Exemples d’exercices de type « bac »

Série ST2S

Exercice 1 **7 points**

On étudie le nombre de bactéries contenues dans un organisme à la suite d’une infection. Il est donné, en fonction du temps (exprimé en heures), par la fonction f définie par : $f(t) = 100\,000 \times 1{,}1^t$ pour t compris entre 0 et 3.

PARTIE A

1. Reproduire et compléter le tableau suivant. On donnera les valeurs arrondies à la dizaine :

t	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$f(t)$							

2. On admet que f a les mêmes variations, pour t compris entre 0 et 3, que la fonction d’expression $1{,}1^t$. Donner le tableau de variation de f.

3. Tracer dans un repère la courbe représentative de la fonction f. On prendra comme unités graphiques 2 cm pour 1 heure en abscisse et 1 cm pour 2000 bactéries en ordonnée. On graduera l’axe des ordonnées à partir de 100 000.

PARTIE B

À partir du graphique réalisé dans la partie A, répondre aux questions suivantes.

1. Combien dénombre-t-on de bactéries au bout de 1heure et 30 minutes ? 2 heures et 45 minutes ?

2. Au bout de combien de temps le nombre de bactéries a-t-il augmenté de 5 % ? De 10 % ?

PARTIE C

1. Résoudre par le calcul :

- **a.** l’équation : $f(t) = 105\,000$
- **b.** l’inéquation : $f(t) > 110\,000$

2. Comparer avec les résultats de la partie B.

Les compétences mobilisées dans cet exercice

1- Mobiliser et Restituer des connaissances	X	**4-** Évaluer, critiquer un résultat, vérifier la validité d’un résultat ou d’une méthode	X
2- Appliquer des méthodes	X	**5-** Rechercher, organiser et traiter l’information	X
3- Prendre des initiatives, choisir un modèle, émettre une conjecture, expérimenter		**6-** Développer une démarche connue, mettre en forme un raisonnement	X

Exercice 2 **7 points**

PARTIE A

À l'instant t = 0 (t exprimé en heure), on injecte dans le sang par piqûre intraveineuse une dose de 1,8 mg d'un médicament. On suppose que le médicament se répartit instantanément dans le sang et qu'il est progressivement éliminé.
On considère que le corps élimine chaque heure 30% du médicament.
On note R_n la quantité en mg de médicament présente dans le sang à l'instant $t = n$, avec $n \in \mathbf{N}$.
On a : $\mathrm{R}_0 = 1{,}8$

1. Calculer R_1 et R_2.

2. Exprimer R_{n+1} en fonction de R_n puis démontrer que la suite (R_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

3. Pour calculer chaque heure la quantité de médicament présente dans le sang, on utilise un tableur. La feuille de calcul est donnée en annexe 1.
Quelle formule peut-on entrer dans la cellule B3 de façon à pouvoir la recopier vers le bas jusqu'à B12 ? Remplir les cellules B2, B3 et B4.

4. Exprimer R_n en fonction de n.
Quelle autre formule peut-on entrer dans la cellule B3 de façon à pouvoir aussi la recopier vers le bas ?

5. Au bout de combien de temps ne reste-t-il que 10 % du médicament ?

PARTIE B

Pour avoir des résultats plus précis, on admet que le processus d'élimination peut-être modélisé par la fonction Q définie sur $[0 ; +\infty[$ par : $Q(t) = 1{,}8 \times (0{,}7)^t$
t est exprimé en heures et $Q(t)$ est la quantité en mg de médicament présente dans le sang à l'instant t.

1. Sur la feuille annexe 2 on donne la représentation graphique de Q sur l'intervalle [0 ; 10].
Par lecture graphique, répondre aux questions suivantes, en laissant apparents les traits de construction :

- **a)** au bout de 3 heures quelle est la quantité de médicament présente dans le sang ?
- **b)** au bout de combien de temps ne reste-t-il que 10% de la quantité initiale de médicament dans le sang ?

