1. Soit les matrices $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 5 & 3 & -1 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$.

Calculer les produits $A \times B$ et $B \times A$ (présenter le calcul en montrant clairement le produit des lignes par les colonnes).

2.

2.1. Soit les matrices $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 12 & 9 & 6 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ et $N = \begin{pmatrix} -12 & 2 & -3 \\ 6 & -1 & 6 \\ 15 & -1 & -3 \end{pmatrix}$

Calculer $M \times N$ et en déduire sans calcul l'inverse de M.

2.2. 300 personnes ont visité une exposition. Le tarif normal est 12 €.
Il y avait des adultes, des jeunes et un groupe de lycéens.
Les jeunes ont 25 % de réduction et le tarif de groupe est à 50 %.
La recette a été 2925 €.
20 % des adultes et 40 % des jeunes ont loué un audiophone.
Chacun a payé 5 €, soit au total 255 €.

Combien y avait-t-il d'adultes, de jeunes, de lycéens ?
Ecrire un système et le résoudre obligatoirement en le remplaçant par des matrices que l'on introduira.
Les valeurs numériques finales seront obtenues à la calculatrice.

1. $\mathbf{AB} = \begin{pmatrix} \mathbf{10} & \mathbf{16} \\ \mathbf{9} & \mathbf{16} \end{pmatrix}$; $\mathbf{BA} = \begin{pmatrix} \mathbf{14} & \mathbf{8} & \mathbf{-2} \\ \mathbf{32} & \mathbf{18} & \mathbf{-4} \\ \mathbf{50} & \mathbf{28} & \mathbf{-6} \end{pmatrix}$

2.

2.1. $MN = 9\, I_3$ donc $M^{-1} = \frac{1}{9}N$

2.2. Soit x, y, z les trois effectifs.
Le problème se traduit par le système (S) : $\begin{cases} \mathbf{x + y + z = 300} \\ \mathbf{12x + 9y + 6z = 2925} \\ \mathbf{x + 2y = 255} \end{cases}$

Soit alors les matrices

$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 12 & 9 & 6 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 300 \\ 2925 \\ 255 \end{pmatrix}$; $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

(S) $\Leftrightarrow$ **AX =B** $\Leftrightarrow$ **X =** $\mathbf{A^{-1}B} = \begin{pmatrix} \mathbf{165} \\ \mathbf{45} \\ \mathbf{90} \end{pmatrix}$

Il y avait donc 165 adultes, 45 jeunes, 90 lycéens.