NOM :

1. Cours (4 points)

1.1. Donnez **une** formule définissant la probabilité conditionnelle de A sachant B.
1.2. Donner **deux** formules exprimant le fait que deux événements A et B sont incompatibles.
1.3. Donner **deux** formules exprimant le fait que deux événements A et B sont indépendants.

2. Problème 1 (8 points)

A la rentrée scolaire on fait une enquête dans une classe de sixième comprenant 25 élèves.
Dans cette classe 48% des enfants ont 11 ans, 20% ont 13 ans et les autres ont 12 ans.
Ces élèves utilisent deux types de sacs de cours : le sac à dos ou le cartable.
15 élèves dont les deux tiers ont 11 ans ont un cartable ; les autres dont la moitié a 12 ans, un sac à dos.

2.1. Compléter le tableau à l'aide des données.

	Cartable	Sac à dos	Total
11 ans			
12 ans			
13 ans			
Total			**25**

2.2. On interroge au hasard un élève. On note :
- ➡ S l'événement "l'élève a un sac à dos";
- ➡ C l'événement "l'élève a un cartable";
- ➡ T l'événement "l'élève a treize ans".

a. Prouver que $p(S) = 0,40$.
b. Calculer $p(C \cap T)$
c. Les événements C et T sont-ils indépendants ?

2.3. On interroge au hasard, successivement et de manière indépendante deux élèves de la classe.
a. En notant S1 l'événement "le premier élève a un sac à dos" et S2 l'événement "le second a un sac à dos", calculer la probabilité que les deux élèves aient un sac à dos.
b. Calculer la probabilité P que les deux élèves aient le même type de sac de cours.

3. Problème 2 (8 points)

Dans un pays d'Afrique 20% de la population est atteinte par le virus du sida.
On met en place un test biologique qui doit être négatif si le sujet est sain et positif s'il est contaminé.
On choisit au hasard un sujet de ce pays.
On note S l'événement "le sujet est sain" et N l'événement "le test est négatif"
La probabilité que le test soit négatif sachant que le sujet est sain est 0.995.
La probabilité que le test soit positif sachant que le sujet est contaminé est 0.975.

3.1. Représenter la situation par un arbre pondéré de probabilité.

3.2. Les probabilités seront calculées avec une précision de 10^{-3} (au millième près)
a. Donner sans justifier la valeur de la probabilité conditionnelle : $P_S(N)$.
b. Décrire par une phrase les événements $S \cap \overline{N}$, $\overline{S} \cap N$ et déterminer leur probabilité.
c. En déduire la probabilité Q que le résultat du test soit erroné.

3.3.
a. Déterminer la probabilité que le test de ce sujet soit négatif.
b. Le test de ce sujet est négatif. Quelle est la probabilité que ce sujet soit pourtant contaminé ?
c. Les événements S et N sont-ils indépendants ? (le justifier)

NOM :

1. Cours (2+1+2)

1.1. $p_B(A) = p(A \cap B) / p(B)$ ou $p(A \cap B) = p(B).p_B(A)$
1.2. $p(A \cap B) = 0$ ---- $p(A \cup B) = p(A) + p(B)$
1.3. $p_B(A) = p_{\overline{B}}(A) = p(A)$ ---- $p(A \cap B) = p(A).p(B)$.

2. Problème 1 (2+3+3=8 points)

	Cartable	Sac à dos	Total
11 ans	10	2	12
12 ans	3	5	8
13 ans	2	3	5
Total	15	10	**25**

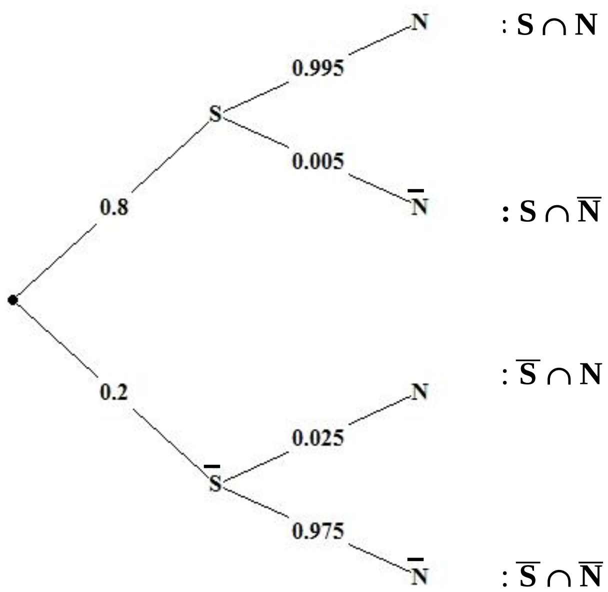
2.2.

a. $p(S) = 10/25 =$ **0,40**. (dans l'énoncé)
b. $p(C \cap T) = 2/25 =$ **0,08**. (d'après le tableau)
c. $p(C) \times p(T) = 15/25 \times 5/25 = 3/25 =$ **0,12** $\neq p(C \cap T)$ donc les événements C et T ne sont pas indépendants.

2.3.

a. S1 et S2 sont indépendants donc $p(S1 \cap S2) = p(S1) \times p(S2) = 0{,}4^2 =$ **0,16**.
b. De même $p(C1 \cap C2) = 0{,}6^2 = 0.36$ donc $P = p(S1 \cap S2) + p(C1 \cap C2) =$ **0,52**

3. Problème 2 (2+3.5+3.5=9 points)



3.2.

a. $\mathbf{P_S(N) = 0{,}995}$ (dans l'énoncé).
b. $S \cap \overline{N}$ = "sujet sain et test positif" ;
$\mathbf{P(S \cap \overline{N})} = P(S).\ P_S(\overline{N}) = 0{,}8 \times 0{,}005 =$ **0,004**
$\overline{S} \cap N$ = "sujet contaminé et test négatif" ;
$\mathbf{P(\overline{S} \cap N)} = P(\overline{S}).P_{\overline{S}}(N) = 0{,}2 \times 0{,}025 =$ **0,005**
c. $\mathbf{Q} = P(S \cap \overline{N}) + P(\overline{S} \cap N) =$ **0,009**.

3.3.

a. $\mathbf{P(N)} = P(S \cap N) + P(\overline{S} \cap N) = 0{,}796 + 0{,}005 =$ **0,801**
b. $\mathbf{P_N(\overline{S})} = P(\overline{S} \cap N) / P(N) = 0{,}005 / 0{,}801 =$ **0,00625**
c. $P_S(N) = 0{,}995 \neq P(N) = 0{,}801$
Les événements S et N ne sont pas indépendants.