

**Chapitre IV**

**Statistiques**

# 1. Vocabulaire de base

Une étude statistique s'intéresse à la répartition des valeurs d'un caractère dans une population.

Ces valeurs peuvent être qualitatives ou numériques.

La série statistique est la donnée du nombre d'individus (l'effectif) pour chaque valeur du caractère.

Les valeurs sont notées :  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_p$   
et leurs effectifs :  $n_1, n_2, n_3, \dots, n_p$

### 1. Vocabulaire de base

**Ex1** : le caractère est la couleur des yeux.

Couleur : $x_i$	Bleu	Vert	Noir	Marron	Jaune
Effectif : $n_i$	12	5	18	43	2

La première valeur est  $x_1 = \text{Bleu}$ , son effectif est  $n_1 = 12$

La cinquième valeur est  $x_5 = \text{Jaune}$ , son effectif est  $n_5 = 2$

**Ex2** : le caractère est le nombre d'enfants par famille.

Nb enfants : $x_i$	0	1	2	3	4	5	6	>6
Effectif : $n_i$	40	55	75	25	9	4	3	2

La première valeur est  $x_1 = 0$ , son effectif est  $n_1 = 40$

La cinquième valeur est  $x_5 = 4$ , son effectif est  $n_5 = 9$

1. Vocabulaire de base

**Définitions :**

L'effectif total  $N$  est le nombre d'individus de la population.

La fréquence d'une valeur du caractère est le quotient de l'effectif de cette valeur sur l'effectif total.

$$f_i = \frac{n_i}{N}$$

**Ex1 :**  $N = 80$  et  $f_1 = \frac{12}{80} = \frac{3}{20} = \frac{15}{100} = 15\% = 0,15$

**Ex2 :**  $N = 213$  et  $f_3 = \frac{75}{213} = \frac{25}{71} \approx 0,3521 = 35,21\%$

1. Vocabulaire de base

**Définitions** : pour un caractère à valeurs numériques.

L'effectif cumulé croissant de la valeur  $x_i$  est la somme des effectifs de toutes valeurs inférieures ou égales à  $x_i$ .

La fréquence cumulée croissante de la valeur  $x_i$  est la somme des fréquences de toutes valeurs inférieures ou égales à  $x_i$ .

Ex2 :  $n_{cc2} = 40 + 55 + 75 = 150$  ;

c'est le nombre de familles ayant au plus deux enfants.

$$f_{cc2} = \frac{40}{213} + \frac{55}{213} + \frac{75}{213} = \frac{40 + 55 + 75}{213} = \frac{150}{213} \approx 0,70 = 70\%$$

c'est la proportion de familles ayant au plus deux enfants.

1. Vocabulaire de base

**Définitions :**

Quand on a un grand nombre de valeurs, on les groupe en classes.

Ex3 : taille en mètres des élèves d'un lycée

$]x_{i-1} ; x_i]$	$]1,0 ; 1,5]$	$]1,5 ; 1,6]$	$]1,6 ; 1,65]$	$]1,65 ; 1,7]$	$]1,7 ; 1,8]$	$]1,8 ; 2,0]$
$n_i$	15	40	130	145	55	15

1. Vocabulaire de base

Définitions :

Représentations graphiques pour des séries groupées en classes :

**L'histogramme** : Chaque classe est représentée par un rectangle ayant pour base l'intervalle de la classe.

Si les classes ont même amplitude, la **hauteur** des rectangles est **égale** à l'effectif (ou la fréquence) de la classe.

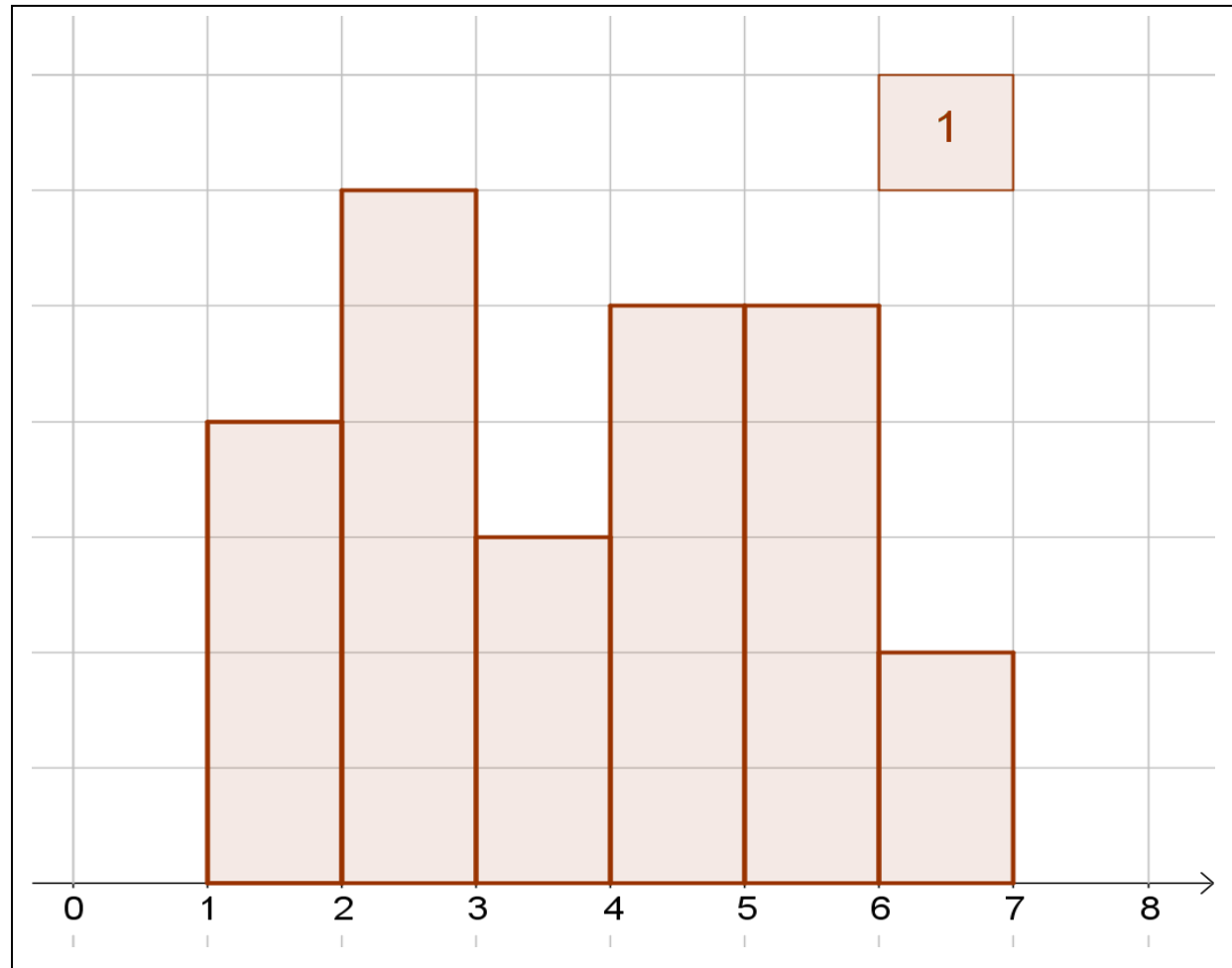
Si les classes ont des amplitudes différentes, l'**aire** des rectangles est **égale** à l'effectif (ou la fréquence) de la classe.

