Chapitre 7

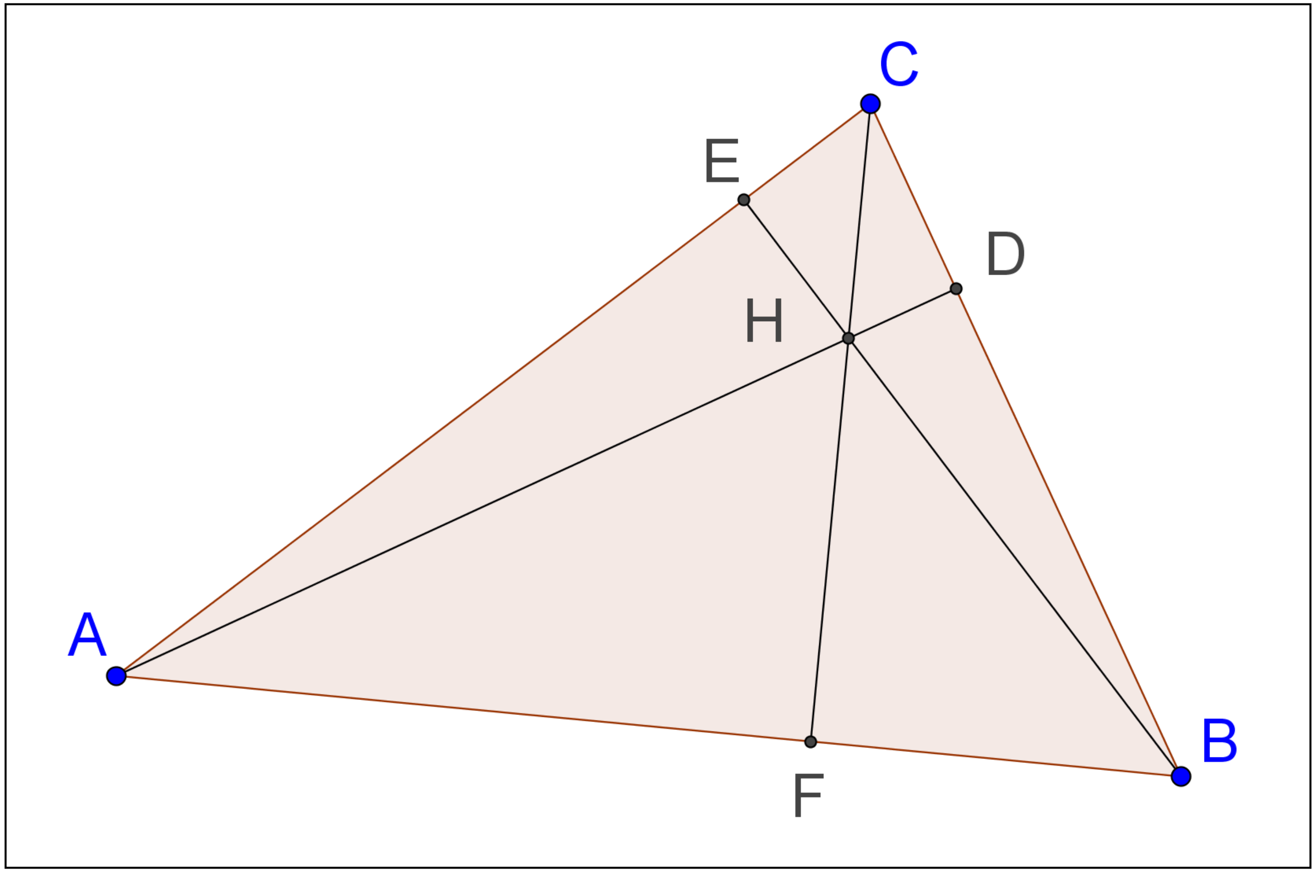
Géométrie plane

1. Les triangles

Hauteurs

Ce sont les perpendiculaires aux côtés, issues du sommet opposé.

Les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes en un point appelé l'orthocentre du triangle.

