

1. Questions de cours

1.1. (u_n) est une suite ARITHMETIQUE de raison a.

- Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n et de a.
- Exprimer u_n en fonction de n, de a et de u_0 puis de n, de a et de u_1 .
- Comment calculer la somme S de n termes consécutifs de la suite (u_n) ?

1.2. (v_n) est une suite GEOMETRIQUE de raison b.

- Exprimer v_{n+1} en fonction de v_n et de b.
- Exprimer v_n en fonction de n, de b et de v_0 puis de n, de b et de v_1 .
- Comment calculer la somme Σ de n termes consécutifs de la suite (v_n) ?

2. Ursula et Victor s'entraînent en vélo les samedis pendant 19 semaines.

La première semaine, ils parcourent 30 km et veulent effectuer ensemble une sortie de 120 km la 19^{ème} semaine.

2.1. Ursula décide d'augmenter chaque semaine sa distance de 5 km.

On appelle u_n la distance parcourue par Ursula la n^{ème} semaine.

- Prouver que la suite (u_n) est arithmétique ; donner sa raison a.
- Exprimer u_n en fonction de n et calculer u_{10} .
- Combien de km Ursula a-t-elle parcouru en 19 semaines ?

2.2. Victor décide d'augmenter chaque semaine sa distance de 8 %.

On appelle v_n la distance parcourue par Victor la n^{ème} semaine.

- Prouver que la suite (v_n) est géométrique ; donner sa raison b.
- Exprimer v_n en fonction de n et calculer v_{10} . (à 1km près)
- Combien de km Victor a-t-il parcouru en 19 semaines (à 1km près) ?

2.3. Représenter graphiquement les deux suites en fonction du temps

(1cm/1GC pour 1semaine ou 10 km) et interpréter les résultats obtenus :

- Quels sont les noms des courbes, leurs variations (expliquer).
- Qui a parcouru le plus de km ? Comment le voit-on sur le graphique ?
- S'ils continuent ainsi, Victor aura-t-il un jour parcouru plus de km qu'Ursula ? Si oui au bout de combien de semaines ?

1. Questions de cours : 3+3 = 6

$$u_{n+1} = u_n + a. \quad u_n = u_0 + na = u_1 + (n-1)a. \quad S = n \frac{1^{\text{er}} + \text{dernier terme}}{2}$$

$$v_{n+1} = v_n \cdot b. \quad v_n = v_0 \cdot b^n = v_1 \cdot b^{n-1}. \quad \Sigma = 1^{\text{er}} \text{ terme} \times \frac{1-b^n}{1-b}$$

2.

2.1. : 2+2+2 = 6

a. Chaque semaine Ursula ajoute le même nombre à sa distance : 5 km donc (u_n) est arithmétique de raison **a = 5**.b. $u_n = 30 + 5(n-1) = 5n + 25$; $u_{10} = 75$.c. $u_{19} = 120$ donc en 19 semaines $S = 19 \cdot (30+120)/2 = 1425$ km.

2.2. : 2+2+2 = 6

a. Chaque semaine Victor multiplie sa distance par le même nombre : 1.08 donc (v_n) est géométrique de raison **b = 1.08**.b. $v_n = 30 \times 1.08^{n-1} \approx 27.78 \times 1.08^n$; $v_{10} \approx 60$.c. En 19 semaines $\Sigma = 30 \cdot (1.08^{19} - 1)/0.08 \approx 1243$ km.

2.3. Dessins = 1 +2+1+2 = 6

a. (u_n) est arithmétique, sa courbe est une droite, **croissante** car **a = 5 > 0**. (v_n) est géométrique, de courbe exponentielle, **croissante** car **b = 1.08 > 1**.

b. En 19 semaines Ursula a parcouru plus de km que Victor.

On le voit car la courbe de (u_n) est toujours **au dessus** de celle de (v_n) .c. Après la 19^{ème} semaine, Victor augmente de plus 9.6 km, soit beaucoup plus qu'Ursula. S'ils continuent ainsi, et en comparant les fonctions :

$$f(x) = x \frac{30 + 30 + 5(x-1)}{2} = 2.5x^2 + 27.5x \text{ et}$$

$$g(x) = 30 \times \frac{1 - 1.08^x}{1 - 1.08} = 375 \times (1.08^x - 1)$$

on voit que Victor aura parcouru plus de km qu'Ursula à la 27^e semaine.(2405 et 2398.6 km la 26^e semaine ; 2565 et 2620.5 km la 27^e semaine)