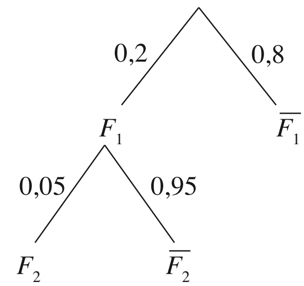
3. $p(C \cap F_2) = 0{,}15 \times 0{,}96 = 0{,}144$.

4. $p(C) = p(C \cap F_1) + p(C \cap F_2) + p(C \cap F_3)$
$= 0{,}7 \times 0{,}8 + 0{,}144 + 0{,}15 \times 0{,}95$
$= 0{,}56 + 0{,}144 + 0{,}142\,5$
$= 0{,}846\,5$.

5. $p_C(F_1) = \dfrac{p(C \cap F_1)}{p(C)} = \dfrac{0{,}56}{0{,}846\,5} \approx 0{,}661\,5$.

La probabilité qu'une pomme de bon calibre provienne du premier producteur est assez élevée, donc l'affirmation du contrôleur est pertinente.

69



1. La probabilité qu'il y ait exactement un faux départ est $p(F_1 \cap \overline{F_2}) = 0{,}2 \times 0{,}95 = 0{,}19$.

2.

Nombre de faux départs	0	1	2
Événement	$\overline{F_1}$	$F_1 \cap \overline{F_2}$	$F_1 \cap F_2$
Probabilité	0,8	0,19	$0{,}2 \times 0{,}05 = 0{,}01$

On vérifie que $0{,}8 + 0{,}19 + 0{,}01 = 1$.

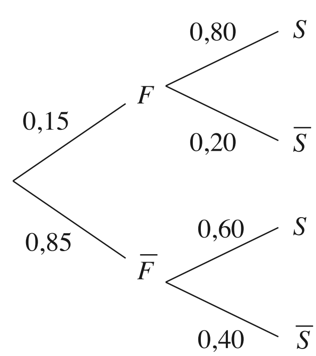
70 **1. a)** 15 % des clients ont effectué leurs achats avec une carte de fidélité, donc $p(F) = 0{,}15$.

b) Parmi les clients qui ont effectué leurs achats avec une carte de fidélité, 80 % ont réalisé des achats d'un montant total supérieur à 50 €,
d'où $p_F(S) = 0{,}80$.

2. $F \cap S$: « la fiche indique que le client a effectué ses achats d'un montant total supérieur à 50 € avec une carte de fidélité ».

$p(F \cap S) = p(F)p_F(S) = 0{,}15 \times 0{,}80 = 0{,}12$.

3.



$p(S) = p(F \cap S) + p(\overline{F} \cap S)$
$= 0{,}15 \times 0{,}80 + 0{,}85 \times 0{,}60$
$= 0{,}63$.

4. $p(S \cap F) = 0{,}12$.

$p(S)p(F) = 0{,}63 \times 0{,}15 = 0{,}094\,5$.

$p(S \cap F) \neq p(S)p(F)$, donc les événements S et F ne sont pas indépendants.

Tableur sur papier

1. a) Dans la cellule D2, on a entré la formule : $\boxed{\text{=F2–B2–C2–E2}}$.

b) Dans la cellule B4, on a entré la formule : $\boxed{\text{=B2*B3}}$.

Le bouton de la barre d'outils permettant d'arrondir à l'entier le plus proche les nombres obtenus est :

.

c) Dans la cellule B5, on a entré la formule : $\boxed{\text{=B2–B4}}$.

2. a) $p(A) = \dfrac{531}{1\,141} \approx 0{,}47$; $p(B) = \dfrac{938}{1\,141} \approx 0{,}82$.

Dans la cellule E8, on peut entrer la formule : $\boxed{\text{=B2/F2}}$.

Dans la cellule E9, on peut entrer la formule : $\boxed{\text{=F4/F2}}$.

b) $\overline{B}$: « la personne est un homme » ;
$A \cap B$: « la personne est une femme ayant reçu le diplôme d'aide-soignant » ;
$A \cap \overline{B}$: « la personne est un homme ayant reçu le diplôme d'aide-soignant » ;
Pour obtenir $p(\overline{B})$, on peut entrer dans la cellule E10 la formule $\boxed{\text{=1–E9}}$.

Pour obtenir $p(A \cap B)$, on peut entrer dans la cellule E12 la formule $\boxed{\text{=B4/F2}}$.

Pour obtenir $p(A \cap \overline{B})$, on peut entrer dans la cellule E14 la formule $\boxed{\text{=E8–E12}}$.

Dans la cellule E14, on obtient le nombre 0,06 au lieu du nombre 0,07 obtenu en faisant la différence 0,47 – 0,40, car les nombres 0,47 et 0,40 sont les valeurs arrondies à 0,01 près de $p(A)$ et $p(A \cap B)$.

3. On calcule ici $p_A(\overline{B})$; $p_A(\overline{B}) = \dfrac{73}{531} \approx 0{,}14$,

ou encore $p_A(\overline{B}) = \dfrac{p(A \cap \overline{B})}{p(A)} \approx 0{,}14$.

Dans la cellule E16, on peut entrer la formule : $\boxed{\text{=B5/B2}}$ ou la formule $\boxed{\text{=E14/E8}}$.