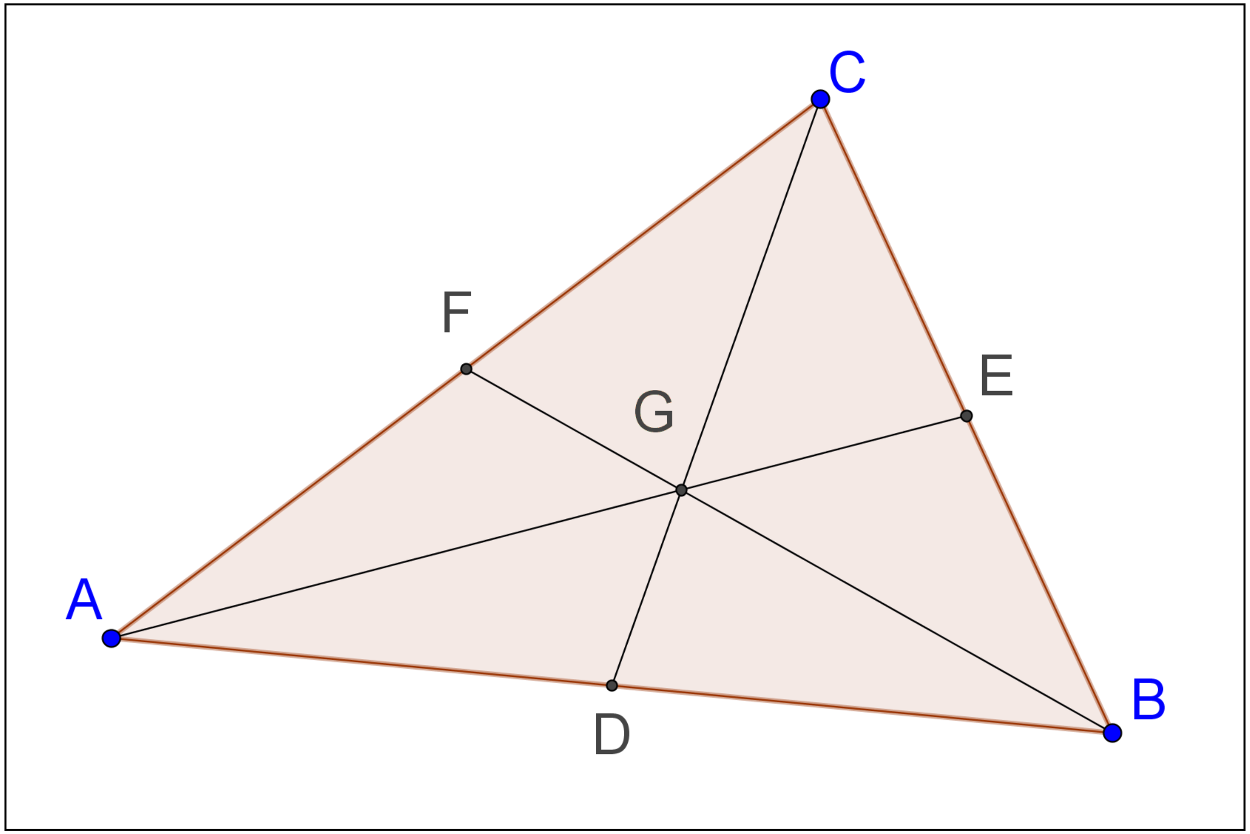


1. Les triangles

Médianes

Ce sont les droites joignant les sommets aux milieux du côté opposé.

Les trois médianes d'un triangle sont concourantes en un point appelé le centre de gravité du triangle.

