

1. Questions de cours (5 points)

1.1. (u_n) est une suite ARITHMETIQUE de raison r .

- Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n et de r .
- Exprimer u_n en fonction de n , de r et de u_0 puis de n , de r et de u_1 .
- Comment calculer la somme S de n termes consécutifs de la suite (u_n) ?

1.2. (v_n) est une suite GEOMETRIQUE de raison q .

- Exprimer v_{n+1} en fonction de v_n et de q .
- Exprimer v_n en fonction de n , de q et de v_0 puis de n , de q et de v_1 .
- Comment calculer la somme T de n termes consécutifs de la suite (v_n) ?

2. Problème (15 points)

Ursula et Victor s'entraînent en vélo les samedis pendant 19 semaines.
La première semaine, ils parcourent 30 km et veulent effectuer ensemble une sortie de 120 km la 19^{ème} semaine.

2.1. Ursula décide d'augmenter chaque semaine sa distance de 5 km.

On appelle u_n la distance parcourue par Ursula la $n^{\text{ième}}$ semaine.

- Prouver que la suite (u_n) est arithmétique ; donner u_1 et sa raison r .
- Exprimer u_n en fonction de n et calculer u_{10} .
- Combien de km Ursula a-t-elle parcouru en tout pendant ces 19 semaines ?

2.2. Victor décide d'augmenter chaque semaine sa distance de 8 %.

On appelle v_n la distance parcourue par Victor la $n^{\text{ième}}$ semaine.

- Prouver que la suite (v_n) est géométrique ; donner v_1 et sa raison q .
- Exprimer v_n en fonction de n et calculer v_{10} . (à 1km près).
- Combien de km Victor a-t-il parcouru en 19 semaines (à 1km près) ?

2.3. Représenter graphiquement les deux suites en fonction du temps

(1cm/1GC pour 1semaine ou 10 km) et interpréter les résultats obtenus :

- Quels sont les noms des courbes, leurs variations (expliquer).
- Qui a parcouru le plus de km ? Comment le voit-on sur le graphique ?

1. Questions de cours : 2.5+2.5 = 5 points

$$u_{n+1} = u_n + r. \quad u_n = u_0 + nr = u_1 + (n-1)r. \quad S = n \frac{1^{\text{er}} + \text{dernier terme}}{2}$$

$$v_{n+1} = v_n \cdot q. \quad v_n = v_0 \cdot q^n = v_1 \cdot q^{n-1}. \quad T = 1^{\text{er}} \text{ terme} \times \frac{1 - q^n}{1 - q}$$

2.

2.1. : 2+1+2 = 5 points

- Chaque semaine Ursula ajoute le même nombre à sa distance : 5 km donc (u_n) est arithmétique de raison $q = 5$.
- $u_n = 30 + 5(n-1) = 5n + 25$; $u_{10} = 75$.
- $u_{19} = 120$ donc en 19 semaines $S = 19 \cdot (30+120)/2 = 1425$ km.

2.2. : 2+1+2 = 5 points

- Chaque semaine Victor multiplie sa distance par le même nombre : 1.08 donc (v_n) est géométrique de raison $q = 1.08$.
- $v_n = 30 \times 1.08^{n-1} \approx 27.78 \times 1.08^n$; $v_{10} \approx 60$.
- En 19 semaines $T = 30 \times \frac{1.08^{19} - 1}{1.08 - 1} \approx 1243$ km.

2.3. Dessins = 2+2+1 = 5 points

 $(u_n) : y_1 = 5n + 25$ et $(v_n) : y_2 = 30 \times 1.08^{n-1}$

- (u_n) est arithmétique, sa courbe est une droite, **croissante** car $r = 5 > 0$.
 (v_n) est géométrique, de courbe exponentielle, **croissante** car $q = 1.08 > 1$.
- En 19 semaines Ursula a parcouru plus de km que Victor. On le voit car la courbe de (u_n) est toujours **au dessus** de celle de (v_n) .

