Ds4c : 1h **MATHEMATIQUES** **17/02/2014**

1. Cours (6 points)

f(x)	f '(x)	Validité
k	**0**	k constante
x	**1**	$x \in \mathbb{R}$
x^2	$\mathbf{2x}$	$x \in \mathbb{R}$
x^3	$\mathbf{3x^2}$	$x \in \mathbb{R}$
x^n	$\mathbf{n.x^{n-1}}$	$x \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}$ ($x \neq 0$ si $n < 0$)
$\frac{1}{x}$	$\mathbf{\frac{-1}{x^2}}$	$x \in]-\infty ; 0[$ $x \in]0 ; +\infty[$
$\sqrt{x}$	$\mathbf{\frac{1}{2\sqrt{x}}}$	$x \in]0 ; +\infty[$
mx + p	**m**	$x \in \mathbb{R}$
$ax^2 + bx + c$	**2ax + b**	$x \in \mathbb{R}$

La dérivée
de la somme de
deux fonctions
est égale à
la somme de
leurs dérivées.

Si on multiplie
une fonction
par une constante,
sa dérivée
est multipliée par
la même constante.

2. Problème

Partie A (6 points)

2.1.

a. 20 litres → **150 €** et 80 litres → **600 €.**

b. 250 € → **40 litres**.

c. Coût < 500 € ⇔ Production **< 70,6 litres.**

2.2.

a. **7,5 € par litre**. Le bénéfice est nul pour 20 litres ou 80 litres.

b. Sur le graphique précédent, tracer la droite d'équation **y = 7,5x**.

c. Entre **20 et 80 litres** par jour l'entreprise est bénéficiaire.

Partie B (8 points)

2.3. f '(x) = 0,125x + 1,25.
f '(x) > 0 pour x > 0 donc
f est croissante sur [0 ; 100].

x	0		100
f '		+	
f	100	↗	850

2.4. $h(x) = 6,25x - 0,0625x^2 - 100$.

a. $h'(x) = 6.25 - 0.125x$.

$h'(x) > 0 \Leftrightarrow x < 50$

$h'(x) < 0 \Leftrightarrow x > 50$

donc h est croissante sur [0 ; 50] et décroissante sur [50 ; 100].

x	0		50		100
h '		+	0	–	
h	-100	↗	56.25	↘	-100

b. Le bénéfice maximal est **56.25 €** pour une production de **50 litres**.