## 1. Vocabulaire de base

**L'histogramme :**

$]x_{i-1} ; x_i]$	[1 ; 2]	]2 ; 3]	]3 ; 4]	]4 ; 5]	]5 ; 6]	]6 ; 7]
$n_i$	4	6	3	5	5	2

Ex4

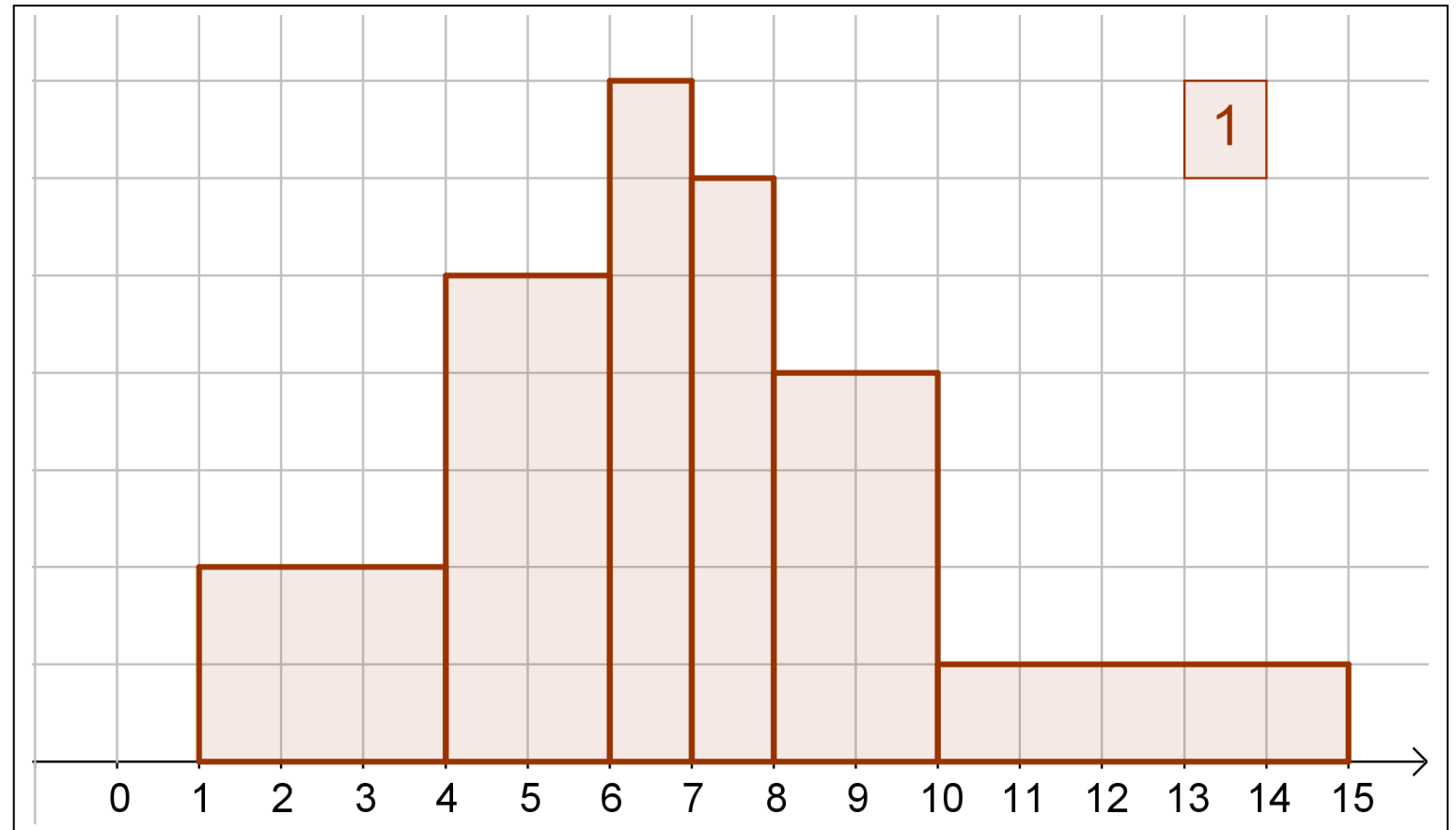


## 1. Vocabulaire de base

**L'histogramme :**

$]x_{i-1} ; x_i]$	$[1 ; 4]$	$]4 ; 6]$	$]6 ; 7]$	$]7 ; 8]$	$]8 ; 10]$	$]10 ; 15]$
$n_i$	6	10	7	6	8	5

Ex5



1. Vocabulaire de base

**Courbe des Effectifs cumulés croissants**

C'est une suite de segments dont les extrémités sont les points :

- d'abscisse : la borne supérieure  $x_i$  de chaque intervalle.
- d'ordonnée : l'effectif (ou la fréquence) cumulé croissant de  $x_i$ .