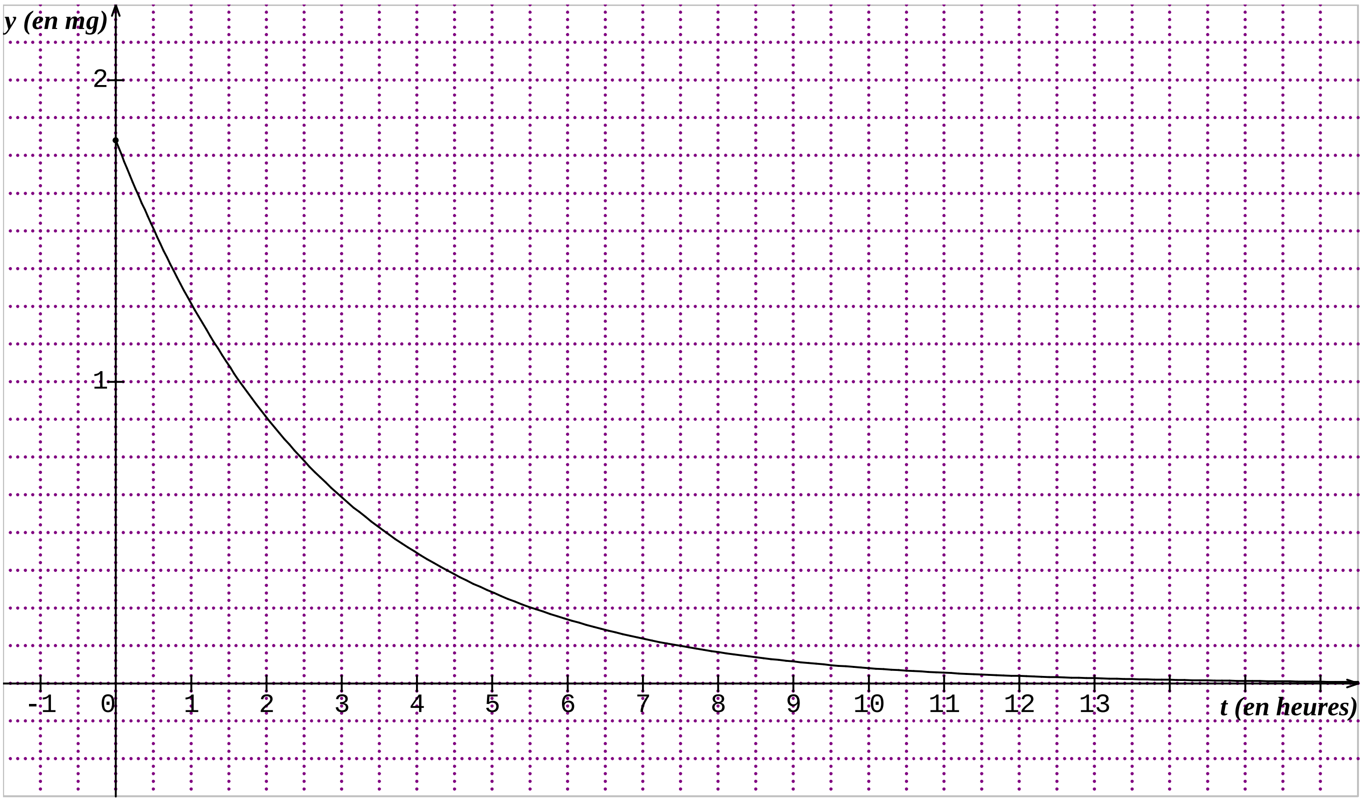
2. À l'aide de la calculatrice remplir le tableau de valeurs ci-dessous, puis donner une valeur approchée par défaut du temps au bout duquel il ne reste que 10% du médicament dans le sang (la réponse sera donnée en heures et minutes).

t	6,1	6,2	6,3	6,4	6,5	6,6	6,7	6,8	6,9
$Q(t)$									

Annexe 1

	A	B
1	n	R_n
2	0	
3	1	
4	2	
5	3	0,6174
6	4	0,43218
7	5	0,302526
8	6	0,2117682
9	7	0,14823774
10	8	0,10376642
11	9	0,07263649
12	10	0,05084554

Annexe 2



Les compétences mobilisées dans cet exercice

1- Mobiliser et restituer des connaissances	X	**4-** Évaluer, critiquer un résultat, vérifier la validité d'un résultat ou d'une méthode	X
2- Appliquer des méthodes	X	**5-** Rechercher, organiser et traiter l'information	X
3- Prendre des initiatives, choisir un modèle, émettre une conjecture, expérimenter		**6-** Développer une démarche connue, mettre en forme un raisonnement	X

Exercice 3 **7 points**

Partie A

On a représenté en annexe la courbe donnant le taux d’insuline d’une personne pendant les deux premières heures suivant le repas.
Ce taux (en µU.mL^{-1}) est donné en fonction du temps t (en heures) par la fonction f définie sur [0 ; 2] par :
$f(t) = 0{,}4 \times 10^{t} + 90$

1) Calculer le taux d’insuline au bout d’une heure, puis au bout d’une heure et quart.

2) Résoudre par le calcul l’équation : $f(t) = 102$
Donner la valeur exacte puis la valeur arrondie au dixième de la solution.
Que représente concrètement ce nombre ?

