Chapitre 1

Les Nombres

1. Les ensembles de nombres

$\mathbb{N}$: Ensemble des entiers naturels (positifs)

l'équation $3x = 6$ a une solution : 2

mais $3x + 6 = 0$ n'a pas de solution dans $\mathbb{N}$.

car si $x \geq 0$ alors $3x + 6 \geq 6$

1. Les ensembles de nombres

$\mathbb{Z}$: Ensemble des entiers relatifs (positifs et négatifs)

l'équation $3x + 6 = 0$ a une solution : -2

mais $3x = 7$ n'a pas de solution dans $\mathbb{Z}$.

(2 est trop petit, 3 est trop grand)

1. Les ensembles de nombres

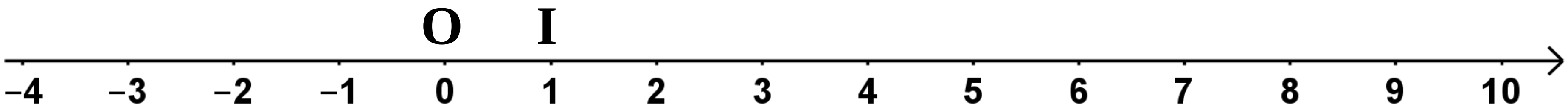
$\mathbb{Q}$: Ensemble des nombres rationnels (les fractions)

l'équation $3x = 7$ a une solution : $\frac{7}{3}$

l'équation $x^2 = 25$ a deux solutions : 5 et -5
mais $x^2 = 2$ n'a pas de solution.

1. Les ensembles de nombres

$\mathbb{R}$: Ensemble des nombres réels ; c'est l'ensemble des abscisses des points d'une droite graduée.



L'ensemble $\mathbb{R}$ est donc l'ensemble de toutes les mesures de longueur et de leurs opposés.

1. Les ensembles de nombres

L'équation $x^2 = 2$ permet de calculer la longueur de la diagonale d'un carré de côté 1.

Cette diagonale existe, donc cette équation doit avoir une solution réelle.

On démontre que cette solution n'est pas rationnelle.
On la note : $\sqrt{2}$; ce nombre est irrationnel.

$$\sqrt{2} \notin \mathbb{Q} \;;\; \sqrt{2} \in \mathbb{R} \quad ; \quad \text{autre réel : } \pi \in \mathbb{R}$$

2. Intervalles de $\mathbb{R}$

TD1 : travail dirigé sur fiche élève.

3. Calcul algébrique

Développer - Factoriser

3. Calcul algébrique

Développer un produit de facteurs c'est :

transformer ce produit en une somme de termes.

ex1 : $(3x + 7) \times (2x - 9) =$

ex2 : $(5a - 3)^2 =$

ex3 : $(7x + 6) \times (7x - 6) =$

3. Calcul algébrique

Développer un produit de facteurs c'est :

transformer ce produit en une somme de termes.

ex1 : $(3x + 7) \times (2x - 9) = 6x^2 + 14x - 27x - 63 = 6x^2 - 13x - 63$

ex2 : $(5a - 3)^2 = (5a)^2 - 2 \times 5a \times 3 + 3^2 = 25a^2 - 30a + 9$

ex3 : $(7x + 6) \times (7x - 6) = (7x)^2 - 6^2 = 49x^2 - 36$

3. Calcul algébrique

Factoriser une somme de termes c'est :
transformer cette somme en un produit de facteurs.

ex4 : $7x(2x - 5) + 3(2x - 5) =$

ex5 : $(x + 1)\cdot(3x + 8) - (x + 1)\cdot(2x - 1) =$

ex6 : $25x^2 - 81 =$

ex7 : $9a^2 - 42a + 49 =$

3. Calcul algébrique

Factoriser une somme de termes c'est :
transformer cette somme en un produit de facteurs.

ex4 : $7x(2x - 5) + 3(2x - 5) = (7x + 3) \times (2x - 5)$

ex5 : $(x + 1)\cdot(3x + 8) - (x + 1)\cdot(2x - 1)$
$= (x + 1) \times [3x + 8 - (2x - 1)] = (x + 1) \times (x + 9)$

ex6 : $25x^2 - 81 = (5x)^2 - 9^2 = (5x - 9) \times (5x + 9)$

ex7 : $9a^2 - 42a + 49 = (3a)^2 - 2\times3a\times7 + 7^2 = (3a - 7)^2$

3. Calcul algébrique

Méthodes de factorisation :

1 - trouver un facteur commun

2 - utiliser une identité remarquable

Les trois identités remarquables à connaitre par cœur :

$$\boxed{(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$$

$$\boxed{(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2}$$

$$\boxed{(a + b)\cdot(a - b) = a^2 - b^2}$$

4. Equations

Equation du premier degré : x est l'inconnue,
a, b sont des nombres donnés.

