CHAPITRE

11

Droites dans le plan repéré

A Le programme

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Droite comme courbe représentative d'une fonction affine.	– Tracer une droite dans le plan repéré. – Interpréter graphiquement le coefficient directeur d'une droite.	
Équations de droites.	– Caractériser analytiquement une droite. – Établir que trois points sont alignés, non alignés.	On démontre que toute droite a une équation soit de la forme $y = mx + p$, soit de la forme $x = c$.
Droites parallèles, sécantes.	– Reconnaître que deux droites sont parallèles, sécantes. – Déterminer les coordonnées du point d'intersection de deux droites sécantes.	On fait la liaison avec la colinéarité des vecteurs. C'est l'occasion de résoudre des systèmes d'équations linéaires.

B Notre point de vue

Nous avons choisi de proposer des exercices par difficulté de résolution croissante comme fait dans les autres chapitres. Il *y* a bien évidemment des exercices via lesquels l'élève appréhendera les notions. Mais le choix de donner réellement du sens aux notions a été posé. Ainsi, de nombreux QCM – avec des réponses fausses (classiques)– ou des Vrai-Faux ont été proposés. C'est dans ce type d'exercice que l'élève se rend compte de son degré de compréhension d'une notion.
L'algorithmique est aussi présente : il *y* a des algorithmes à compléter et des algorithmes à saisir sur la calculatrice ou sur l'ordinateur.
Les TICE seront judicieusement utilisées, tant dans les deux pages de Travaux pratiques que dans les exercices demandant de déterminer des lieux de points.
Les dernières pages comportent des problèmes classiques, comme le problème de Lewis Caroll, résolus analytiquement. Deux problèmes de synthèse sont proposés : la « Droite d'Euler » (avec des points à coordonnées entières !) et la « Configuration du trapèze complet ». Ces problèmes peuvent être donnés en DM, au moins pour le temps qu'ils demandent.

Les notions abordées dans le chapitre 11

- Équations de droite
- Droites parallèles et droites sécantes

C Réactiver les savoirs

Voir manuel p. 334 et le site www.bordas-indice.fr pour les corrigés détaillés.

D Activités

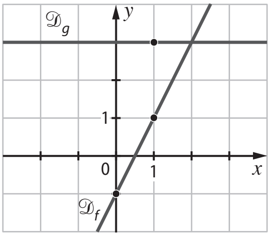
Activité 1 Droites et fonctions affines

A. D'une fonction affine à une droite

$f(0) = 2 \times 0 - 1 = -1$ et $f(1) = 2 \times 1 - 1 = 1$;

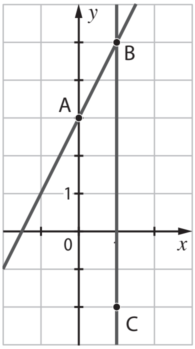
f est représentée par une droite passant par les points de coordonnées (0 ; –1) et (1 ; 1).

$g(0) = 3$ et $g(1) = 3$; g est représentée par une droite passant par les points de coordonnées (0 ; 3) et (1 ; 3).



B. D'une droite à une fonction affine

1.



2. On suppose qu'il existe une fonction affine h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = ax + b$ telle que $h(0) = 3$ et $h(1) = 1$.

a. $h(0) = 3$ et $h(0) = a \times 0 + b = b$. Donc $b = 3$.

b. $h(1) = 5$ et $h(1) = a \times 1 + b = a + 3$. Donc $a + 3 = 5$. Donc $a = 2$.

c. Pour tout x, $h(x) = 2x + 3$.

d. Puisque M appartient à (AB), on a $y = h(x)$.

Par conséquent, $y = 2x + 3$.

3. a. Son abscisse est 1.

b. Le point D a pour abscisse 1 : D appartient donc à la droite (BC).

c. Réciproquement, M se situe sur la droite (BC).

Une équation de la droite (BC) est $x = 1$.

Activité 2 Vers le coefficient directeur

***Fichier associé sur le site* www.bordas-indice.fr :**

11_seconde_activite2.url (GeoGebraTube)

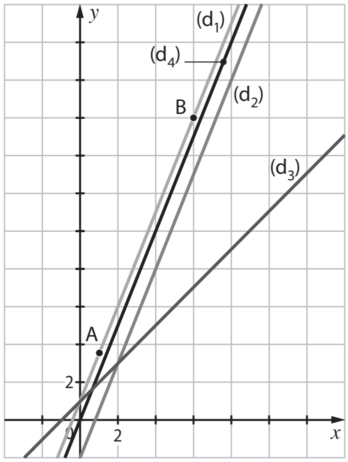
Fichier associé sur le manuel numérique Premium :

11_seconde_activite2.ggb (GeoGebra)

1. a. $x_A = 1$ et $2{,}5 \times 1 + 1 = 3{,}5 = y_A$. A appartient à la droite (d_1).

b. Si $x_B = 6$, alors $y_B = 2{,}5 \times 6 + 1 = 16$.

2.



3. b est l'ordonnée du point de la droite d'abscisse 0.

4. a.

x_M	2	3	4	5	6
y_M	6	8,5	11	13,5	16
$x_M - 1$	1	2	3	4	5
$y_M - 3{,}5$	2,5	5	7,5	10	12,5

b. Les deux lignes sont proportionnelles : les valeurs de la troisième ligne multipliées par 2,5 donnent les valeurs de la quatrième ligne.

c. Conjecture : $a = \dfrac{y_M - y_A}{x_M - x_A}$.

Activité 3 Le jardin géométrique

***Fichier associé sur le site* www.bordas-indice.fr :**

11_seconde_activite3.url (GeoGebraTube)

Fichier associé sur le manuel numérique Premium :

11_seconde_activite3.ggb (GeoGebra)

1. a. Une équation de la droite (AD) est $y = -0{,}75x - 6$.

Si $x_I = -6$, alors $y_I = -0{,}75 \times (-6) - 6 = -1{,}5$.

b. Par définition, ABJI est un parallélogramme.

c. M est le milieu de [BI] : les calculs donnent M (–3 ; 2,25). M est aussi le milieu de [AJ] donc $x_J = 2x_M - x_A = 2$ et $y_J = 2y_M - y_A = 4{,}5$.

d. Le coefficient directeur de (IJ) vaut 0,75.