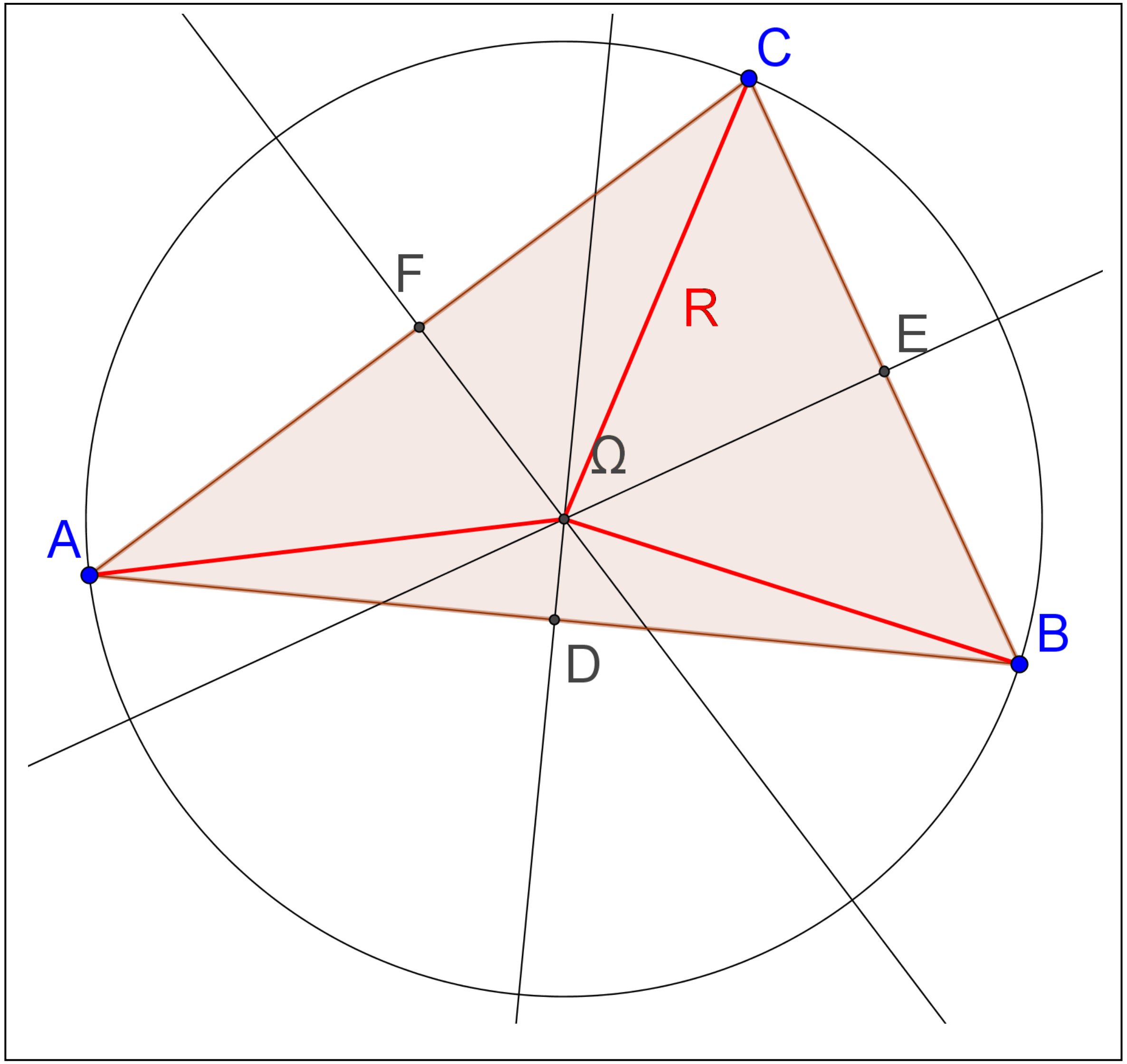


1. Les triangles

Médiatrices

Ce sont les perpendiculaires aux côtés passant par leur milieu.