Partie B

Pendant les 3 heures suivantes, le taux d’insuline est donné par la fonction g, définie et dérivable sur [2 ; 5], d’expression :
$g(t) = 3{,}5\,t^2 - 35t + 186$

1) Soit g' la fonction dérivée de la fonction g.

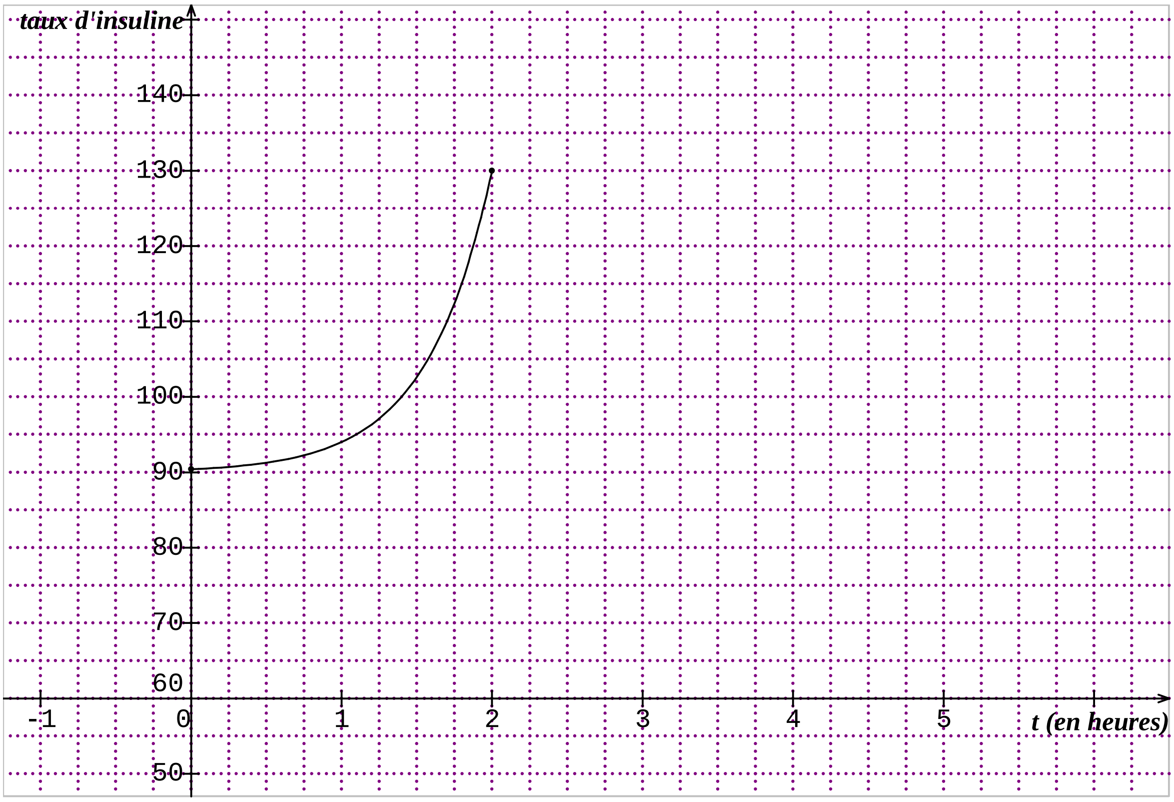
Calculer $g'(t)$ et en déduire le tableau de variation de la fonction g sur l’intervalle [2 ; 5].

2) Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant :

t	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
$g(t)$	130						

3) Compléter le graphique de l’annexe pour les trois dernières heures.

4) Déterminer graphiquement pendant combien de temps le taux d’insuline est supérieur strictement à 110 µU.mL^{-1}.