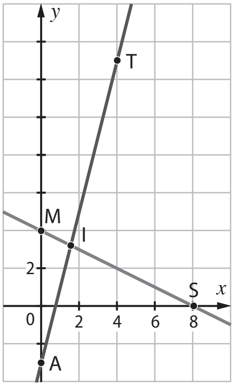
e. On lit que le coefficient directeur de (AB) est 0,75. On constate que les droites parallèles (AB) et (IJ) ont le même coefficient directeur.

2. a. On trouve P (-2 : 1,5).

b. Deux droites parallèles ont le même coefficient directeur.

Activité 4 Perdus dans le désert

1. a.



b. On lit I (1,6 ; 3,2).

2. a. $a = \dfrac{13-(-3)}{4-0} = \dfrac{16}{4} = 4.$

A appartient à (AT) et a pour coordonnées (0 ; – 3) donc $b = -3$.
Une équation de (AT) est donc $y = 4x - 3$.

b. $a' = \dfrac{4-0}{0-8} = \dfrac{4}{-8} = -0{,}5.$

M appartient à (MS) et a pour coordonnées (0 ; 4) donc $b = 4$.
Une équation de (MS) est donc $y = -0{,}5x + 4$.

3. a. Le point I appartient aux droites (AT) et (MS) donc ses coordonnées vérifient les deux équations de droites : elles sont donc solution du système (*S*) $\begin{cases} y = 4x - 3 \\ y = -0{,}5x + 4 \end{cases}$, qui est équivalent à $\begin{cases} y = 4x - 3 \\ 4x - 3 = -0{,}5x + 4 \end{cases}$.

b. $4x - 3 = -0{,}5x + 4 \Leftrightarrow 4x + 0{,}5x = 3 + 4 \Leftrightarrow 4{,}5x = 7$
$\Leftrightarrow x = \dfrac{7}{4{,}5} = \dfrac{14}{9}.$

c. $y = 4 \times \dfrac{14}{9} - 3 = \dfrac{56}{9} - \dfrac{27}{9} = \dfrac{29}{9}$

d. Par conséquent, on a : I $\left(\dfrac{14}{9} ; \dfrac{29}{9}\right)$.

E Exercices

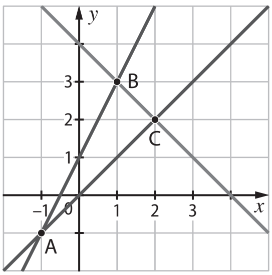
Pour démarrer

1 $y = 2 \times 3 - 1 = 5$.

2 Elle est parallèle à l'axe des ordonnées.

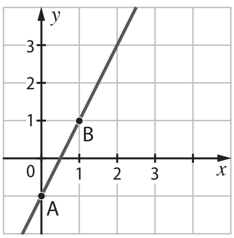
3 $y = 7 \times 2 + 5 = 19$.

4



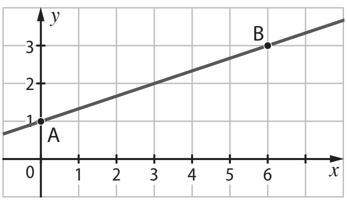
5

x	0	1
y	–1	1



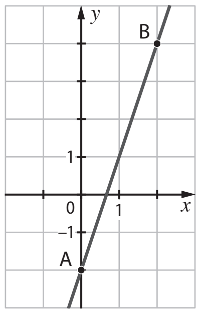
6

x	0	6
y	1	3



7 **1.** $x_A = 0$ et $3 \times 0 - 2 = -2 = y_A$. A appartient à la droite *d*. De même pour B.

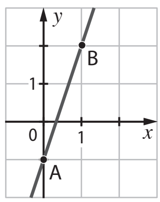
2.



8 $y_A = 6x_A - 7 = 6 \times 3 - 7 = 11$. D'où A(3 ; 11)

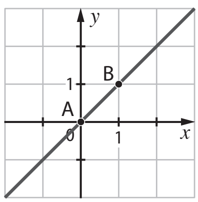
9

x	0	1	2
y	–1	2	5



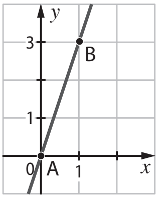
10

x	–1	0	1
y	–1	0	1



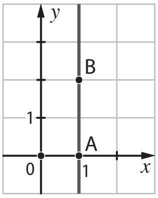
11

x	-1	0	1
y	-1	1	3



12

x	1	1	1
y	0	1	2



13 **1.** $y_A = 5 \times x_A + 6 = 11$.

2. Il calcule l'ordonnée d'un point appartenant à la droite d'équation $y = 5\,x + 6$ d'affixe donnée.

14 **1.** $1{,}5 \times x_A + 5{,}5 = 1{,}5 \times 1 + 5{,}5 = 7 = y_A$: A $\in$ (d).

2. $1{,}5 \times x_B + 5{,}5 = 8{,}5 \neq y_B$: $b \notin$ (d).

3. $1{,}5 \times x_C + 5{,}5 = 8{,}5 = 10{,}75 \neq y_C$: C $\notin$ (d).

15 $a = 7$ et $b = -9$.

16 $y = 2x + 7$.

17 **a.**

18 **a.** et **d.**

19 **a.** et **c.**

20 **Exercice corrigé p. 334 du manuel.**

21 **a.** $a = \dfrac{2}{3}$ et $a = 4$. **b.** $a = 0$ et $b = 1$.

22 **a.** Non parallèle, $a = 1$. **b.** Non parallèle, $a = 0$.

23 **a.** Non parallèle, $a = 7$. **b.** Parallèle.

24 **b.**

25 **a.**

26 **c.**

27 **1.** $\dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{14 - 4}{4 - 2} = \dfrac{10}{2} = 5$.

2. Le coefficient directeur de la droite (AB).

28 a prend la valeur $\dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$.

29 **a.** $x_A = 2$, $y_A = 3$, $x_B = 5$ et $y_B = 8$.

$a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{8 - 3}{5 - 2} = \dfrac{5}{3}$.

b. $x_A = 1$, $y_A = 3$, $x_B = 5$ et $y_B = 11$.

$a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{11 - 3}{5 - 1} = \dfrac{8}{4} = 2$.

30 **Exercice corrigé p. 334 du manuel.**

31 **1.** Le coefficient directeur de (AB) est :

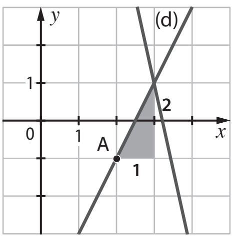
$a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{14 - 2}{3 - 1} = \dfrac{12}{2} = 6$.