Règles de calcul pour isoler l'inconnue :

Addition ➡ Soustraction $x + a = b$ équivaut à $x = b - a$

Soustraction ➡ Addition $x - a = b$ équivaut à $x = b + a$

Multiplication ➡ Division $ax = b$ équivaut à $x = \frac{b}{a}$

Division ➡ Multiplication $\frac{x}{a} = b$ équivaut à $x = ba$

4. Equations

Résolution de l'équation du premier degré dans le cas général :

$\boxed{\mathbf{ax + b = cx + d}}$ équivaut à $\mathbf{(a - c)x = d - b}$

ce qui équivaut à $\boxed{\mathbf{x = \dfrac{d - b}{a - c}}}$

(à condition bien entendu que a – c soit différent de zéro)

4. Equations

Exemple : résoudre les équations

$$7x - 9 = 2x + 1$$

$$5x + 7 - 3x + 9 = 4x + 2 - 8 - 6x$$

4. Equations

Le degré d'une équation
c'est la plus grande puissance de l'inconnue.

exemple : $9x^2 + 4x - 18 = 0$ est du second degré

$2x + 7 = 5x - 8$ est du premier degré

$x^3 - 7 = x$ est du troisième degré

4. Equations

Une équation de degré supérieur à 1 se résout en 3 étapes :

1 - transformer pour qu'un membre de l'équation soit zéro

2 - factoriser l'autre membre

3 - appliquer la règle :

un produit de facteurs est nul équivaut à
l'un ou l'autre des facteurs est nul.

4. Equations

exemple : résoudre $(x - 2)(4x + 11) = (x - 2)(2x + 5)$

4. Equations

exemple : résoudre $(x - 2)(4x + 11) = (x - 2)(2x + 5)$

1 – Tout à gauche :

$$(x - 2)(4x + 11) - (x - 2)(2x + 5) = 0$$

4. Equations

résoudre $(x - 2)(4x + 11) = (x - 2)(2x + 5)$

1 – Tout à gauche : $(x - 2)(4x + 11) - (x - 2)(2x + 5) = 0$

2 – On factorise :

$$(x - 2)[(4x + 11) - (2x + 5)] = 0$$

soit $(x - 2)(2x + 6) = 0$

4. Equations

résoudre $(x - 2)(4x + 11) = (x - 2)(2x + 5)$

1 – Tout à gauche : $(x - 2)(4x + 11) - (x - 2)(2x + 5) = 0$

2 – On factorise : $(x - 2)(2x + 6) = 0$

3 – On applique la règle : $(x - 2)(2x + 6) = 0$

équivaut à : $x - 2 = 0$ ou $2x + 6 = 0$

ce qui équivaut à : $\boxed{x = 2}$ ou $\boxed{x = -3}$

4. Equations

A vous :

Résoudre (E1) : $(2x + 6)(3x - 7) = (5x - 1)(3x - 7)$

(E2) : $(2x + 6)(3x - 7) = (5x - 1)(x + 3)$

(E3) : $(4x - 5)^2 - (5x - 4)^2 = 0$

(E4) : $9x^2 + 30x + 25 = 0$

(E5) : $16x^2 - 56x + 49 = 0$

4. Equations

Remarque : en développant $(x - 2)(2x + 6) = 2x^2 + 2x - 12$ on voit qu'on a résolu une équation du second degré :

$$2x^2 + 2x - 12 = 0$$

Cette méthode de factorisation permet de remplacer une équation compliquée par plusieurs équations simples.

4. Equations

Equation quotient :

dans ce cas le dénominateur ne peut jamais être nul.

(c'est la condition d'existence)

D'où la règle : un quotient est nul si et seulement si son numérateur est nul.

4. Equations

Exemple : résoudre l'équation $\dfrac{(3x + 9)(2x - 8)}{x - 7} = 0$

4. Equations

Un quotient est nul si et seulement si son numérateur est nul.

L'équation $\dfrac{(3x + 9)(2x - 8)}{x - 7} = 0$ existe si $\boxed{\mathbf{x \neq 7}}$

$$\frac{(3x + 9)(2x - 8)}{x - 7} = 0 \Leftrightarrow (3x + 9)(2x - 8) = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x + 9 = 0 \quad \text{ou} \quad 2x - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\mathbf{x = -3}} \quad \text{ou} \quad \boxed{\mathbf{x = 4}}$$

FIN