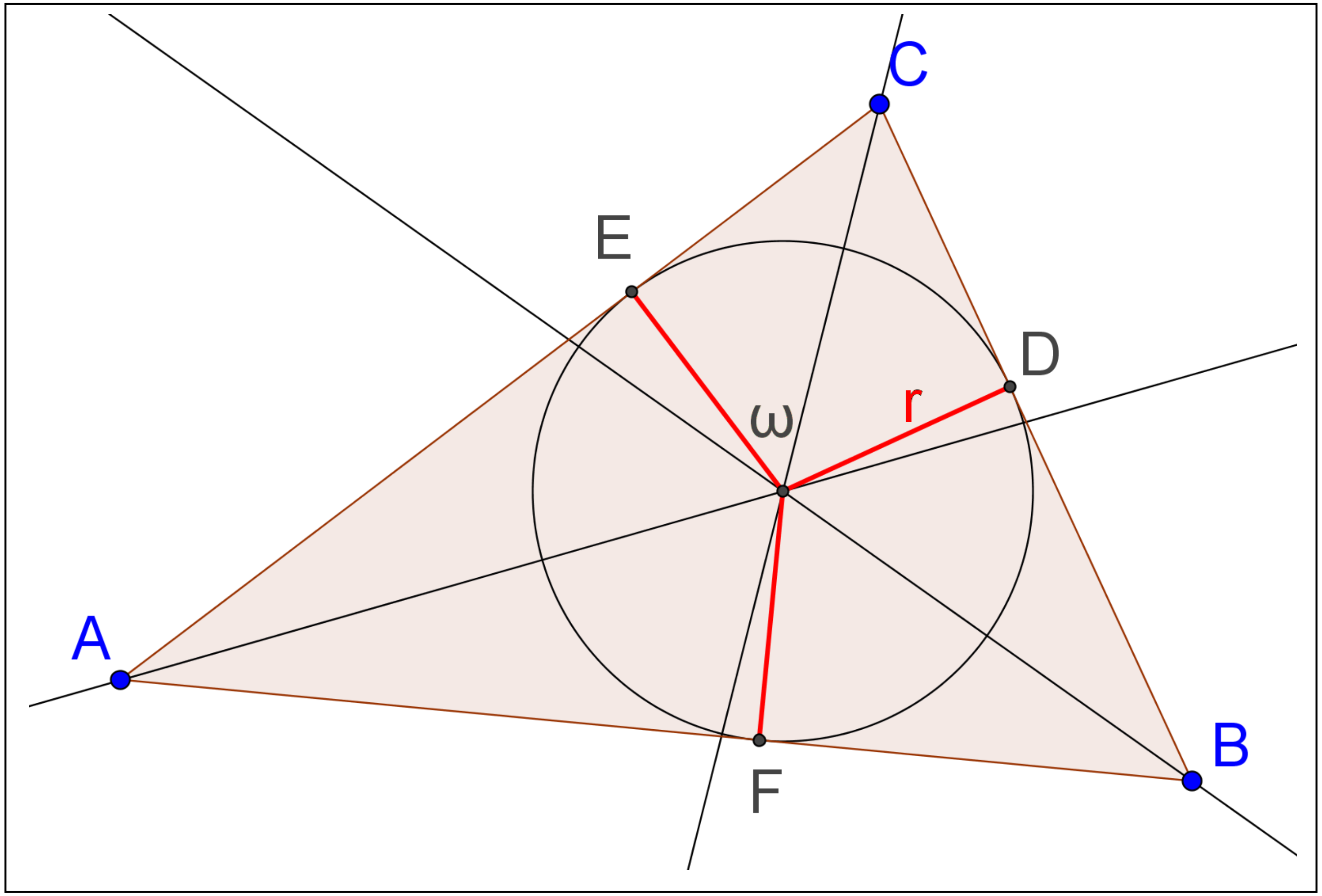
Les trois médiatrices d'un triangle sont concourantes au centre du cercle circonscrit au triangle.



1. Les triangles

Bissectrices : Elles partagent les angles en deux angles égaux.

Les trois bissectrices d'un triangle sont concourantes au centre du cercle inscrit dans le triangle.



1. Les triangles

Théorème de Pythagore

Le triangle ABC est rectangle en A
si et seulement si $BC^2 = AB^2 + AC^2$

Rq1 : historiquement le théorème de Pythagore est seulement :
Si ABC est rectangle en A alors $BC^2 = AB^2 + AC^2$
la proposition : Si $BC^2 = AB^2 + AC^2$ alors ABC est rectangle en A
est la réciproque du théorème de Pythagore.