Les compétences mobilisées dans cet exercice

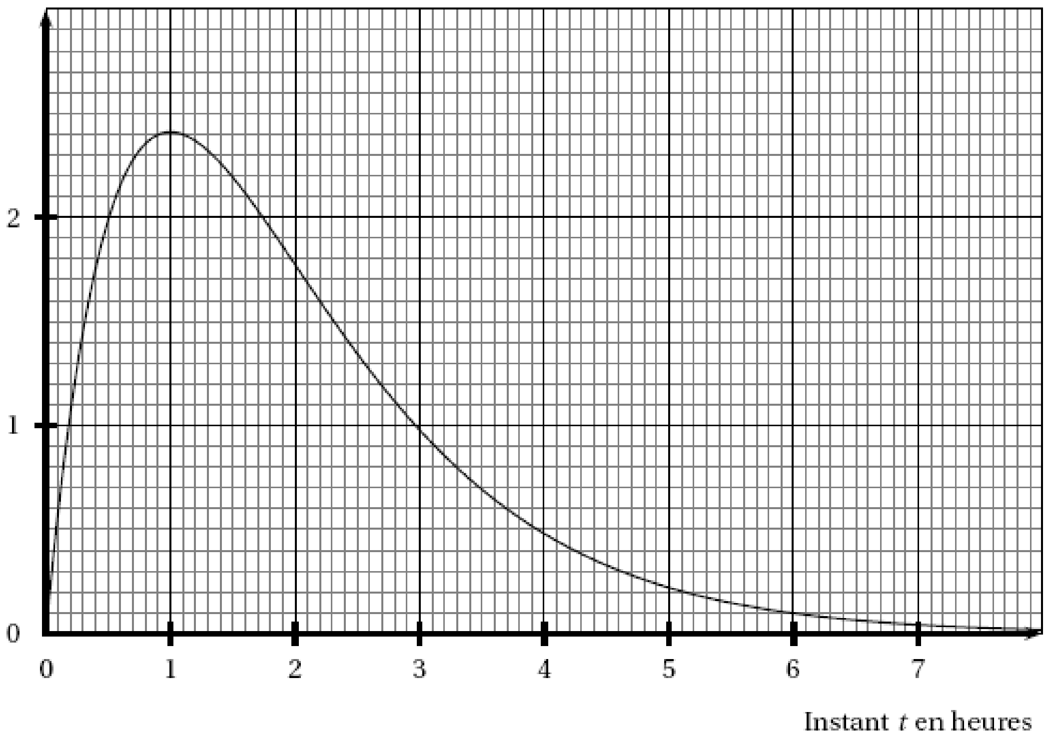
1- Mobiliser et restituer des connaissances	X	**4-** Évaluer, critiquer un résultat, vérifier la validité d’un résultat ou d’une méthode	X
2- Appliquer des méthodes	X	**5-** Rechercher, organiser et traiter l’information	X
3- Prendre des initiatives, choisir un modèle, émettre une conjecture, expérimenter		**6-** Développer une démarche connue, mettre en forme un raisonnement	

Exercice 4 **5 points**

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A

Pour effectuer un examen médical, on injecte par piqûre intramusculaire une dose de 3 cm^3 d'une substance médicamenteuse dans le sang d'un malade à l'instant $t = 0$ (t est exprimé en heures). Celle-ci passe alors progressivement dans le sang. La diffusion atteint son maximum au bout d'une heure. La courbe ci-dessous représente la quantité de substance en cm^3 présente dans le sang à l'instant t.



1) Tracer la tangente à la courbe au point d'abscisse 2, sachant que son coefficient directeur est égal à $-0,9$.
2) À partir du graphique, commenter l'évolution de la quantité de la substance médicamenteuse contenue dans le sang.
3) Pour pouvoir effectuer l'examen, il faut que la quantité de substance médicamenteuse présente dans le sang soit supérieure ou égale à 0,5 cm^3. Déterminer graphiquement de combien de temps on dispose pour faire cet examen.

Partie B

On a injecté par piqûre intraveineuse 1 cm^3 de médicament à un malade à l'instant $t = 0$. La substance se répartit immédiatement dans le sang et elle est ensuite progressivement éliminée.

Expérimentalement, on montre que la quantité de substance présente dans le sang à l'instant t (exprimé en heures) peut être modélisée par la fonction q, définie sur [0 ; 10] par : $q(t) = 0,9^{\,t}$