Ex6

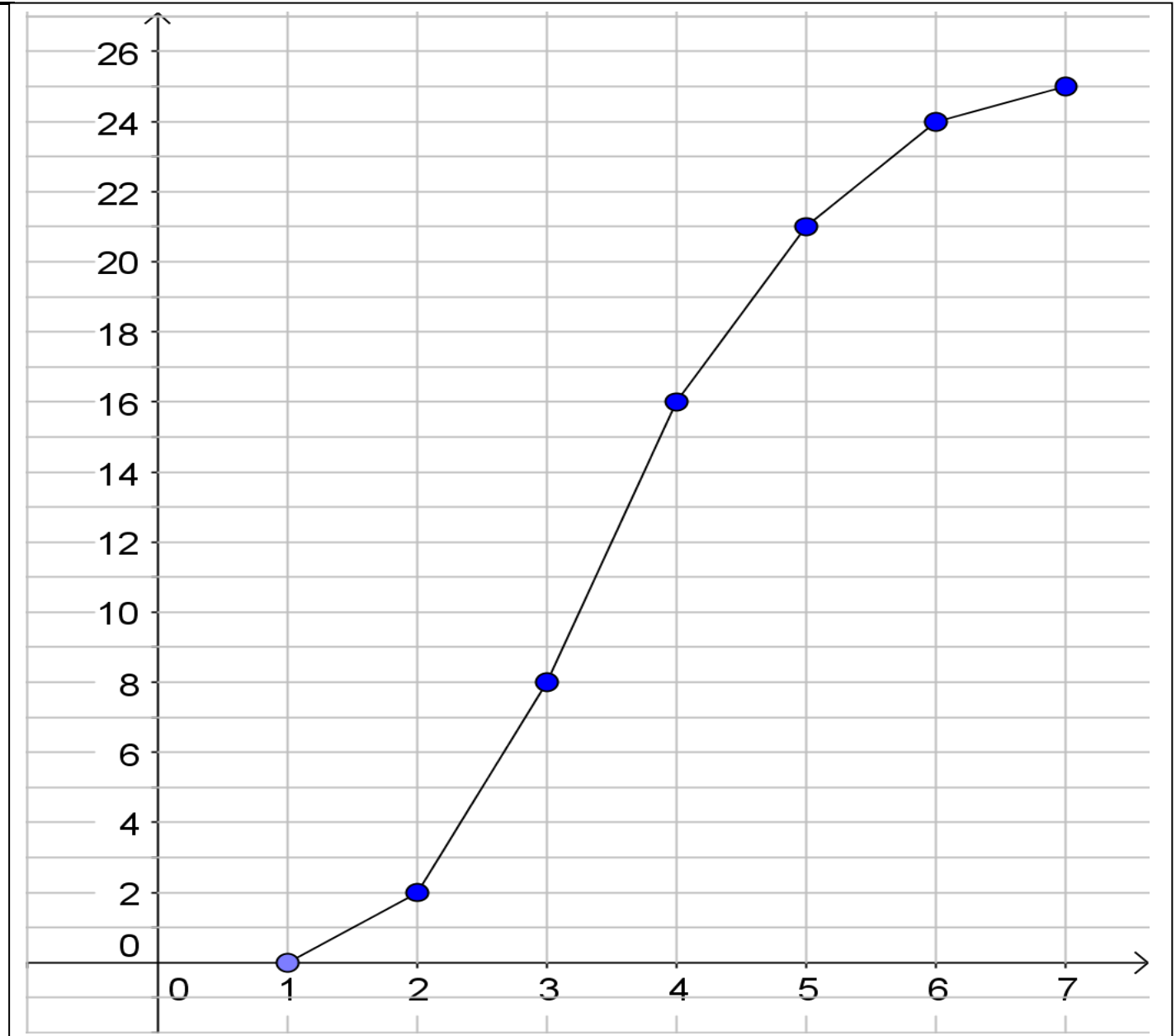
$]x_{i-1} ; x_i]$	$n_i$	$n_{cci}$
[1 ; 2]	2	2
]2 ; 3]	6	8
]3 ; 4]	8	16
]4 ; 5]	5	21
]5 ; 6]	3	24
]6 ; 7]	1	25

## 1. Vocabulaire de base

### Courbe des Effectifs cumulés croissants

Ex6

$]x_{i-1} ; x_i]$	$n_i$	$n_{cci}$
$]1 ; 2]$	2	2
$]2 ; 3]$	6	8
$]3 ; 4]$	8	16
$]4 ; 5]$	5	21
$]5 ; 6]$	3	24
$]6 ; 7]$	1	25