2. Une équation de la droite (AB) est de la forme $y = 6x + b$.

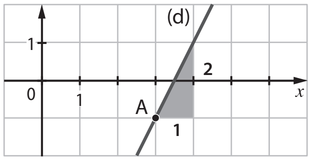
A appartient à la droite (AB) donc $2 = 6 \times 1 + b$.

D'où $b = 2 - 6 \times 1 = -4$.

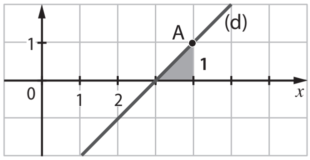
Une équation de la droite (AB) est donc $y = 6x - 4$.



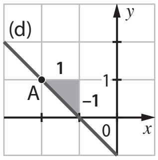
32 **a.**



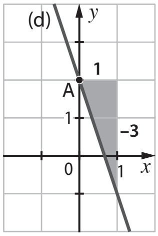
b.



33 **a.**



b.



34 Elles ont toutes les deux le même coefficient directeur (3).

35 Les droites (AB) et (AC) sont confondues : elles sont parallèles car elles ont toutes les deux le même coefficient directeur (3) et ont le point A en commun.

36 $3x - 1 = -2x + 9$.

37 **a.** $a = 5$ et $a' = -2$: non parallèles.

b. $a = 4$ et $a' = 5$: non parallèles.

38 Par exemple :

$y = 0{,}5\,x$

$y = 0{,}5\,x + 1$

$y = 0{,}5\,x - 2$

$y = 0{,}5\,x + 2\,014$

39 **1.** $a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{8 - 2}{2 - 1} = \dfrac{6}{1} = 6$.

2. $a' = \dfrac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \dfrac{26 - 2}{5 - 1} = \dfrac{24}{4} = 6$.

3. $a = a'$ donc A, b et C sont alignés.

40 **1.** $a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{11 - 5}{1 - 0} = \dfrac{6}{1} = 6$.

2. $a' = \dfrac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \dfrac{31 - 5}{4 - 0} = \dfrac{26}{4} = 6{,}5$.

3. $a \neq a'$ donc A, b et C ne sont pas alignés.

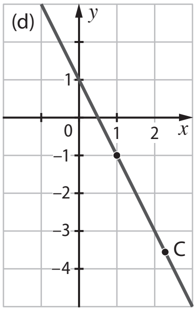
41 A(1 ; – 2), B(– 1 ; 1) et C(5 ; 0)

42 **Exercice corrigé p. 334 du manuel.**

Pour s'entraîner

43 **1.** Tableau de valeurs :

x	-1	0	1
y	3	1	-1

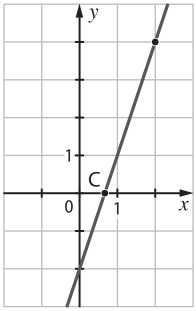


2. $x_C = 2{,}25$ et $-2 \times 2{,}25 + 1 = -3{,}5 = y_B$.
Le point C appartient à la droite (d).

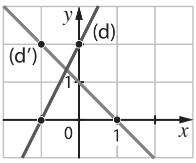
44 **1.** Tableau de valeurs :

x	0	1	2
y	-2	1	4

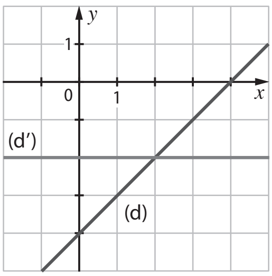
2. $x_C = 0{,}7$ et $3 \times 0{,}7 - 2 = 0{,}1 \neq y_C$.
Le point C n'appartient pas à la droite.



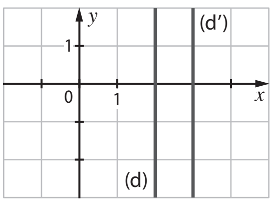
45



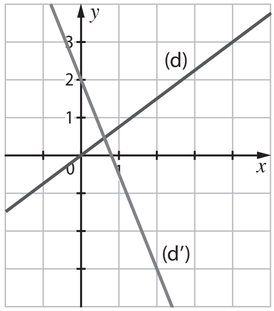
46



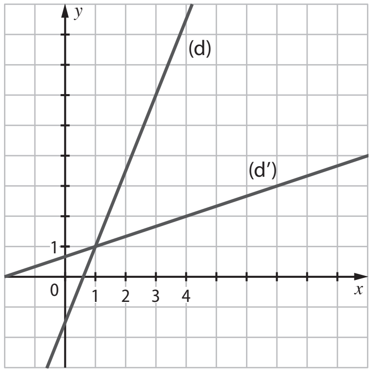
47



48



49



50 À vérifier sur la calculatrice de l'élève.

51 **1. Si $y_A = 3 \times x_A + 3$**

Alors afficher « **le point A appartient à la droite (d)** ».

52 $-x_A + 4 = -3 + 4 = 1 = y_A$: A $\in$ (d).

53 $2 \times x_A + 1 = 2 \times 5 + 1 = 11 \neq y_A$: A $\notin$ (d).

54 $y_A = 3$: A $\in$ (d).

55 $3 \times x_A - 2 = 3 \times (-2) - 2 = (-8) \neq y_A$: A $\notin$ (d).

56 **(1) Faux** (contre-exemple : $x = 1$ et $y = 2$)

(2) Vrai

(3) Vrai ($x = 0{,}25\,y - 0{,}75$)

57 (d) A(0 ; – 5) et B$\left(\frac{5}{3}\ ;\ 0\right)$; (d') A'(0 ; 2) et B' (2 ; 0).

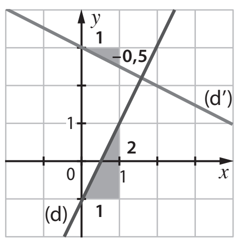
58 (d) A(0 ; – 1) et B$\left(\frac{4}{3}\ ;\ 0\right)$; (d') A'(0 ; 2) et B'$\left(\frac{4}{5}\ ;\ 0\right)$.

59 (d) A(0 ; 4) et (d') B' (2 ; 0).

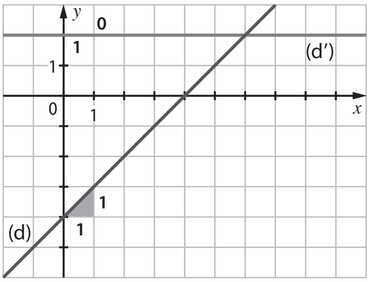
60 **a.** 1,5 **b.** 0,5

61 **a.** 4 **b.** Il n'existe pas.

