Ds1 : 1h30 **MATHEMATIQUES** **28/11/2014**

Barème possible : 4+4+4+4+4

1. Soit les matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 5 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} -4 & -6 & 2 \\ -10 & 0 & -8 \end{pmatrix}$.

1.1. Calculer 4A, 2A – B et 2A + B.
En déduire l'expression de B en fonction de A.

1.2. Calculer ${}^tB$ et $C = A.{}^tB$ (présenter le calcul en montrant clairement le produit des lignes par les colonnes). Que dire de la matrice C ?

2. Une entreprise de bâtiment achète ses matériaux (béton, briques et charpentes, en m^3) auprès des fournisseurs A et B. Les quantités sont données pour chaque semestre 2011 par les matrices C_1 et C_2 où les lignes représentent les matériaux et les colonnes les fournisseurs (dans l'ordre). Les prix de chaque matériau au 1er semestre sont représentés par la matrice P_1 où les lignes représentent les fournisseurs A et B et les colonnes les matériaux (dans l'ordre). Au 2ème semestre les prix augmentent de 4%.

$$C_1 = \begin{pmatrix} 125 & 102 \\ 79 & 95 \\ 24 & 20 \end{pmatrix} \quad ; \quad C_2 = \begin{pmatrix} 157 & 75 \\ 95 & 101 \\ 14 & 31 \end{pmatrix} \quad ; \quad P_1 = \begin{pmatrix} 275 & 515 & 2518 \\ 297 & 495 & 2425 \end{pmatrix}$$

2.1. Déterminer la matrice C de la commande totale pour l'année 2011 et la matrice P_2 des prix (arrondi à l'€ le plus proche) du second semestre 2011.

2.2. Ecrire la matrice colonne des commandes C_{A1} et la matrice ligne des prix P_{A1} du fournisseur A au 1er semestre.
En déduire le calcul matriciel du montant de la facture F_{A1} du fournisseur A au 1er semestre et donner le résultat.

2.3. En utilisant de même les matrices C_{B1}, P_{B1}, C_{A2}, P_{A2}, C_{B2}, P_{B2} écrire la formule matricielle permettant de calculer la dépense totale D_T en 2011.

3. Une entreprise fabrique deux types de téléviseurs :
➤ "Premier prix" (PP) pour lequel il faut 2 unités de Bureau d'étude (B), 3 unités de Main d'œuvre (M) et 6 unités de Composants électroniques (C).
➤ "Haute technologie" (HT) pour lequel il faut 4 unités de Bureau d'étude, 4 unités de Main d'œuvre et 12 unités de Composants électroniques.
Les coûts des unités sont 40€ pour le Bureau d'étude, 20€ pour la Main d'œuvre et 25€ pour les Composants.
L'entreprise reçoit une commande de 90 PP et 30 HT.
On donne les matrices de Fabrication, de Coût et de Commande :

$$F = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 4 \\ 6 & 12 \end{pmatrix} ; C = \begin{pmatrix} 40 & 20 & 25 \end{pmatrix} ; D = \begin{pmatrix} 90 \\ 30 \end{pmatrix}.$$

En écrivant des produits de ces matrices, calculer :

3.1. Le coût de production de chaque téléviseur (PP, HT).

3.2. Le nombre de chaque unité (B, M, C) nécessaire pour cette commande.

3.3. Le prix de revient total de cette commande.

4. Soit les matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ et $A' = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & -6 \\ -2 & -1 & 4 \end{pmatrix}$

4.1. Vérifier que $A' = A^{-1}$ (inverse de A)

4.2. En déduire la résolution du système **(S)** : $\begin{cases} 2x + 3y + 4z = 2 \\ 2y + 3z = 3 \\ x + 2y + 3z = 5 \end{cases}$

5. Une menuiserie a vendu 150 sièges pour un total de 7260€.
Ce sont des chaises vendues 30€ pièce et des fauteuils à 60€.
En utilisant un calcul matriciel (et votre calculatrice pour calculer l'inverse d'une matrice), trouver le nombre de chaises et de fauteuils vendus.