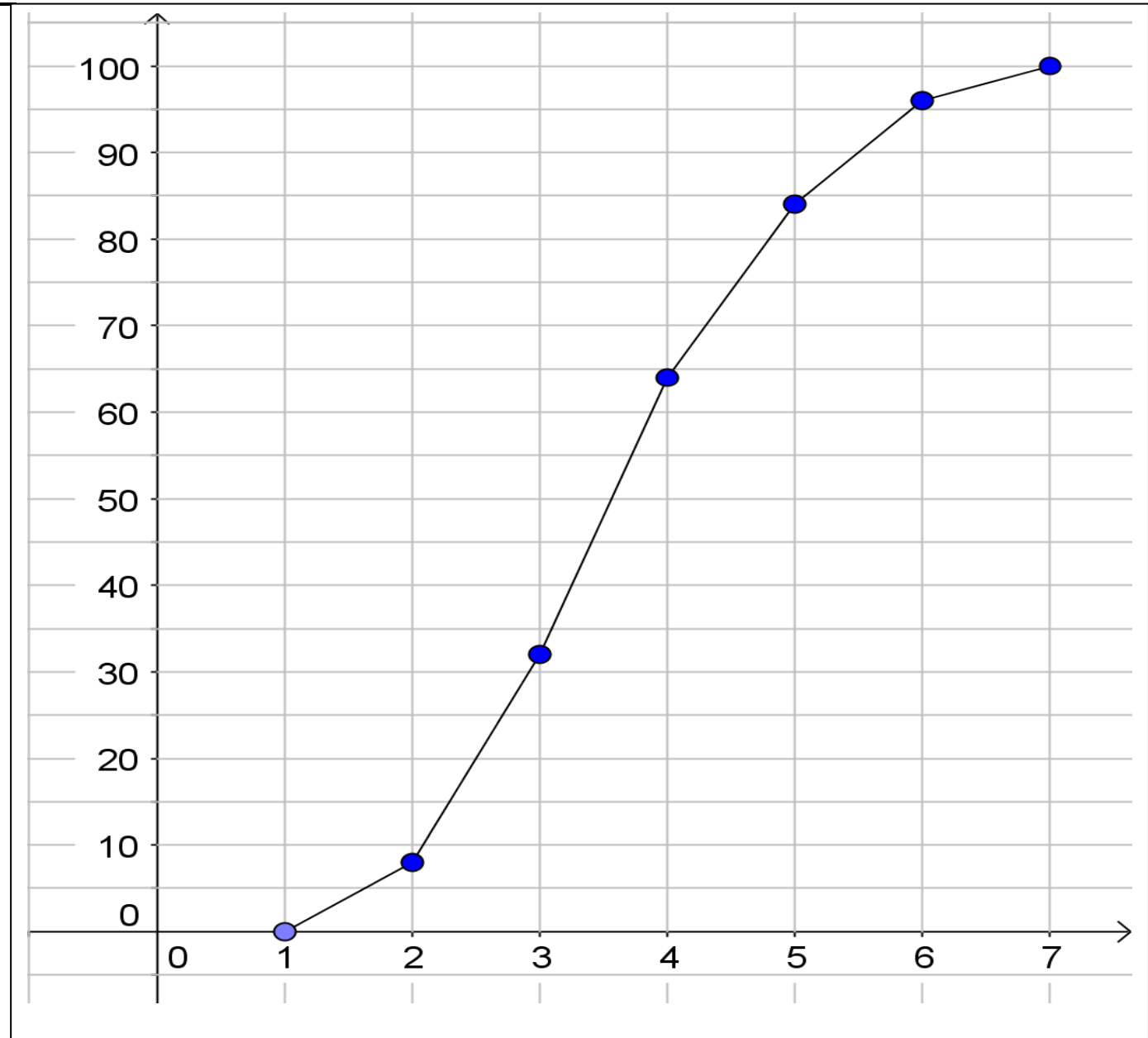


1. Vocabulaire de base

**Courbe des  
Fréquences  
cumulées  
croissantes**

Ex6

$]x_{i-1} ; x_i]$	$f_i$	$f_{cci}$
[1 ; 2]	8%	8%
]2 ; 3]	24%	32%
]3 ; 4]	32%	64%
]4 ; 5]	20%	84%
]5 ; 6]	12%	96%
]6 ; 7]	4%	100%