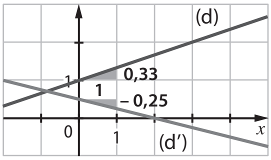
62



63



64



65 **Faux :** $3 \times x_A + 1 = 13 \neq y_A$.

66 **Vrai :** le point de coordonnées $(3\ ;\ \sqrt{2})$.

67 **Faux :** si $x < 0$ alors $y > 0$.

68 (AB) : $y = 5x - 6$. (AC) : $x = 3$.

69 (AB) : $y = -2x + 1$. (AC) : $x = 2$.

70 $y = 1{,}4x + 2{,}6$

71 $y = 0{,}8x + 1{,}2$

72 $y = \frac{3}{7}x + \frac{1}{7}$

73 $y = -0{,}6x + 5{,}2$

74 $y = -x + 10$

75 $y = -3x + 60$

76 $y = x + 5$

77 $y = 4x - 26$

78 $y = 2$

79 $y = 0{,}5x + 0{,}5$

80 **Exercice résolu p. 244 du manuel.**

81 Soit I (2 ; 5) le milieu de [AB]. Une équation de la médiane (CI) est $y = -2{,}5x + 10$.

82 **a.** $a = 3$ **b.** $y = -x + 2$

83 (d_1) a pour équation $y = -x + 2$.
(d_2) a pour équation $y = 3x - 1$.
(d_3) a pour équation $y = 2$.
(d_4) a pour équation $y = \frac{4}{5}x - 2$.
(d_5) a pour équation $x = 4$.

84 Pour (d_1) « Quand on augmente l’abscisse de 2 unités graphiques, on augmente l’ordonnée de 60 unités graphiques. »
Le coefficient directeur est donc 30.
L’ordonnée à l’origine est –20.
(d_1) a donc pour équation $y = 30x - 20$.
De même, (d_2) a pour équation $y = -\frac{10}{3}x + 80$ et (d_3) a pour équation $y = 4x$.

85 **Exercice corrigé p. 334 du manuel.**

86 **1. Vrai :** (d) est alors parallèle à l’axe des ordonnées.
2. Faux : si (d) est parallèle à l’axe des abscisses, alors (d) a une équation de la forme $y = b$.

87 **1.** Une équation de (CE) est $y = -2x + 3$ et x varie dans [1 ; 3]. Une équation de (DE) est $y = 0{,}5x - 4{,}5$ et x varie dans [3 ; 7].
2. –2 pour (AG) et 0,5 pour (EF).

88 **Vrai**

89 **Faux** : il vaut $\frac{1}{3}$.

90 **Faux** : l’un est nul et l’autre est négatif.

91 **Faux** : il n’existe pas.

92 $(d_1) // (d_5)$; $(d_3) // (d_4)$.

93 $(d_2) // (d_4)$; $(d_3) // (d_5)$.

94 Lignes complétées :
Affecter à a' la valeur $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$.
Si $\boldsymbol{a = a'}$

95 Par exemple, $y = 2\,015x$, $y = 2\,015x + 38$, $y = 2\,015x + 1$, $y = 2\,015x + 2016$.

96 **a.** $a = \frac{4-1}{2-3} = -1 \neq 3$. (AB) et (d) sont non parallèles.
b. $a = \frac{6-2}{3-5} = -2$. (AB) et (d) sont parallèles.
c. (AB) est parallèle à l’axe des abscisses. (AB) et (d) sont non parallèles.

97 **Exercice résolu p. 244 du manuel.**

98 Une équation de la droite (d’) est de la forme $y = 3x + b$. A appartient à la droite (d’) donc $4 = 3 \times 2 + b$. D’où $b = -2$. D’où une équation de la droite (d’) : $y = 3x - 2$.

99 $y = -3x + 9$

100 $x = 3$

101 $y = 0$

102 (AB) a pour équation $y = -0{,}5x + 2{,}5$ et (d) a pour équation $y = -0{,}5x + 6{,}5$.

103 **1.** (AB) a pour équation $y = -x + 5$ et (d) a pour équation $y = -x + 1$.
2. (BC) a pour équation $y = \frac{1}{3}x + \frac{7}{3}$ et (d) a pour équation $y = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$.

104 **Exercice corrigé p. 334 du manuel.**

105 **1.** Oui : (AB) et (AC) ont le même coefficient directeur, 2,5.
2. Non : (AB) et (AD) ont respectivement pour coefficient directeur 2,5 et 2,375.

106 Non alignés : (AB) et (AC) ont respectivement pour coefficient directeur 3 et 4.

107 Alignés : (AB) et (AC) ont toutes les deux le même coefficient directeur, $-\frac{3}{7}$.

108 Non alignés : (AB) et (AC) ont respectivement pour coefficient directeur 4 et 6,5.

109 (AB) et (AC) ont le même coefficient directeur.
y est donc solution de $\frac{y-5}{5-2} = \frac{-5-5}{0-2}$.
Par conséquent, $y = 5 + 3 \times \frac{10}{2} = 20$.

110 **1. Vrai**
2. Faux : on sait que juste que (AB) et (CD) sont parallèles.

111 **1.** A(0;0) B(2;0) C(2;2) D(0;2) I(1;0) J(0;1) et K(2;1).
2. AEI est rectangle en I, AI = 1 et AE = AB = 2. Donc EI = $\sqrt{3}$. De même, FK = $\sqrt{3}$.
3. E(1;$\sqrt{3}$) et F(2+$\sqrt{3}$;1)
4. Une équation est $y = (\sqrt{3} - 2)x + 2$.
5. $(\sqrt{3} - 2)x_F + 2 = (\sqrt{3} - 2)(\sqrt{3} + 2) + 2 = 3 - 4 + 2 = 1 = y_F$.
Donc F appartient à (DE). Les points D, E et F sont donc alignés.

112 Faux : la première est parallèle à l'axe des ordonnées et la seconde est parallèle à l'axe des abscisses.

113 Vrai : ils sont tous sur la droite d'équation $y = 1{,}5\,x$.

114 Vrai : ils sont tous sur la droite d'équation $x = 1$.

115 Les deux droites sont sécantes (car $2 \neq 4$) au point de coordonnées (0,5 ; 4).

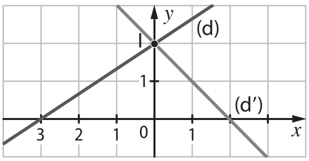
116 Les deux droites sont sécantes (car $3 \neq -4$) au point de coordonnées $\left(\frac{9}{7};-\frac{1}{7}\right)$.