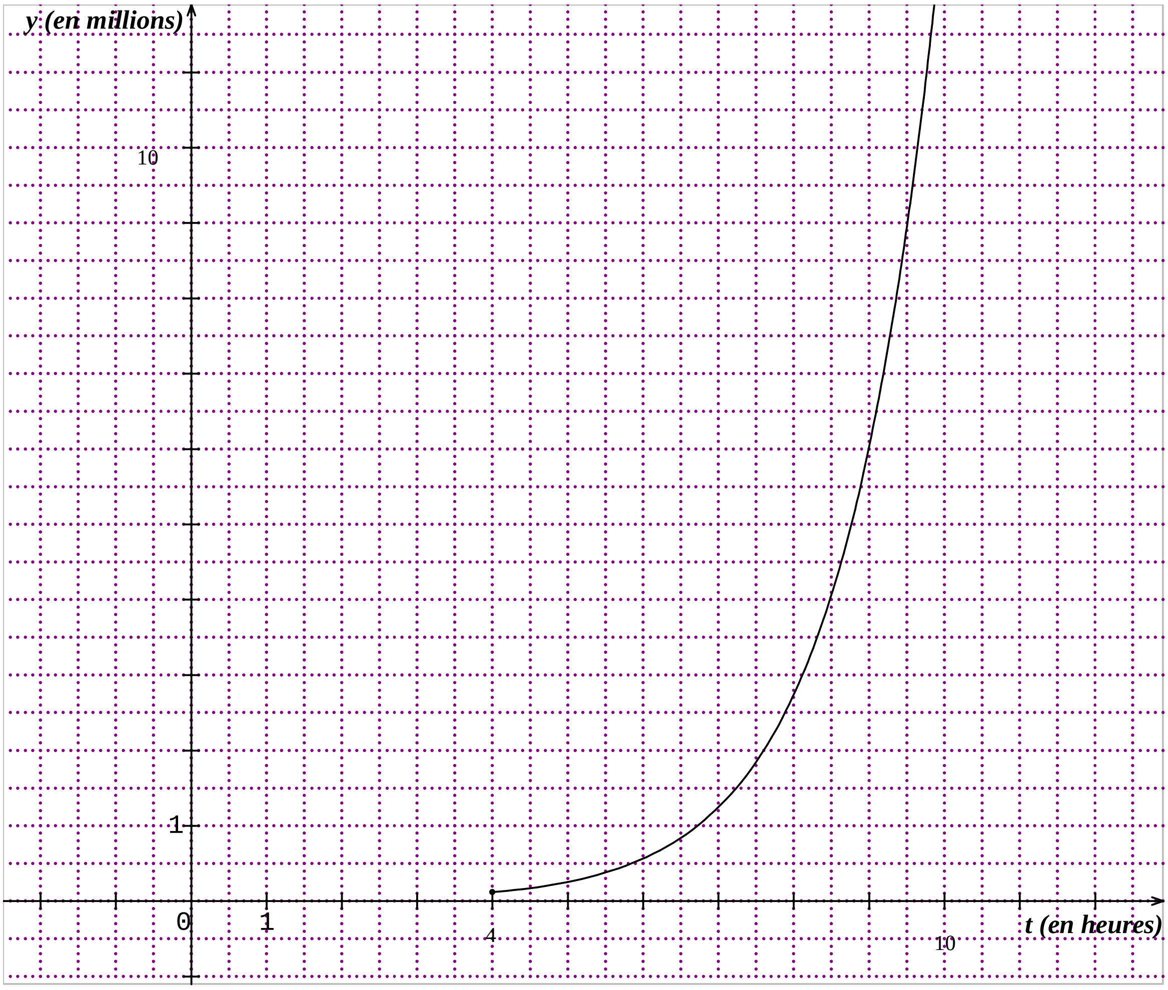
1) Calculer le volume du produit restant au bout de 90 minutes.
2) Quel volume de ce produit le malade a-t-il éliminé au bout d'une demi-heure ? Au bout d'une heure ?
3) Quel est le sens de variation de la fonction q sur l'intervalle [0 ; 10] ? On indiquera le résultat de cours utilisé.

Les compétences mobilisées dans cet exercice

1- Mobiliser et restituer des connaissances	X	**4-** Évaluer, critiquer un résultat, vérifier la validité d'un résultat ou d'une méthode	X
2- Appliquer des méthodes	X	**5-** Rechercher, organiser et traiter l'information	X
3- Prendre des initiatives, choisir un modèle, émettre une conjecture, expérimenter		**6-** Développer une démarche connue, mettre en forme un raisonnement	

Exercice 5 **5 points**

Le graphique ci-dessous fournit la courbe représentative d'une fonction f de la variable t définie sur l'intervalle [4, 10].



On étudie la croissance d'une souche de bactéries cultivées dans un milieu liquide contenant des substrats appropriés.
On admet que, entre les instants $t = 4$ et $t = 10$ (t exprimé en heures), le nombre de bactéries par unité de volume, exprimé en millions, peut être modélisé sur l'intervalle [4, 10] par $f(t)$ où f est la fonction représentée ci-dessus.

1. **a.** Résoudre graphiquement dans l'intervalle [4, 10] l'équation : $f(t) = 0{,}5$
b. En déduire au bout de combien de temps, en heures et minutes, le nombre de bactéries par unité de volume est de 500 000.
c. Déterminer graphiquement au bout de combien de temps, en heures et minutes, le nombre de bactéries par unité de volume est de 1 000 000.