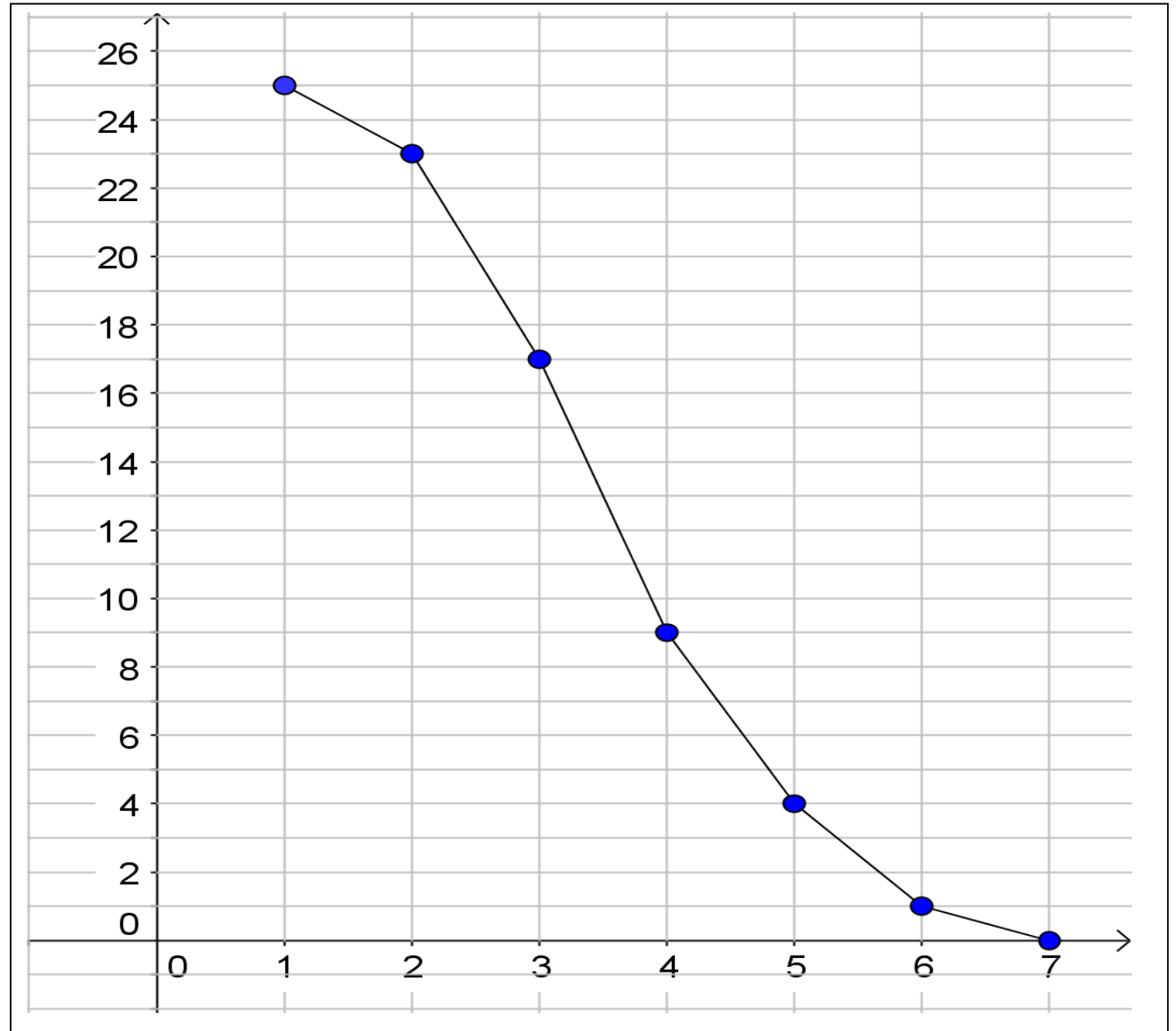


## 1. Vocabulaire de base

### Courbe des Effectifs cumulés décroissants

Ex6

$]x_{i-1} ; x_i]$	$n_i$	$n_{cdi}$
$[1 ; 2]$	2	25
$]2 ; 3]$	6	23
$]3 ; 4]$	8	17
$]4 ; 5]$	5	9
$]5 ; 6]$	3	4
$]6 ; 7]$	1	1