117 Elles sont sécantes en I $\left(\frac{1}{3};\frac{7}{3}\right)$.

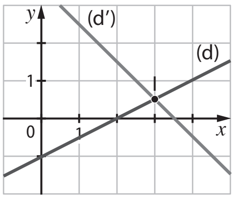
118 Elles sont parallèles strictement

119 Elles sont sécantes en I $(5;13)$.

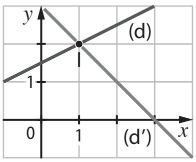
120 On lit : I (0 ; 2).



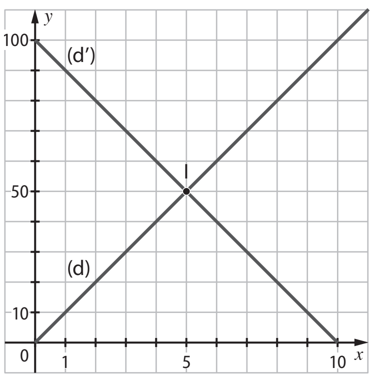
121 On lit : I(3 ; 0,5).



122 On lit : I(1 ; 2).

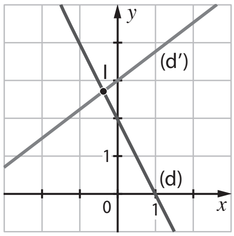


123 On lit : I(5 ; 50).



124 **a.** $-2 \neq 0{,}75$ donc (d) et (d') sont sécantes.

b.



c. On lit : $x_I \approx -0{,}4$ et $y_I \approx 2{,}7$.

d. L'abscisse du point d'intersection est solution de :
$-2\,x + 2 = \frac{3}{4}\,x + 3$, soit $-\frac{11}{4}\;x = 1$. D'où $x_I = -\frac{4}{11}$.

Puis $y_I = -2 \times (-\frac{4}{11}) + 2 = \frac{30}{11}$.

125 ***Fichiers associés sur le site* www.bordas-indice.fr *et le manuel numérique Premium* :**
11_seconde_ex125.xws (Xcas)
11_seconde_ex125.alg (AlgoBox)

1. L'abscisse du point d'intersection est donnée par l'équation $ax + b = a'x + b'$, qui équivaut à $(a - a')x = b' - b$, ou encore à $x\ \frac{b' - b}{a - a'}$ avec $(a \neq a')$.

2. Lignes à rajouter :
x_I prend la valeur $\frac{b' - b}{a - a'}$
y_I prend la valeur $a \times x_I + b$.

3. *Voir les programmes en ligne.*

4. a. On trouve $x_I = 50$ et $y_I = 20$.

b. On trouve $x_I = 4$ et $y_I = 9$.

126 **Exercice résolu p. 246 du manuel.**

127 La substitution de $y = 4x + 5$ dans la seconde équation donne $28x = 7$. D'où $x = 0{,}25$ puis $y = 6$. S = {(0,25 ; 6)}

128 Réponse **A**.

129 Réponse **B**. (Pour chaque droite, a et b sont de signes différents.)

130 ***Fichiers associés sur le site* www.bordas-indice.fr *et le manuel numérique Premium* :**
11_seconde_ex130.xws (Xcas)

1. $-2{,}5x + 1{,}5 = 3x - 4$ donc $-5{,}5x = -5$ donc $x = 1$.
Puis $y = 3 \times 1 - 4 = -1$.

2. *Ouvrir le programme utilisant XCas.*
On trouve $x_I = 50$ et $y_I = 20$.

131 **Exercice corrigé p. 333 du manuel.**

132 **1.** $a = \frac{3-0}{0-2} = -1{,}5$ et $b = 3$. Une équation de (AB) est $y = 1{,}5x + 3y$.

2. Le coefficient directeur est $\frac{b-0}{0-a} = -\frac{b}{a}$. L'ordonnée à l'origine est b. La droite admet pour équation $y = -\frac{b}{a}x + b$.

3. La droite (EF) a pour équation $y = -x + 2$.
La droite (CF) a pour équation $y = x + 2$.
La droite (CD) a pour équation $y = -\ x - 2$.
La droite (DE) a pour équation $y = x - 2$.

133 **1. a.** M appartient à la médiatrice de [AB] si et seulement si MA = MB, si et seulement si (les distances étant positives) $MA^2 = MB^2$.

1. b. $MA^2 = (x - (-2))^2 + (y - (-2))^2 = (x + 2)^2 + (y + 2)^2$
et $MB^2 = (x - 7)^2 + (y - 1)^2$.

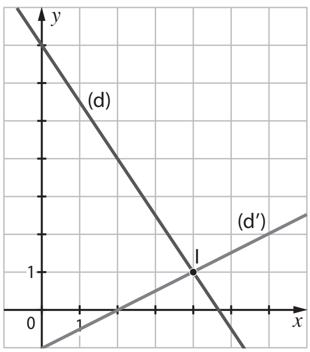
1. c. $MA^2 = MB^2 \Leftrightarrow (x + 2)^2 + (y + 2)^2 = (x - 7)^2 + (y - 1)^2$
$\Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 + y^2 + 4y + 4 = x^2 - 14x + 49 + y^2 - 2y + 1$
$\Leftrightarrow 4x + 4 + 4y + 4 = -14x + 49 - 2y + 1$
$\Leftrightarrow 6y = -18x + 42 \Leftrightarrow y = -3x + 7$.
M appartient à la médiatrice de [AB] si et seulement $y = -3x + 7$.
2. De $(x - 7)^2 + (y - 1)^2 = (x - 2)^2 + (y - 6)^2$, on trouve de même la condition $y = x - 1$.
3. a. Ω, centre du cercle circonscrit, est le point d'intersection des deux médiatrices. Ses coordonnées sont solutions du système (S) $\begin{cases} y = -3x + 7 \\ y = x - 1 \end{cases}$
b. Le système implique que x est solution de l'équation $-3x + 7 = x - 1$. L'équation est équivalente à $-4x = -8$, ou encore à $x = 2$. y vaut donc $y = 2 - 1 = 1$.
Le point Ω a donc pour coordonnées (2 ; 1).