1. Les triangles

Théorème de Pythagore

Le triangle ABC est rectangle en A équivaut à $BC^2 = AB^2 + AC^2$

Rq2 : pour prouver qu'un triangle ABC n'est pas rectangle en A,
on utilise la contraposée du théorème de Pythagore :

Si $BC^2 \neq AB^2 + AC^2$ alors ABC n'est pas rectangle en A

1. Les triangles

Triangle rectangle et cercle

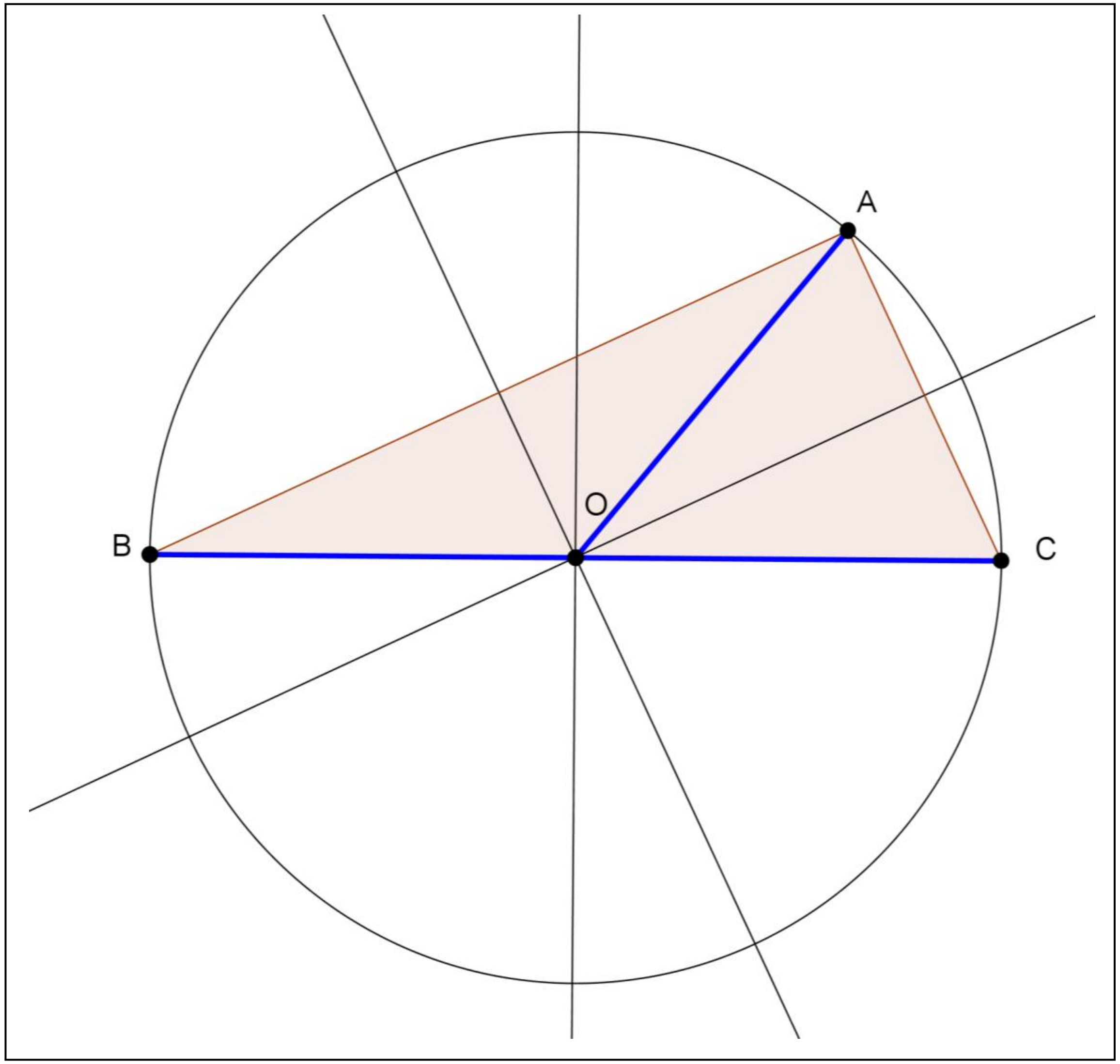
Définition : soit O un point et R un nombre réel positif.
Le cercle de centre O et de rayon R est
l'ensemble des points M du plan tel que OM = R

Théorème : Soit A, B, M trois points deux à deux distincts.
M appartient au cercle de diamètre [AB]
si et seulement si
le triangle AMB est rectangle en M.