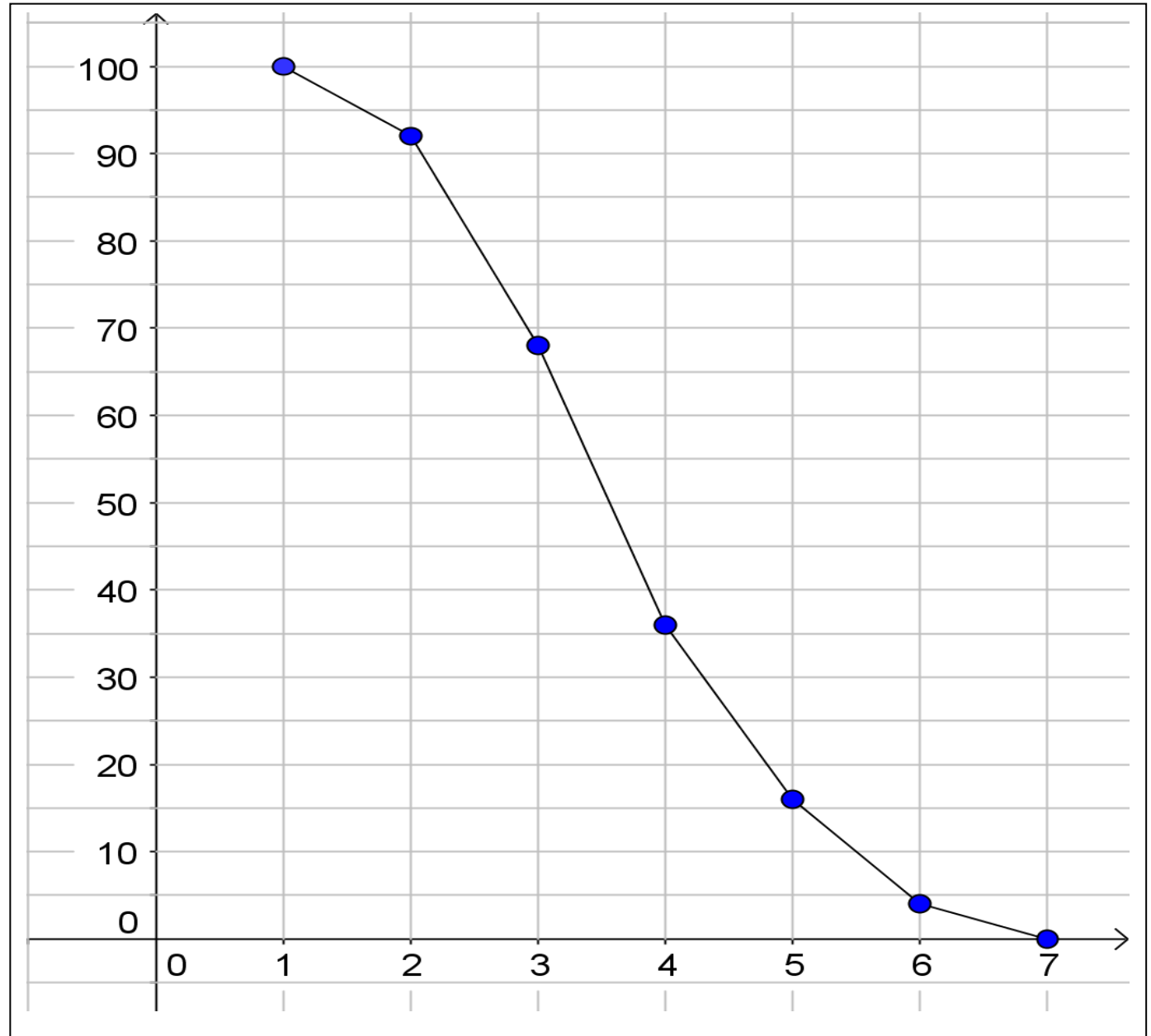


## 1. Vocabulaire de base

### **Courbe des Fréquences cumulées décroissantes**

Ex6

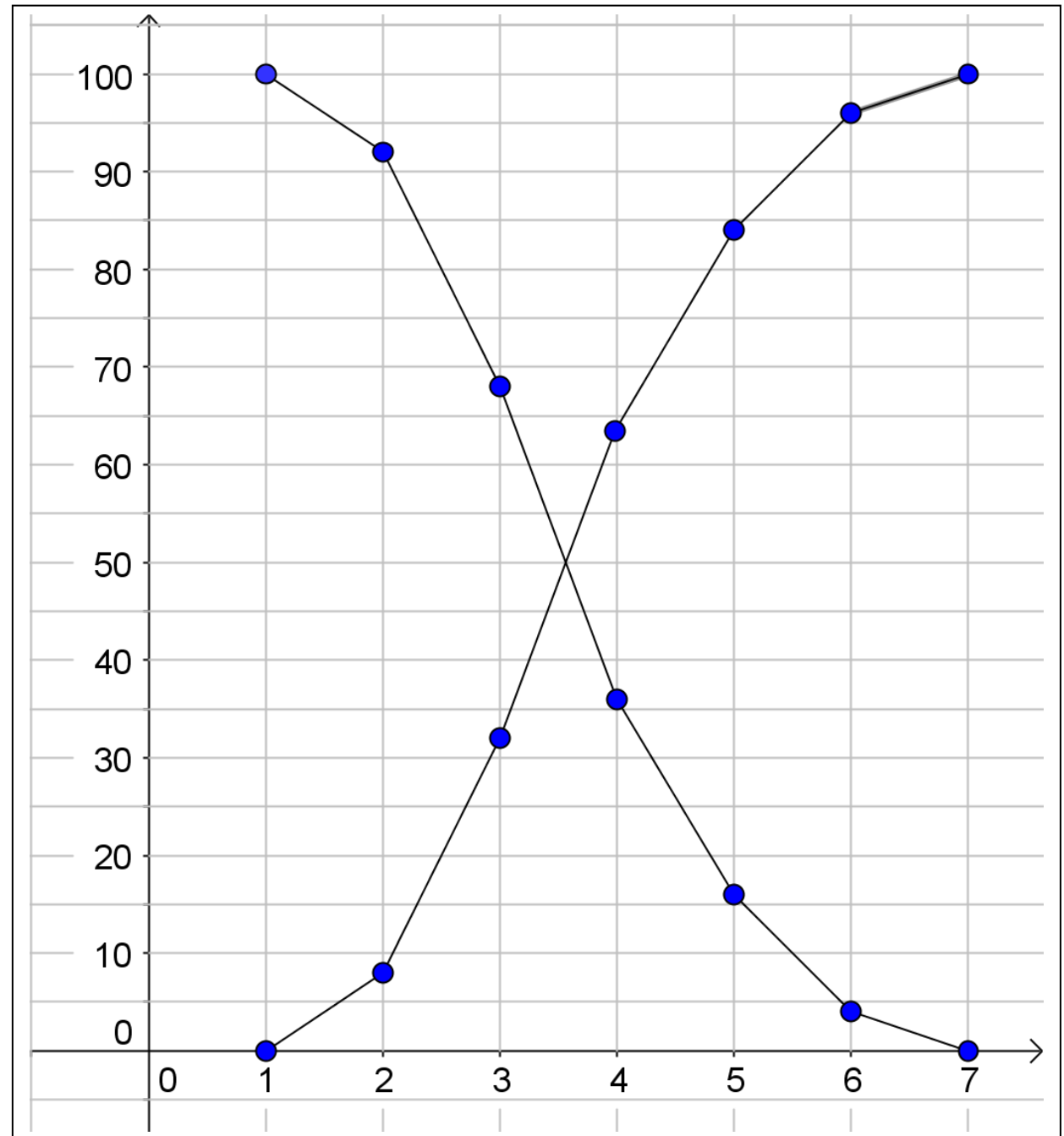
$]x_{i-1} ; x_i]$	$f_i$	$f_{cdi}$
[1 ; 2]	8%	100%
]2 ; 3]	24%	92%
]3 ; 4]	32%	68%
]4 ; 5]	20%	36%
]5 ; 6]	12%	16%
]6 ; 7]	4%	4%



## 1. Vocabulaire de base

Les courbes des  
Fréquences cumulées  
croissantes et  
décroissantes  
se coupent au point  
d'ordonnée 50%

$]x_{i-1} ; x_i]$	$f_{cci}$	$f_{cdi}$
[1 ; 2]	8%	100%
]2 ; 3]	32%	92%
]3 ; 4]	64%	68%
]4 ; 5]	84%	36%
]5 ; 6]	96%	16%
]6 ; 7]	100%	4%



## 2. Caractéristiques d'une série (indicateurs)

La série comporte  $p$  valeurs,  $x_1, x_2, \dots, x_p$  d'effectifs  $n_1, n_2, \dots, n_p$

### Formules :

Effectif total :  $N = n_1 + n_2 + \dots + n_p$

Moyenne : c'est une caractéristique de position

$$\bar{x} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + \dots + n_px_p}{N} = f_1x_1 + f_2x_2 + \dots + f_px_p$$

2. Caractéristiques d'une série (indicateurs)

Ex7 : les résultats en mathématiques d'une classe de 36 élèves sont donnés par la série :

Notes : $x_i =$	2	3	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Effectifs : $n_i =$	1	1	2	2	3	3	4	4	1	2	3	2	2	2	1	2	1

Le caractère étudié est la note (Il y a 17 notes différentes).

Calculer la moyenne de cette classe.

$$\text{Moyenne : } \bar{x} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + \dots + n_{17}x_{17}}{36} = 10.61$$

2. Caractéristiques d'une série (indicateurs)

Ex8 : regroupement en classes

Cette série statistique donne le nombre de patients d'un cabinet médical dans une station de ski.

$x_i$  sera la valeur centrale de chaque classe.

Compléter le tableau

Classe d'âge	Centre $x_i$	Effectif $n_i$
[1 ; 5[		3
[5 ; 12[		5
[12 ; 20[		17
[20 ; 35[		25
[35 ; 45[		21
[45 ; 55[		15
[55 ; 65[		8
[65 ; 70[		6
Effectif Total		

2. Caractéristiques d'une série (indicateurs)

Ex8 : regroupement en classes

Le caractère étudié est l'âge des patients.

Calculer maintenant la moyenne  $\bar{x} = 34.86$

Classe d'âge	Centre $x_i$	Effectif $n_i$
[1 ; 5[	3	3
[5 ; 12[	8.5	5
[12 ; 20[	16	17
[20 ; 35[	27.5	25
[35 ; 45[	40	21
[45 ; 55[	50	15
[55 ; 65[	60	8
[65 ; 70[	67.5	6
Effectif Total		100

2. Caractéristiques d'une série (indicateurs)

**Définition :**

La Médiane est une autre caractéristique de Position.

La Médiane est la valeur centrale de la série des valeurs, rangée dans l'ordre croissant.

S'il y en a un nombre impair,  $2k + 1$ , on prend la  $k+1^{\text{ième}}$  valeur.