134 ***Fichier associé sur le site*** **www.bordas-indice.fr :**
11_seconde_ex134.url (GeoGebraTube)
Fichier associé sur le manuel numérique Premium :
11_seconde_ex134.ggb (GeoGebra)
1. a. b. c. Voir fichier correspondant. (d_3) est une droite parallèle à (d_1) et à (d_2).
d. On conjecture que I parcourt l'axe des ordonnées.
2. a. $4x = 0{,}5x + b \Leftrightarrow 3{,}5x = b \Leftrightarrow x = \frac{2}{7}b$
Puis $y = 4x = \frac{8}{7}b$. D'où M$\left(\frac{2}{7}b\ ;\ \frac{8}{7}b\right)$.
De même, on obtient N$\left(-\frac{2}{7}b\ ;\ \frac{8}{7}b\right)$.
b. Les coordonnées de I sont $\left(0\ ;\ \frac{8}{7}b\right)$. La conjecture est vérifiée.

135 $ax = -x + b \Leftrightarrow (a + 1)\ x = b$. Comme x est négatif, $a + 1$ et b sont de signes contraire. La seule réponse possible est la réponse **E**.

136 **1.** Une équation de la droite (AB) est $y = 6x - 4$.
2. Une équation de la droite (d) est $y = 6x - 21$.

137 **1.** $-1{,}5 \neq 0{,}5$ donc les droites sont sécantes.
2.



3. (4 ; 1).
4. Le couple $(x_I\ ;\ y_I)$ des coordonnées du point d'intersection I est solution du système (S) $\begin{cases} y = -1{,}5x + 7 \\ y = 0{,}5x - 1 \end{cases}$.
L'abscisse x_I du point I est solution de l'équation $-1{,}5\ x + 7 = 0{,}5x - 1$. L'équation est équivalente à $x = 4$. L'ordonnée est donc $y_I = -1{,}5\ x_I + 7 = 1$.
Le point I a donc pour coordonnées (4 ; 1).

138 $(d_1) : y = 3x - 2$ $(d_2) : y = \frac{2}{3}x - 1$ $(d_3) : y = 2$
$(d_4) : y = -x + 1$ $(d_5) : x = 3$

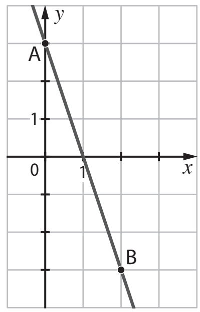
139 **1.** $x = 3{,}5$ et $x = 19{,}5$.
2. Les droites d'équations respectives $y = 7x - 5$ et $y = 3x + 9$ sont sécantes et les coordonnées de leur point d'intersection sont (3,5 ; 19,5).

Faire le point

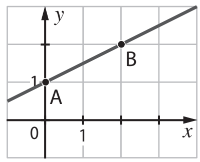
Voir manuel pages 334 et 335. Les corrigés détaillés sont disponibles sur le site www.bordas-indice.fr.

Revoir des points essentiels

140 (d) passe par A(0 ; 3) et B(2 ; –3).



141 (d) passe par A(0 ; 1) et B(2 ; 2).



142 Une équation est $y = 2{,}5x - 6$.
143 Une équation est $y = -1{,}4x + 2{,}5$.

Travaux pratiques

TP 1 Les bus et le tramway parisiens bientôt saturés?

Fichiers associés sur le site **www.bordas-indice.fr :**
11_seconde_TP1_correction.xls (Excel)
11_seconde_TP1_correction.ods (OpenOffice)
11_seconde_TP1_correction.url (GeoGebraTube)
Fichiers associés sur le manuel numérique Premium :
11_seconde_TP1_correction.xls (Excel)
11_seconde_TP1_correction.ods (OpenOffice)
11_seconde_TP1_correction.ggb (GeoGebra)

A. Construction d'un nuage de points
La droite (M_1M_8) a pour équation $y = 0{,}149x + 7{,}091$.
2. a. 2016 correspond au rang 11.

b. Estimation (avec $x = 11$) : $y = 8{,}577$. On estime le nombre de voyageurs au 1er trimestre 2016 à 8,58 millions (à 0,01 million près).

B. Estimation avec la droite des points moyens

a. Le point G_2 a pour coordonnées (6,5 ; 8,04).

b. La droite (G_1G_2) a pour équation $y = 0{,}137x + 7{,}146$.

c. Estimation : $y = 8{,}521$. On estime le nombre de voyageurs au 1er trimestre 2016 à 8,52 millions (à 0,01 million près).

C. Estimation à l'aide du tableur

3. b. La droite a pour équation $y = 0{,}1388x + 7{,}1404$.

4. Estimation : $y = 8{,}5284$. On estime le nombre de voyageurs au 1er trimestre 2016 à 8,53 millions (à 0,01 million près).

5. Les trois estimations pour le premier trimestre 2016 (trois ans après le dernier relevé) sont très semblables. Ce résultat ne serait plus vrai si la date de l'estimation était bien plus lointaine.

TP2 Une condition de perpendicularité

***Fichiers associés sur le site* www.bordas-indice.fr :**
11_seconde_TP2_A_correction.url (GeoGebraTube)
11_seconde_TP2_C_correction.url (GeoGebraTube)
Fichiers associés sur le manuel numérique Premium :
11_seconde_TP2_A_correction.ggb (GeoGebra)
11_seconde_TP2_C_correction.ggb (GeoGebra)

A. Construction et conjecture

Les droites sont perpendiculaires si, et seulement si, $aa' = -1$.

B. Démonstration de la conjecture

1. a. OAA′ est un triangle rectangle (l'angle en O est droit) et isocèle (OA = OA′).

b. On a O (0 ; 0), A(1 ; a) et A′(1 ; a').
$OA = \sqrt{1+a^2}$, $OA' = \sqrt{1+a'^2}$ et $AA' = |a' - a|$.

c. $AA'^2 = OA^2 + OA'^2$
$(a - a)^2 = 1 + a^2 + 1\ a'^2$
$a^2 - 2aa' + a'^2 = 1 + a^2 + 1\ a'$
$-2aa' = 2 \Leftrightarrow aa' = -1$.

2. Les droites d'équations respectives $y = ax$ et $y = ax + b$ sont parallèles. De même les droites d'équations respectives $y = a'x$ et $y = a'x + b'$. De plus, les droites d'équation $y = ax$ et $y = a'x$ sont perpendiculaires. Donc les droites d'équations respectives $y = ax + b$ et $y = a'x + b'$ sont perpendiculaires.

C. Application

1. a. (FG) a pour coefficient directeur 2.

b. (h_1) a donc pour coefficient directeur –0,5.

c. (h_1) passe par E.
Une équation de (h_1) est $y = -0{,}5x + 6{,}5$.