2. On admet dans cette question que, pour tout t dans l'intervalle [4 ; 10], l'expression de f est : $f(t) = 0{,}005 \times (2{,}2)^{t}$
a. Calculer la valeur arrondie au millième de $f(4)$.
b. Déduire du **a**. le nombre de bactéries par unité de volume à l'instant $t = 4$.
c. Utiliser la fonction logarithme décimal pour résoudre dans l'intervalle [4 ; 10] l'équation : $f(t) = 0{,}5$
Donner la valeur exacte de la solution puis sa valeur arrondie au centième.
On retrouve ainsi, par le calcul, le résultat obtenu graphiquement à la question 1.a)

Les compétences mobilisées dans cet exercice

1- Mobiliser et restituer des connaissances	X	**4-** Évaluer, critiquer un résultat, vérifier la validité d'un résultat ou d'une méthode	X
2- Appliquer des méthodes	X	**5-** Rechercher, organiser et traiter l'information	X
3- Prendre des initiatives, choisir un modèle, émettre une conjecture, expérimenter		**6-** Développer une démarche connue, mettre en forme un raisonnement	

Exercice 6 **5 points**

Dans cet exercice, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

Le pH d'une solution aqueuse est défini par :
pH = – log $[H_3O^+]$ où $[H_3O^+]$ désigne la concentration en ions H_3O^+ (en moles par litre).

1) Calculer le pH correspondant à une concentration $[H_3O^+] = 4{,}0$ mol.L^{-1}.
Calculer la concentration en ions H_3O^+ d'une solution dont le pH est égal à 7.
L'étiquette d'une eau minérale gazeuse indique : pH = 6,3. Calculer la concentration en ions $[H_3O^+]$ de cette eau.

2) Comment évolue le pH quand la concentration diminue ?

3) Que devient le pH lorsque la concentration est divisée par 10 ? Par 100 ?

4) Que devient la concentration quand le pH diminue de 1 ? De 2 ?

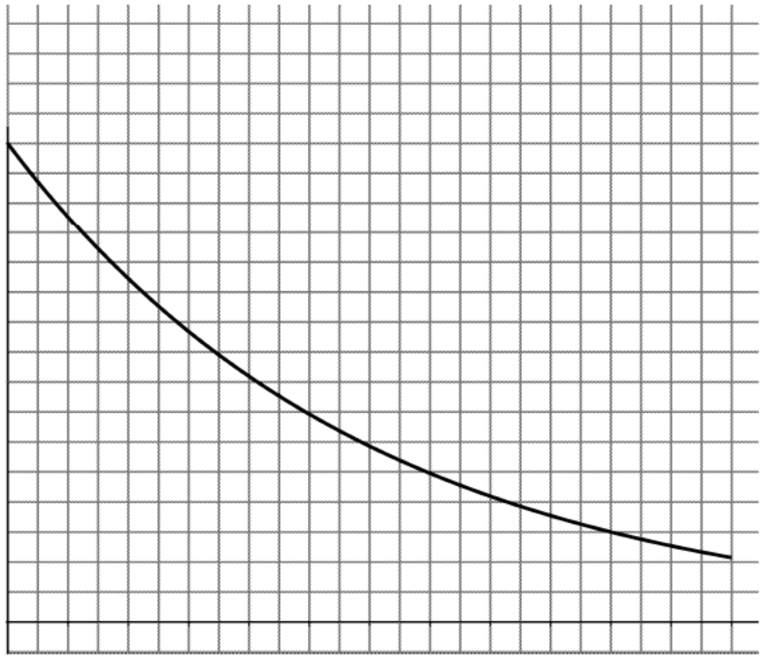
Les compétences mobilisées dans cet exercice

1- Mobiliser et restituer des connaissances	X	**4-** Évaluer, critiquer un résultat, vérifier la validité d'un résultat ou d'une méthode	X
2- Appliquer des méthodes	X	**5-** Rechercher, organiser et traiter l'information	X
3- Prendre des initiatives, choisir un modèle, émettre une conjecture, expérimenter		**6-** Développer une démarche connue, mettre en forme un raisonnement	X

Exercice 7 **5 points**

On injecte à un malade une dose de 2 cm^3 d'un certain médicament M. La quantité de médicament présente dans le sang du malade pendant 24 heures suivant l'injection est donnée par la courbe ci-dessous :

1. Graduer les axes de coordonnées.



2. Déterminer graphiquement le temps écoulé après l'injection pour que la quantité de médicament présente dans le sang soit la moitié de la dose injectée.

3. Déterminer graphiquement le pourcentage de médicament encore présent dans le sang au bout de 24 heures.

4. La fonction f représentée ci-dessus est définie sur l'intervalle [0 ; 24] par : $f(t) = 2 \times 0{,}92^{\,t}$

a. Calculer $f(12)$ et vérifier graphiquement le résultat en laissant apparents les traits de construction.

b. Résoudre l'équation $f(t) = 1$ et comparer avec le résultat obtenu par lecture graphique à la question 1.b.

c. Calculer $\dfrac{f(t+1)}{f(t)}$.