S'il y en a un nombre pair,  $2k$ , on fait la moyenne  
entre la  $k^{\text{ième}}$  valeur et la  $k+1^{\text{ième}}$  valeur.

On peut aussi prendre la  $k^{\text{ième}}$  valeur.

2. Caractéristiques d'une série (indicateurs)

Ex9

Notes : $x_i =$	2	3	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Effectifs : $n_i =$	1	1	2	2	3	3	4	4	1	2	3	2	2	2	1	2	1

La médiane est la valeur centrale de la série statistique.

(Il y a donc 50% des valeurs de chaque côté de la médiane)

Rangez les 36 valeurs dans l'ordre croissant.

La médiane sera entre la 18<sup>e</sup> et la 19<sup>e</sup> valeur (ou la 18<sup>ième</sup>)

Trouver la médiane



2. Caractéristiques d'une série (indicateurs)

**Définition :**

Le premier Quartile  $Q_1$  est le plus petit nombre tel que au moins 25% des valeurs lui soient inférieures ou égales.

Le troisième Quartile  $Q_3$  est le plus petit nombre tel que au moins 75% des valeurs lui soient inférieures ou égales.

Les Quartiles  $Q_1$  et  $Q_3$  sont des caractéristiques de Dispersion : plus ils sont éloignés de la médiane, plus la série est dispersée.

La Médiane est le deuxième quartile : c'est le plus petit nombre tel que 50% des valeurs lui soient inférieures ou égales.

2. Caractéristiques d'une série (indicateurs)

Ex9

Notes : $x_i =$	2	3	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Effectifs : $n_i =$	1	1	2	2	3	3	4	4	1	2	3	2	2	2	1	2	1

De même les quartiles correspondent à

25% des valeurs pour le premier quartile  $Q_1$

75% des valeurs pour le troisième quartile  $Q_3$

50% des valeurs pour le deuxième quartile qui est la médiane.

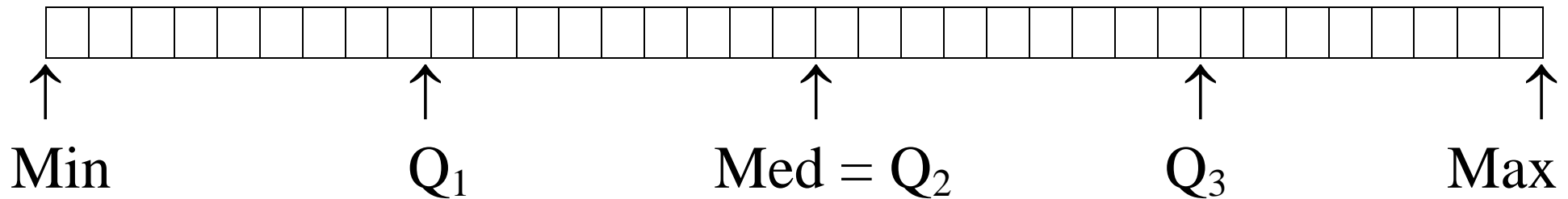
Trouver  $Q_1$  et  $Q_3$

2. Caractéristiques d'une série (indicateurs)

Les Quartiles correspondent à

25% des valeurs pour le premier Quartile  $Q_1$

75% des valeurs pour le troisième Quartile  $Q_3$



$Q_1 = 7.5$  (ou 7) ; Med = 10 ;  $Q_3 = 14$

3. Système 2 : Médiane et Quartiles

Ex10

Regroupement en classes.

On dessine la courbe des Ecc  
(Effectifs cumulés croissants)

Compléter le tableau  
avec les Ecc

Classe d'âge	Eff $n_i$	Ecc $nc_i$
[0 ; 1[	0	
[1 ; 5[	3	
[5 ; 12[	5	
[12 ; 20[	17	
[20 ; 35[	25	
[35 ; 45[	21	
[45 ; 55[	15	
[55 ; 65[	8	
[65 ; 70[	6	
Effectif Total	100	

3. Système 2 : Médiane et Quartiles

Ex2

Regroupement en classes.

On dessine la courbe des Ecc  
(Effectifs cumulés croissants)

Classe d'âge	Eff $n_i$	Ecc $nc_i$
[0 ; <b>1</b> [	0	0
[1 ; <b>5</b> [	3	3
[5 ; <b>12</b> [	5	8
[12 ; <b>20</b> [	17	25
[20 ; <b>35</b> [	25	50
[35 ; <b>45</b> [	21	71
[45 ; <b>55</b> [	15	86
[55 ; <b>65</b> [	8	94
[65 ; <b>70</b> [	6	100
Effectif Total	100	

3. Système 2 : Médiane et Quartiles

Ex2

Regroupement en classes

Dans un repère, placer  
les 9 points de coordonnées :  
( $x_1 ; nc_1$ ), ..... ( $x_9 ; nc_9$ ),

soit

(1 ; 0),

(5 ; 3),

.....,

(65 ; 94)

(70 ; 100)

Classe d'âge	Eff $n_i$	Ecc $nc_i$
[0 ; <b>1</b> [	0	0
[1 ; <b>5</b> [	3	3
[5 ; <b>12</b> [	5	8
[12 ; <b>20</b> [	17	25
[20 ; <b>35</b> [	25	50
[35 ; <b>45</b> [	21	71
[45 ; <b>55</b> [	15	86
[55 ; <b>65</b> [	8	94
[65 ; <b>70</b> [	6	100
Effectif Total	100	

