∽ Baccalauréat Blanc ES - Jeudi 26 février 2015 ∾

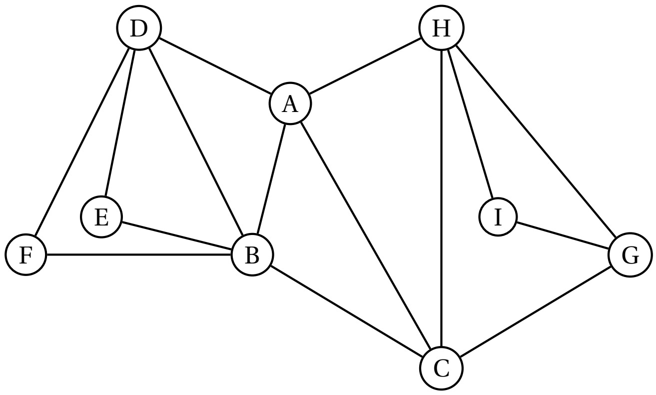
∽ MATHEMATIQUES ∾

**ATTENTION : cet exercice doit être rédigé sur une copie séparée
par les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité**

EXERCICE 4 **5 points**

Partie A : Étude d'un graphe

On considère le graphe $\mathscr{G}$ ci-dessous.



1. **a.** Déterminer en justifiant si le graphe $\mathscr{G}$ est complet.

   b. Déterminer en justifiant si le graphe $\mathscr{G}$ est connexe.

2. **a.** Donner le degré de chacun des sommets du graphe $\mathscr{G}$.

   b. Déterminer en justifiant si le graphe $\mathscr{G}$ admet un cycle eulérien ou une chaîne eulérienne.

3. **a.** Donner la matrice M associée au graphe $\mathscr{G}$ (les sommets seront rangés dans l'ordre alphabétique).

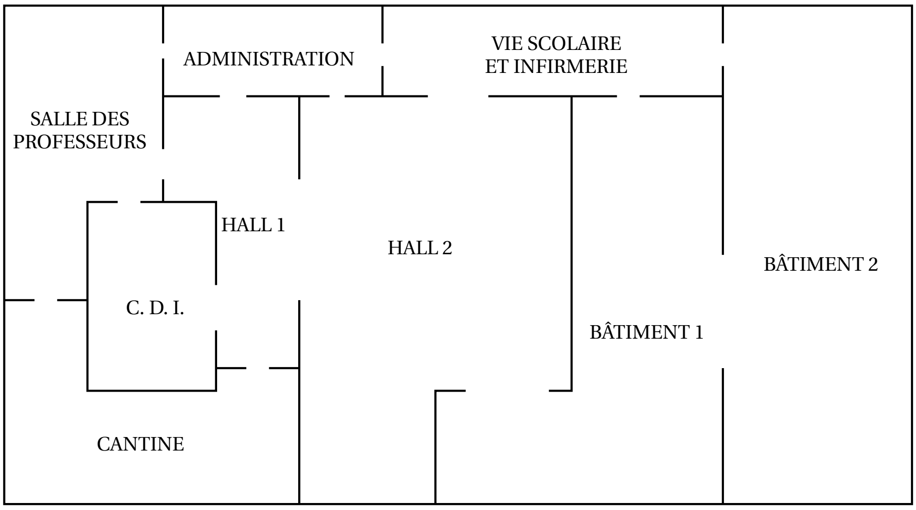
   b. On donne : $M^2 = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 & 1 & 2 & 2 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 5 & 1 & 3 & 1 & 1 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 2 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 4 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0 & 2 & 4 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

   Montrer, par le calcul, que le coefficient de la septième ligne et quatrième colonne de la matrice M^3 est égal à 3.

Partie B : Applications

Dans cette partie, on pourra justifier les réponses en s'aidant de la partie A

On donne ci-dessous le plan simplifié d'un lycée



1. Le graphe $\mathscr{G}$ donné en partie A modélise cette situation.

Recopier et compléter le tableau suivant :

Sommet du graphe $\mathscr{G}$	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Lieu correspondant dans le lycée									

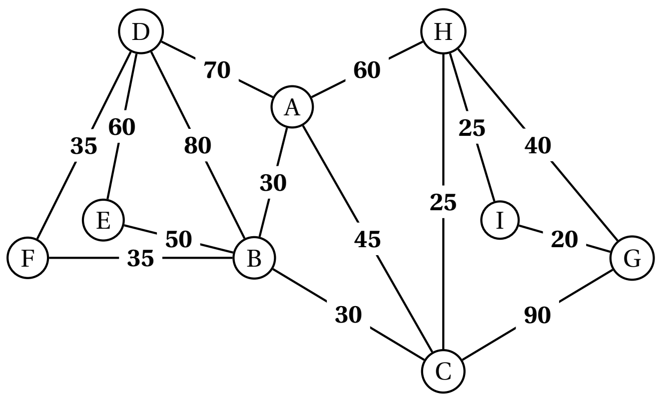
2. Un élève a cours de mathématiques dans le bâtiment 1. À la fin du cours, il doit rejoindre la salle des professeurs pour un rendez vous avec ses parents.

Déterminer le nombre de chemins en trois étapes permettant à l'élève de rejoindre ses parents puis indiquer quels sont ces chemins.

3. Le lycée organise une journée portes-ouvertes.

a. Déterminer, en justifiant, s'il est possible de visiter le lycée en empruntant une seule fois chaque passage entre les différents lieux.

b. Sur les arêtes du graphe $\mathscr{G}$ sont indiqués les temps de parcours exprimés en seconde entre deux endroits du lycée.



Déterminer, à l'aide de l'algorithme de Dijkstra, le chemin permettant de relier le sommet G au sommet D en un temps minimal.

Déterminer ce temps minimal, exprimé en seconde.