En déduire que la quantité de médicament présente dans le sang diminue d'environ 8 % toutes les heures, à 1% près.

Les compétences mobilisées dans cet exercice

1- Mobiliser et restituer des connaissances	X	**4-** Évaluer, critiquer un résultat, vérifier la validité d'un résultat ou d'une méthode	X
2- Appliquer des méthodes	X	**5-** Rechercher, organiser et traiter l'information	X
3- Prendre des initiatives, choisir un modèle, émettre une conjecture, expérimenter		**6-** Développer une démarche connue, mettre en forme un raisonnement	X

Exercice 8 **5 points**

Partie A – Étude d'une fonction

On considère la fonction f définie et dérivable sur l'intervalle [0 ; 120] d'expression : $f(x) = \dfrac{10}{20 + x}$

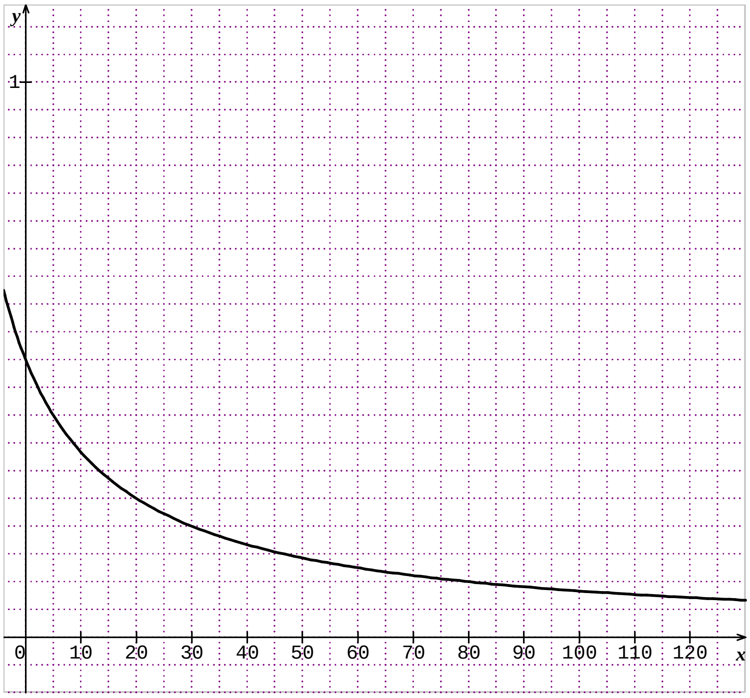
Soit C sa courbe représentative dans un repère donné.

On admet que la fonction dérivée de la fonction f sur [0 ; 120] est définie par : $f'(x) = \dfrac{-10}{(20 + x)^2}$

1. Après avoir déterminé le signe de $f'(x)$, dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle [0 ; 120].
2. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe C au point d'abscisse 0.

Partie B – Application

On réalise des expériences dans lesquelles une quantité de un dm^3 de substrat se transforme en un produit sous l'action d'une enzyme.
On admet que la vitesse d'apparition du produit en $\mu mol.s^{-1}$, en fonction de la concentration x, exprimée en mmol, peut-être modélisée par la fonction f définie à la partie A. Une représentation graphique de la fonction f est donnée ci-dessous.



1. En laissant apparents les traits de constructions, déterminer graphiquement la vitesse de réaction pour une concentration de 15 mmol.
2. En laissant apparents les traits de constructions, déterminer graphiquement pour quelle concentration la vitesse d'apparition du produit aura diminué de 40%.

Les compétences mobilisées dans cet exercice

1- Mobiliser et restituer des connaissances	X	**4-** Évaluer, critiquer un résultat, vérifier la validité d'un résultat ou d'une méthode	X
2- Appliquer des méthodes	X	**5-** Rechercher, organiser et traiter l'information	X
3- Prendre des initiatives, choisir un modèle, émettre une conjecture, expérimenter		**6-** Développer une démarche connue, mettre en forme un raisonnement	