2. Une équation de (h_2) est $y = -3{,}5x + 25{,}5$.

3. Les coordonnées (x ; y) de H sont solutions du système
$\begin{cases} y = -0{,}5x + 6{,}5 \\ y = -3{,}5x + 25{,}5 \end{cases}$.
La résolution du système donne $H\left(\frac{19}{3} ; \frac{10}{3}\right)$.

Pour approfondir

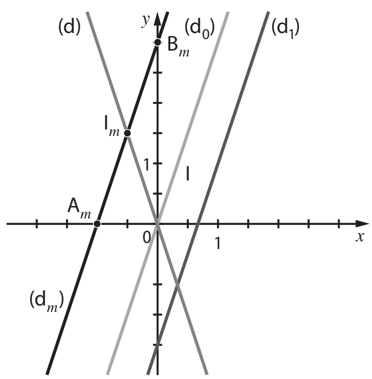
144 On se place dans un repère dont l'origine est le centre du carré et d'unité un carreau. Par exemple, on a E (6 ; 2).
(AB) a pour équation $y = 6$.
(JM) a pour équation $y = -6$.
(CM) a pour équation $x = 6$.
(AJ) a pour équation $x = -6$.
(BL) a pour équation $x = 0$.
(AM) a pour équation $y = -x$.
(DJ) a pour équation $y = 5x + 24$.
(BJ) a pour équation $y = 2x + 6$.
(IK) a pour équation $y = -4x - 18$.
(FK) a pour équation $x = -3$.
(GH) a pour équation $x = 0$.
(EG) a pour équation $y = \frac{2}{3}x - 2$.
(GL) a pour équation $y = 2x - 6$.
(BM) a pour équation $y = -2x + 6$.

145 Soit I et J les milieux respectifs de [AB] et de [AD]. Dans le repère (A, I, J), on a : C(0 ; 2), D(0 ; 2), E(3 ; 0), F(3 ; 1) et G(2 ; 1).
(AG) a pour équation $y = 0{,}5x$, (DF) a pour équation $y = -\frac{1}{3}x + 2$ et (CE) a pour équation $y = -2x + 6$.
Le point d'intersection I de (AG) et (CE) a pour coordonnées (2,4 ; 1,2). Celles-ci vérifient l'équation de (DF) donc I appartient aussi à (DF).
Donc les droites (AG), (CE) et (DF) sont concourantes.

146 Si l'on appelle x le prix au kilogramme de la première qualité et y le prix au kilogramme de la seconde qualité, alors x et y sont solutions du système $\begin{cases} 2x + 3y = 6 \\ 3x + 2y = 6{,}4 \end{cases}$,
équivalent à $\begin{cases} y = -\frac{2}{3}x + 2 \\ y = -1{,}5x + 3{,}2 \end{cases}$
La résolution du système donne $x = 1{,}44$ (€) et $y = 1{,}04$ (€).

147 ***Fichier associé sur le site* www.bordas-indice.fr :**
11_seconde_ex147.url (GeoGebraTube)
Fichier associé sur le manuel numérique Premium :
11_seconde_ex147.ggb (GeoGebra)

1. a. b. c. et d.



e. On conjecture que I_m parcourt une droite fixe.

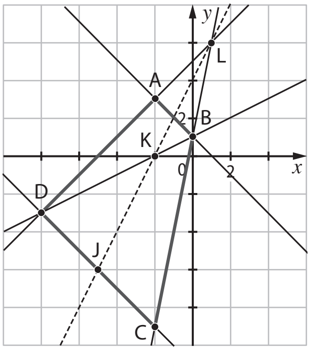
2. a. Pour tout m, la droite d_m a pour coefficient directeur 3. Donc les droites d_0 et d_m sont parallèles.

b. $A_m\left(\frac{2}{3}m ; 0\right)$ et $B_m(0 ; -2m)$

c. $I_m\left(\frac{1}{3}m\ ;\ -m\right)$.

d. Pour tout m, on a : $y_m = -3\,x_m$. Donc, pour tout m, le point I_m appartient à la droite (d) d'équation $y = -3\,x$.

148 **1. a.** Figure complète :



b. Les droites (AB) et de (CD) ont le même coefficient directeur (–1). Donc les droites (AB) et (DC) sont parallèles. Les droites (AD) et (BC) ont pour coefficients directeurs respectifs 1 et 5. Donc les droites (AD) et (BC) ne sont pas parallèles. Le quadrilatère ABCD est donc un trapèze. (On peut montrer que c'est en fait un trapèze rectangle.)

2. a. (AC) a pour équation $x = -2$. (BD) a pour équation $y = 0{,}5x + 1$.

b. K a pour coordonnées (–2 ; 0).

3. a. (AD) a pour équation $y = x + 5$. (BC) a pour équation $y = 5x + 1$.

b. L a pour coordonnées (1 ; 6).

4. (KL) a pour équation $y = 2x + 4$.

5. a. On a : I (–1 ; 2) et J (–5 ; –6).

b. On montre que les points I, J, K et L sont alignés en montrant, par exemple, que I et J sont sur (KL), à l'aide des coordonnées.

149 Soit un triangle ABC quelconque et on se place dans le repère (A, B, C).

1. On a : A(0 ; 0), B(1 ; 0) et C(0 ; 1). I(0,5 ; 0,5), J(0 ; 0,5) et K(0,5 ; 0) sont les milieux respectifs de [BC], [AC] et [AB]. (AI), (BJ) et (CK) sont les trois médianes du triangle.

(AI) a pour équation $y = x$.

(BJ) a pour équation $y = -0{,}5\,x + 0{,}5$.

(CK) a pour équation $y = -2\,x + 1$.

2. On montre d'abord que le point $G\left(\frac{1}{3}\ ;\ \frac{1}{3}\right)$ est le point d'intersection de (AI) et de (BJ) puis que G appartient à (CK) pour conclure.

150 ***Fichier associé sur le site* www.bordas-indice.fr *et le manuel numérique Premium :***
11_seconde_ex150.alg (AlgoBox)

1. $a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ et $a' = \dfrac{y_C - y_A}{x_C - x_A}$

2. $a = a'$

3. $a = a' \Leftrightarrow \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{y_C - y_A}{x_C - x_A}$

On a $x_B \neq x_A$ et $x_C \neq x_A$ donc les deux dénominateurs ne sont pas nuls et on peut donc multiplier les deux membres par $(x_B - x_A)\,(x_C - x_A)$.