1. Les triangles

Triangle rectangle et cercle

Théorème :
Le centre du cercle circonscrit à un triangle rectangle est le milieu de son hypoténuse



1. Les triangles

Soient (BC) et (B'C') deux droites sécantes en A.

Théorème de Thalès Si (BB') // (CC') alors $\frac{AB}{AC} = \frac{AB'}{AC'} = \frac{BB'}{CC'}$

Réciproque de Thalès Si $\frac{AB}{AC} = \frac{AB'}{AC'}$ alors (BB') // (CC')

(A condition que A, B, C soient alignés dans le même ordre que A, B', C')

Rq : le théorème des milieux est un cas particulier du théorème de Thalès

1. Les triangles

Avec les vecteurs :
Soient (BC) et (B'C') deux droites sécantes en A.

Théorème de Thalès

$$\boxed{\overrightarrow{BB'} = k\ \overrightarrow{CC'} \text{ équivaut } \overrightarrow{AB} = k\ \overrightarrow{AC} \text{ et } \overrightarrow{AB'} = k\ \overrightarrow{AC'}}$$

2. Les quadrilatères

Parallélogramme

C'est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles deux à deux

C'est un quadrilatère convexe ayant deux côtés opposés parallèles et de même longueur.

C'est un quadrilatère dont les diagonales ont le même milieu.

Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme équivaut à $\overrightarrow{\boldsymbol{AB}} = \overrightarrow{\boldsymbol{DC}}$

2. Les quadrilatères

Losange

C'est un quadrilatère dont les côtés ont même longueur.

C'est un parallélogramme ayant deux côtés consécutifs de même longueur.

C'est un parallélogramme dont les diagonales sont perpendiculaires.

2. Les quadrilatères

Rectangle

C'est un quadrilatère dont les angles sont égaux (donc droits).

C'est un parallélogramme ayant un angle droit.

C'est un parallélogramme dont les diagonales ont même longueur.

2. Les quadrilatères

Carré

C'est un quadrilatère dont les côtés et les angles sont égaux.
C'est un losange – rectangle.

C'est un losange ayant un angle droit.
C'est un rectangle ayant deux côtés consécutifs de même longueur.

C'est un losange dont les diagonales ont même longueur.
C'est un rectangle dont les diagonales sont perpendiculaires.

3. Les symétries

Elles transforment le point M en M' tel que :

Symétrie axiale ou réflexion
d'axe Δ

Si $M \notin \Delta$ alors Δ est
la médiatrice de [MM']

Si $M \in \Delta$ alors $M' = M$

Symétrie centrale
de centre Ω

Si $M \neq \Omega$ alors Ω est
le milieu de [MM']

Si $M = \Omega$, alors $M = M'$

3. Les symétries

Exemples

Symétrie axiale ou réflexion

Le losange et le rectangle ont
chacun deux axes de symétrie

Le carré a quatre axes de symétrie

Symétrie centrale

Le parallélogramme a
un centre de symétrie :
l'intersection des diagonales

Le losange, le rectangle et
le carré ont donc le même
centre de symétrie.

3. Les symétries

Propriétés

Si M' est le symétrique de M alors M est le symétrique de M'

Les symétries conservent : soit A', B', C' les images de A, B, C …

- les longueurs : A'B' = AB
- les aires
- les alignements : Si ABC sont alignés alors A'B'C' aussi
- les milieux : Si C = m[AB] alors C' = m[A'B']
- les angles
- les types de figure : une droite devient une droite,

un segment devient un segment

un carré devient un carré (de même côté)

un parallélogramme devient un parallélogramme

etc. etc. etc…..

FIN