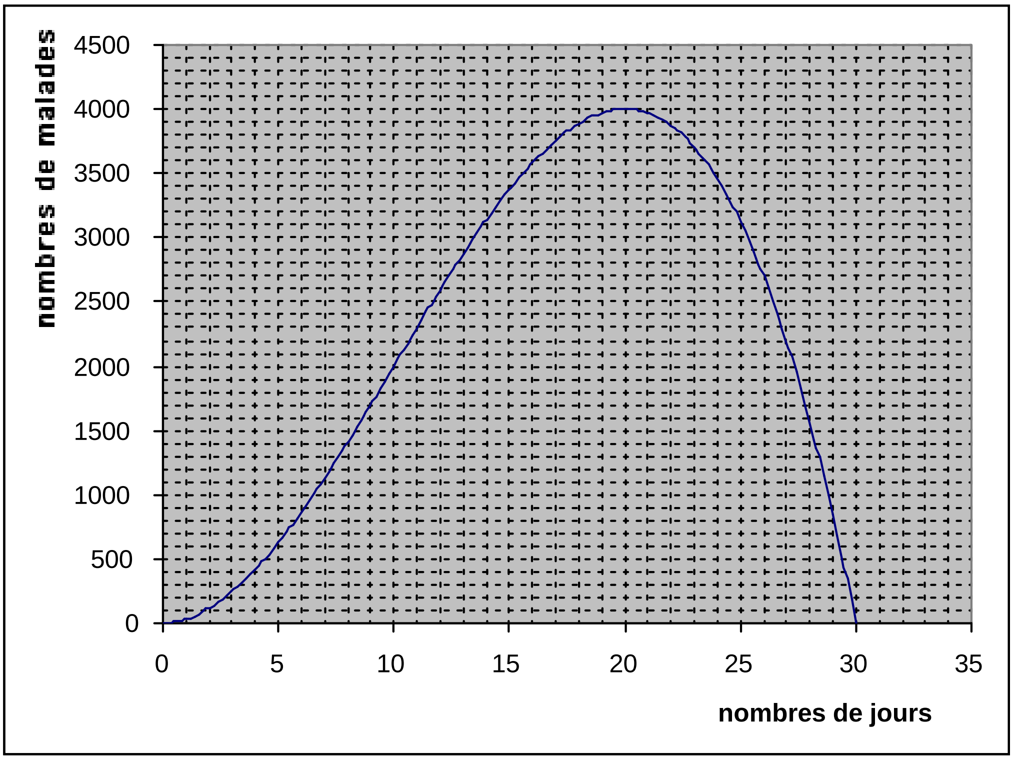
Exercice 9 **7 points**

Dans cet exercice, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

Une épidémie a frappé les habitants d'une ville.

Partie A

La courbe ci-dessous, notée C, représente le nombre de personnes malades en fonction du temps t, exprimé en jours.



1) Déterminer le nombre de malades le 5[e] jour.
2) Déterminer les jours où il y a 2 000 malades.
3) Déterminer le jour où le nombre de malades est maximal. Quel est alors ce maximum ?
4) Sur quels intervalles de temps, le nombre de malades est-il inférieur ou égal à 25 % de son maximum ?

Partie B :

Le nombre de personnes malades en fonction du temps t, exprimé en jours, peut être modélisé par la fonction f, définie et dérivable sur [0 ; 30], d'expression : $f(t) = -t^3 + 30t^2$

1) Calculer $f(5)$.
2) **a)** Calculer $f'(t)$ où f' désigne la fonction dérivée de f sur [0 ; 30].
b) En déduire le tableau de variations de f.
3) **a)** Calculer le nombre dérivé de f en 20. Interpréter graphiquement ce résultat.
b) Dans le repère de la partie A, tracer la tangente à C au point d'abscisse 20.
4) **a)** Calculer $f'(10)$.
b) Déterminer une équation de T la tangente à C au point d'abscisse 10, puis tracer T, dans le même repère.
5) **a)** Déterminer graphiquement la position de la courbe C par rapport à sa tangente T sur l'intervalle [0 ; 30].
b) Comparer alors la progression du nombre de nouveaux malades atteints chaque jour avant le dixième jour avec la progression du nombre de nouveaux malades atteints chaque jour après le dixième jour.

Formulaire : la dérivée sur **R** *de la fonction d'expression x^3 a pour expression $3x^2$, la dérivée sur* **R** *de la fonction d'expression x^2 a pour expression $2x$, et pour u et v deux fonctions dérivables sur* **R**, *et pour tout réel k, la dérivée de u+v est u'+v', celle de ku est ku'.*

Les compétences mobilisées dans cet exercice

1- Mobiliser et restituer des connaissances	X	**4-** Évaluer, critiquer un résultat, vérifier la validité d'un résultat ou d'une méthode	X
2- Appliquer des méthodes	X	**5-** Rechercher, organiser et traiter l'information	X
3- Prendre des initiatives, choisir un modèle, émettre une conjecture, expérimenter		**6-** Développer une démarche connue, mettre en forme un raisonnement	X