Ainsi $a = a' \Leftrightarrow (y_C - y_A)\,(x_B - x_A) = (y_B - y_A)\,(x_C - x_A)$.

4. Fin de l'algorithme, complété :

Si G = D

Alors **Afficher « A, B et C sont alignés »**

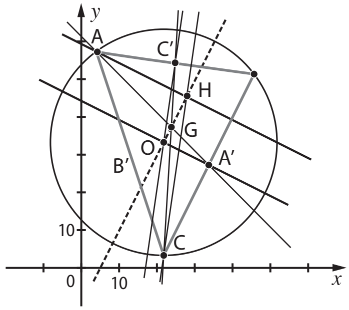
Sinon **Afficher « A, B et C ne sont pas alignés »**

5. a. A, B et C ne sont pas alignés.

b. A, B et C ne sont pas alignés.

6. L'algorithme fonctionne encore puisqu'il est basé sur des comparaisons de produits (et non plus de quotients).

151 **1.** Figure complète :



2. A′ (33 ; 26), B′ (12 ; 29) et C′ (24 ; 53).

3. a. (AA′) a pour équation $y = -x + 59$; (CC′) a pour équation $y = 17x - 355$.

b. G (23 ; 36).

4. a. M appartient à la médiatrice de [AB] équivaut à AM = BM, ce qui équivaut à (les distances étant positives) $AM^2 = BM^2$.

b. $MA^2 = (x - 3)^2 + (y - 56)^2$ et $MB^2 = (x - 45)^2 + (y - 50)^2$

$MA^2 = MB^2 \Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y - 56)^2 = (x - 45)^2 + (y - 50)^2$

$\Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 + y^2 - 112y + 3\,136$

$= x^2 - 90x + 2\,025 + y^2 - 100y + 2\,500$

$\Leftrightarrow -6x - 112y + 3\,145 = -90x - 100y + 4\,525$

$\Leftrightarrow 84x - 12y - 1\,380 = 0$

$\Leftrightarrow y = 7x - 115$

c. Voir figure.

d. La méthode est la même qu'en **b**.

e. O est le point d'intersection des médiatrices : ses coordonnées x et y sont solutions du système $\begin{cases} y = 7x - 115 \\ y = 0{,}5x + 42{,}5 \end{cases}$.

D'où O (21 ; 32).

f. $r^2 = OA^2 = (3 - 21)^2 + (56 - 32)^2 = 900$ donc $r = 30$.

5. a. Ces droites sont toutes deux perpendiculaires à la droite (AB).

b. Cette hauteur a le même coefficient directeur que la médiatrice et passe par C ; elle a pour équation $y = 7\,x - 145$.

c. $y = -0{,}5\,x + 57{,}5$

d. H est le point d'intersection des hauteurs : ses coordonnées x et y sont solutions du système $\begin{cases} y = 7x - 145 \\ y = -0{,}5x + 57{,}5 \end{cases}$.

D'où H (27 ; 44).

5. Le coefficient directeur de (OG) est $\dfrac{36 - 32}{23 - 21} = 2$.

Le coefficient directeur de (OH) est $\dfrac{44 - 32}{27 - 21} = 2$. Donc les points G, H et O sont alignés.

(Une équation de (OH) est $y = 2\,x - 10$.)

6. $OG = \sqrt{(23-21)^2+(36-32)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$.

$OH = \sqrt{(27-21)^2+(44-32)^2} = \sqrt{180} = 6\sqrt{5} = 3\ OG$.

On peut utiliser un logiciel de géométrie dynamique ou une feuille à petits carreaux de format A3 pour faire la figure...

152 On se place dans un repère qui a pour origine le point d'intersection des deux droites perpendiculaires et d'unité 1 carreau.

Déterminons les équations des droites, dans le sens usuel de lecture.

– La première a pour coefficient directeur 3 et passe par le point de coordonnées (–3 ; 0) : elle a pour équation $y = 3x + 9$.

– La deuxième a pour coefficient directeur 1 et passe par l'origine : elle a pour équation $y = 1{,}5\,x$.

– La troisième a pour coefficient directeur 0,75 et passe par le point de coordonnées (0 ; –3) : elle a pour équation :

$$y = 0{,}75\,x - 3.$$

L'abscisse du point d'intersection des première et deuxième droites est solution de l'équation $3x + 9 = 1{,}5\,x$, soit $x = -6$.

L'abscisse du point d'intersection des deuxième et troisième droites est solution de l'équation $y = 1{,}5\,x = 0{,}75\,x - 3$, soit $x = -4$.

Les deux abscisses sont différentes : les droites ne sont pas concourantes.

On peut aussi montrer que le point d'intersection des deux premières droites, de coordonnées (–6 ; –9), n'appartient pas à la troisième droite.

153 On a A(2 ; 1). Soit M(x ; y) et M′(x' ; y').

A est le milieu de [MM′] donc $x_A = \frac{1}{2}(x + x')$ et $y_A = \frac{1}{2}(y + y')$, ce qui équivaut à $x' = 4 - x$ et $y' = 2 - y$.

Or M′ appartient à (d′), on a donc $y' = 3x' - 1$.

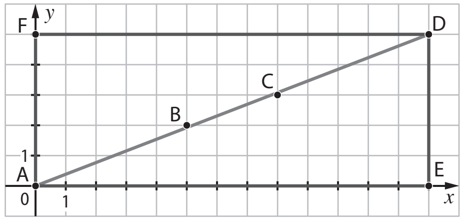
Ce qui donne $2 - y = 3(4 - x)$, soit $y = 3x - 10$.

Or M appartient à (d), on a donc $y = x + 1$.

Ainsi, x est solution de l'équation $3x - 10 = x + 1$, soit $x = 5$. On déduit $y = 6$.

On déduit aussi $x' = 4 - 5 = -1$ et $y' = 2 - 6 = -4$. Les points demandés sont M(5 ; 6) et M′(–1 ; –4).

154 Dans la figure ci-dessous, on considère un repère orthonormé tel que l'on ait A(0 ; 0), B(5 ; 2), C(8 ; 3) et D(13 ; 5).



(AB) a pour coefficient directeur $\frac{2-0}{5-0} = 0{,}4$.

(AC) a pour coefficient directeur $\frac{3-0}{8-0} \approx 0{,}375$.

Donc les points A, B et C ne sont pas alignés !

Ce que nous considérons être un segment [AD] est en fait un parallélogramme ABDC d'aire 1.