Ds4 : 1h	MATHEMATIQUES	17/02/2014

NOM :

1. **Cours** (6 points)

1.1. Compléter le tableau de dérivées

Fonction f(x)	Dérivée f '(x)	Validité
k		k constante
x		$x \in \mathbb{R}$
x^2		$x \in \mathbb{R}$
x^3		$x \in \mathbb{R}$
x^n		$x \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}$ ($x \neq 0$ si $n < 0$)
$\frac{1}{x}$		$x \in]-\infty ; 0[$ $x \in]0 ; +\infty[$
$\sqrt{x}$		$x \in]0 ; +\infty[$
mx + p		$x \in \mathbb{R}$
$ax^2 + bx + c$		$x \in \mathbb{R}$

1.2. Citer le théorème concernant la dérivée de la somme de deux fonctions.

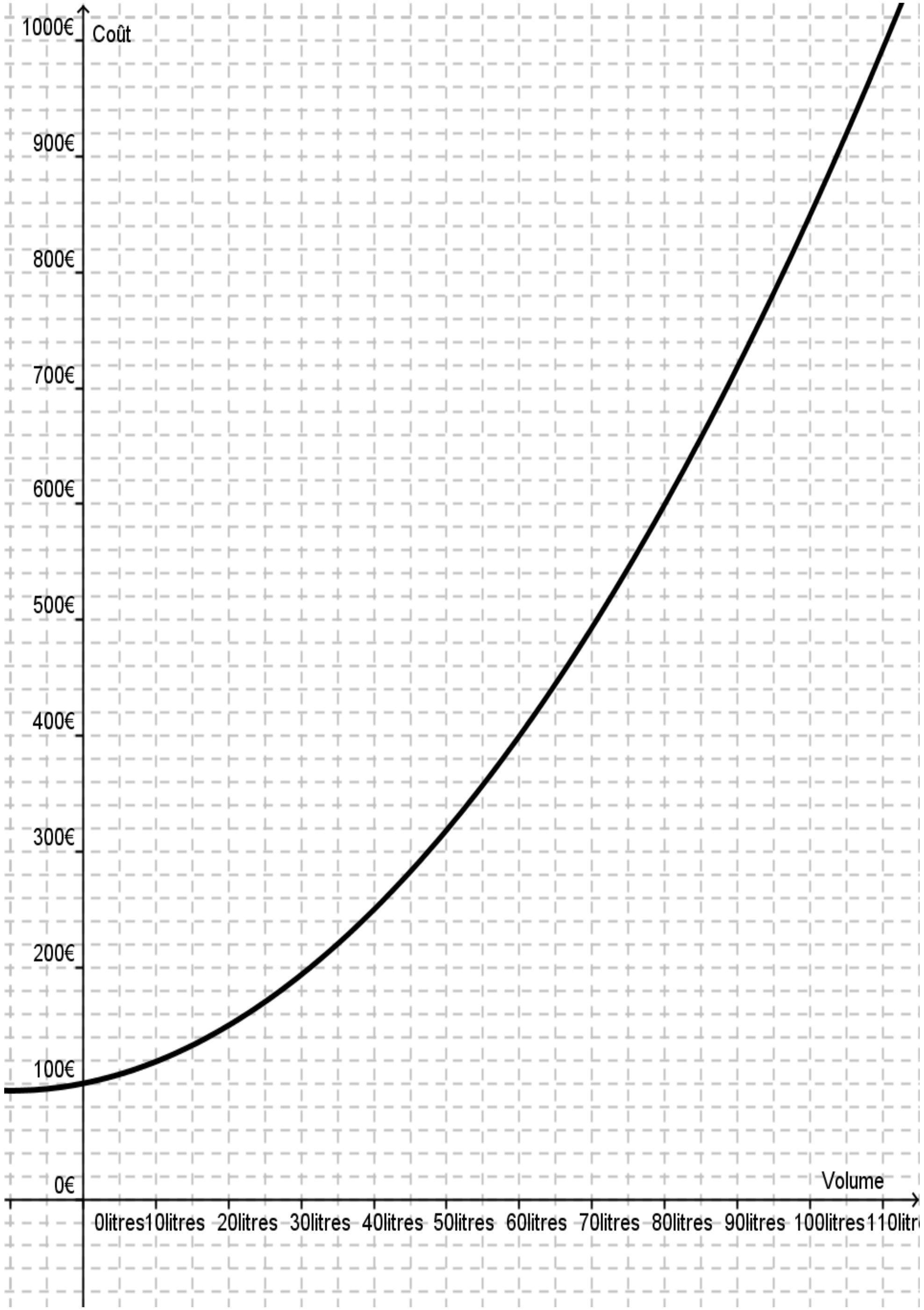
1.3. Si on multiplie une fonction par une constante, que devient sa dérivée ?

2. <u>Problème</u>

Partie A (6 points)

Dans une entreprise pharmaceutique, la production journalière de x litres de sirop amène un coût de fabrication, en € noté f(x), pour $0 \leq x \leq 100$.
On a tracé ci-contre la courbe C représentative de la fonction f dans le plan rapporté à un repère orthogonal ; le volume, en litres, de sirop produit est porté en abscisse, et le coût de fabrication, en €, en ordonnée.
Ce sirop est revendu au prix de 7,50 € par litre. Le chiffre d'affaires, en €, réalisé par l'entreprise, pour la vente de x litres est donc égal à **g(x) = 7,5x**.

2.1. Par lecture graphique, répondre aux questions suivantes.
a. Quel est le coût de fabrication pour une production journalière de 20 litres ?
de 80 litres ?
b. Quelle production journalière correspond à un coût de fabrication de 250 € ?
c. Quelle est la production journalière maximale pour que le coût de fabrication ne dépasse pas 500 € ?
2.2.
a. Déduire de **2.1.a.** le coût d'un litre quand la production est 20 litres. 80 litres.
b. Sur le graphique précédent, tracer la droite d'équation **y = 7,5x**.
c. Déterminer graphiquement dans quel intervalle doit être situé le nombre journalier de litres de sirop produit pour que l'entreprise soit bénéficiaire.



Partie B (8 points)

On admet que la fonction f est définie, pour tout nombre réel x de l'intervalle [0 ; 100], par $\mathbf{f(x) = 0{,}0625x^2 + 1{,}25x + 100}$
2.3. Calculer f '(x), la dérivée de f. Dresser le tableau de variation de f.
2.4. Soit h la fonction définie pour tout nombre réel x de [0 ; 100] par h(x) = g(x) – f(x). h représente le bénéfice de l'entreprise.
a. Calculer la dérivée de h, h'(x). Dresser le tableau de variation de h.
b. Quel est le bénéfice maximal que l'entreprise peut réaliser ?
Déterminer la production journalière correspondante.
Faire figurer ces résultats sur la courbe ci-jointe.