## 3. Système 2 : Médiane et Quartiles

On lit :

$$Q_1 = 20$$

$$\text{Med} = 35$$

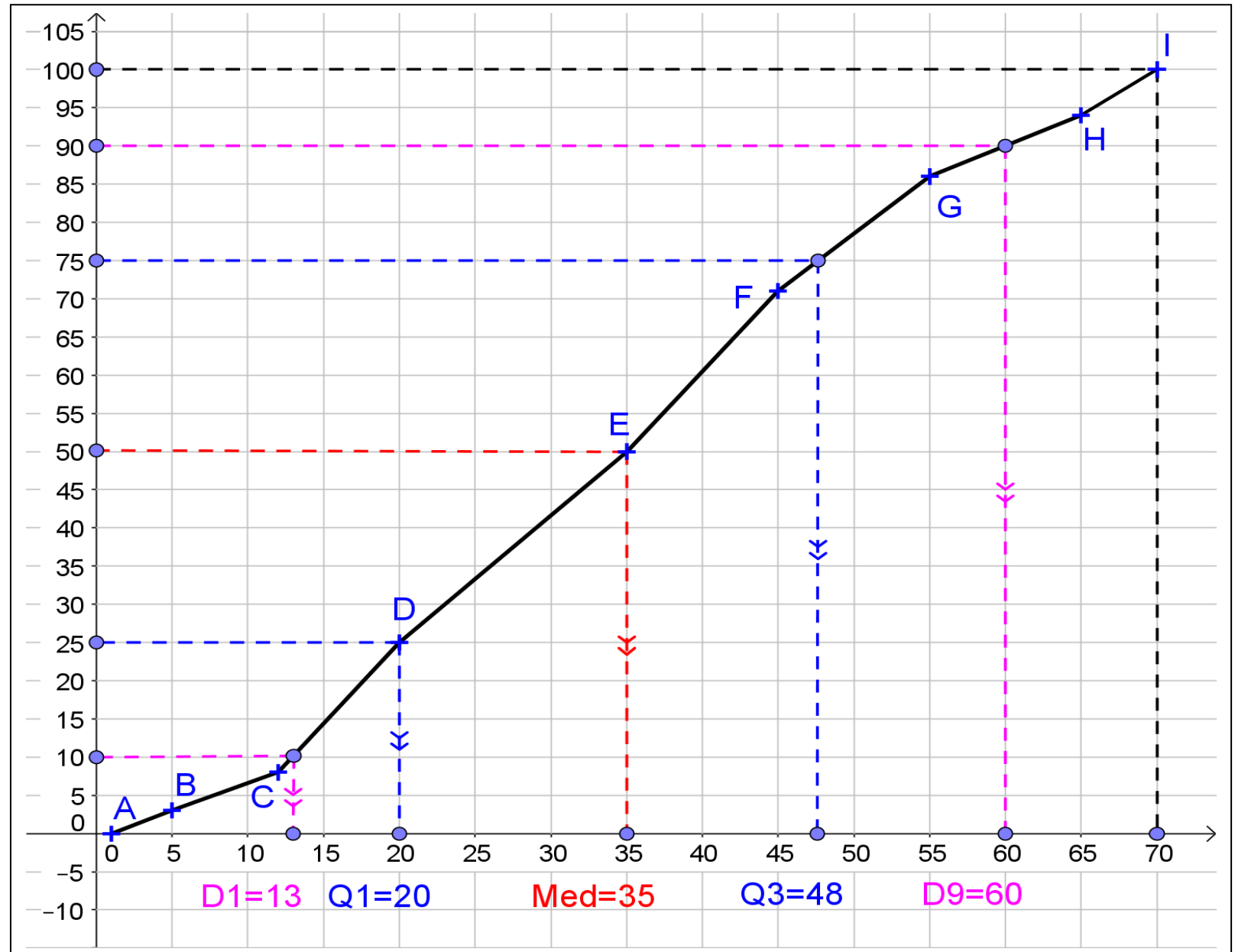
$$Q_3 = 48$$

et aussi

les déciles :

$$D_1 = 13$$

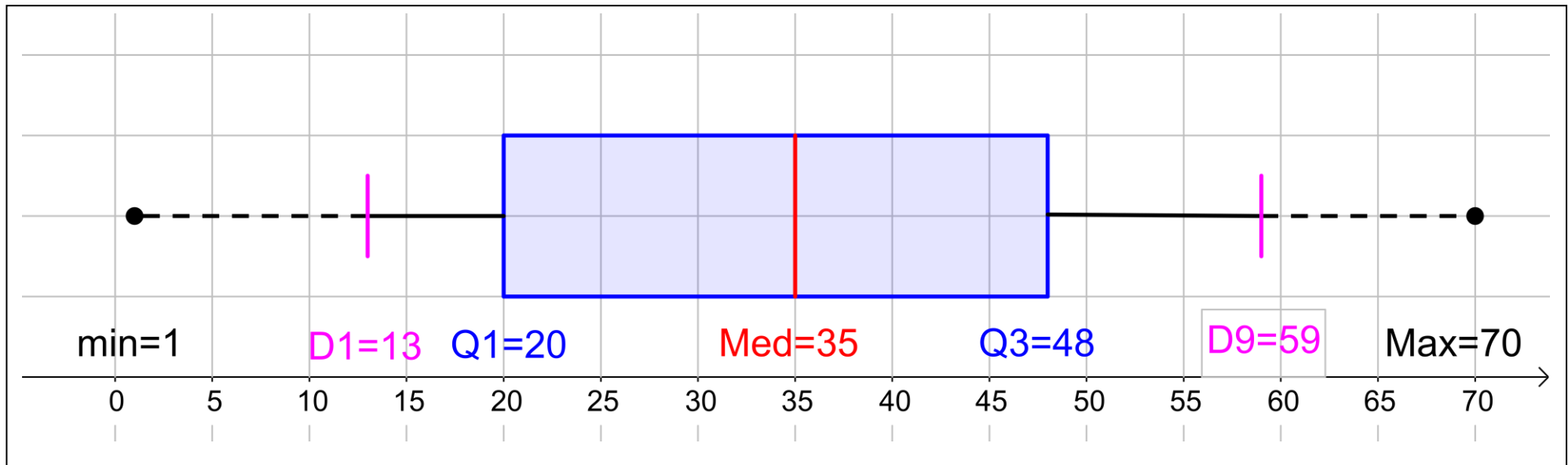
$$D_9 = 59$$



3. Système 2 : Médiane et Quartiles

Boîtes à Pattes de Tukey

$\min = 1$  ;  $D_1 = 13$  ;  $Q_1 = 20$  ;  $\text{Med} = 35$  ;  
 $Q_3 = 48$  ;  $D_9 = 59$  ;  $\text{Max} = 70$



**FIN**