

A Le programme

À l'occasion de résolutions de problèmes dans le cadre des probabilités, rendre les élèves capables :

- d'étudier et modéliser des expériences relevant de l'équiprobabilité (par exemple : lancers de pièces ou de dés, tirage de cartes) ;
- de proposer un modèle probabiliste à partir de l'observation de fréquences dans des situations simples ;
- d'interpréter des événements de manière ensembliste ;
- de mener à bien des calculs de probabilité.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
<p>Probabilité sur un ensemble fini</p> <p>Probabilité d'un événement</p> <p>Réunion et intersection de deux événements ; formule : $p(A \leq B) + p(A \geq B) = p(A) + p(B)$.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Déterminer la probabilité d'événements dans des situations d'équiprobabilité • Utiliser des modèles définis à partir de fréquences observées • Connaître et exploiter cette formule 	<p>La probabilité d'un événement est définie comme la somme des probabilités des événements élémentaires qui le constituent.</p> <p>Pour les calculs de probabilités, on utilise des arbres, des diagrammes ou des tableaux.</p>

B Notre point de vue

Ce chapitre traite de la notion de probabilité déjà abordée en classe de Troisième.

Le **cours** est scindé en deux parties :

- la **première partie** traite du vocabulaire lié aux probabilités et de la notion même de probabilité d'une issue, qui est définie comme étant le nombre autour duquel se stabilise la fréquence de cette issue lorsque l'expérience aléatoire est répétée un très grand nombre de fois. Pour aborder cette partie de cours, deux activités sont proposées, l'**activité 1** permet d'observer la stabilisation des fréquences dans un problème classique qu'est le lancer du dé tandis que, dans l'**activité 2**, on utilise la stabilisation des fréquences pour estimer une probabilité.
- Dans la **seconde partie**, nous abordons la notion d'opérations sur les événements et celle d'équiprobabilité. Pour aborder cette partie, deux activités sont également proposées. L'**activité 3** permet de découvrir les ensembles \bar{A} , $A \geq B$ et $A \leq B$ ainsi que les relations entre les probabilités de ces événements et celle des événements A et B . L'**activité 4** permet d'introduire la notion d'équiprobabilité et de découvrir la formule de calcul de la probabilité d'un événement dans cette situation.

Les **savoir-faire** reprennent les capacités attendues du programme.

Les notions abordées dans le chapitre 9

- Vocabulaire des probabilités
- Calculs de probabilités

C Réactiver les savoirs

Voir manuel page 333 et le site www.bordas-indice.fr pour les corrigés détaillés.

D Activités

Activité 1 Simulation d'un lancer de dé

Cette activité permet de simuler des lancers d'un dé avec la calculatrice puis avec le tableur, afin d'observer la stabilisation des fréquences lorsque le nombre de simulation devient très grand.

Fichiers associés sur www.bordas-indice.fr et sur le manuel numérique premium :

09_seconde_activite1.ods (OpenOffice Calc)
et 09_seconde_activite1.xls (Excel 2003).

1. L'ensemble U des résultats possible est constitué des nombres entiers de 1 à 6 : $U = \{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6\}$.
3. Les fréquences semblent toutes se rapprocher de 0,167.

Activité 2 Des points choisis au hasard sur un segment

Cette activité a pour but d'estimer expérimentalement une probabilité qu'on ne peut pas calculer en classe de Seconde. Pour cela, une expérience aléatoire est répétée plusieurs fois et la mise en commun des résultats permet d'obtenir une première estimation de la probabilité. La deuxième partie de l'activité a pour objectif d'obtenir ainsi une meilleure estimation de la probabilité cherchée en simulant l'expérience aléatoire à l'aide d'un tableur.

Fichiers associés sur www.bordas-indice.fr et sur le manuel numérique premium :

09_seconde_activite2.ods (OpenOffice Calc)
et 09_seconde_activite2.xls (Excel 2003).

4. a. $a = 10 \times \text{ALEA}$ appartient à l'intervalle $[0 ; 10]$.
- b. Comme $0 \leq \text{ALEA} \leq 1$, $0 \leq (10 - a) \times \text{ALEA} \leq 10 - a$ et $a \leq a + (10 - a) \times \text{ALEA} \leq 10$ soit $a \leq b \leq 10$ donc $B \in [AF]$.
- c. La probabilité est estimée à environ 0,15.

Activité 3 Rap américain ou rock français?

Dans cette activité, nous découvrons les événements et les notations \bar{A} , $A \leq B$ et $A \geq B$ ainsi que les formules relatives aux probabilités de ces événements.

1. a. $P(A) = 0,3$
- b. $P(\bar{A}) = 0,7$; $P(A) + P(\bar{A}) = 1$.
2. $A \geq B$ est constitué des morceaux de rap en français.
3. ② Un morceau de pop en français ; ③ un morceau de rap en français et ④ un morceau de rap en américain.
4. a. 85%
- b. $P(A \leq B) + P(A \geq B) = P(A) + P(B)$

Activité 4 Tirages de jetons et équiprobabilité

Cette activité a pour but de découvrir la formule de la probabilité d'un événement en situation d'équiprobabilité.

1. a. Cette somme est égale à 1.
- b. $p_1 = \frac{1}{7}$
2. a. $A = \{1 ; 2 ; 3 ; 4\}$ donc $P(A) = p_1 + p_2 + p_3 + p_4$.
- b. $P(A) = \frac{1}{7} + \frac{1}{7} + \frac{1}{7} + \frac{1}{7} = \frac{4}{7}$
3. $P(B) = \frac{3}{7}$

E Exercices

Pour démarrer

1. U a six éléments.

2. abricot et orange.

2. $U = \{P ; F\}$

3. 1. E_2 et E_3 .

2. $E_4 = \{V ; O ; L ; U ; M ; E\}$

$E_5 = \{S ; E ; C ; O ; N ; D\}$

$E_6 = \{A ; N ; G ; R ; M ; E\}$

4. Exercice corrigé, voir p. 333 du manuel.

5. 1. $U = \{0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7\}$

2. Huit issues.

6. 1. $p = \frac{1}{10}$

2. $P(A) = \frac{3}{10}$

7. 1. Le dé est bien équilibré.

2. $p = \frac{1}{6}$.

3. $P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

8. Exercice corrigé, voir p. 333 du manuel.

9. Réponse b : 0,2.

10. 1. Le mot « hasard ».

2. 20 issues.

3. a. $P(A) = 0,4$

b. $P(B) = 0,15$

11. 1. 50 issues possibles.

2. $\frac{9}{50} = 0,18$

12. 1. 30 issues possibles.

2. $\frac{12}{30} = 0,4$

13 1. 130 issues possibles.

2. $P(A) = \frac{50}{130} = \frac{5}{13}$

3. $P(B) = \frac{94}{130} = \frac{47}{65}$

14 1. $P(U) = 1$; $P(\emptyset) = 0$.

2. $P(A) = 0,1 + 0,3 = 0,4$

15 **Exercice corrigé, voir p. 333 du manuel.**

16 1. $P(A) = 0,7$

2. $P(B) = 0,65$

17 1. 0,17

2. 0,33

18 *Correctif : il se peut que dans certains manuels la proposition 1. c. propose la valeur de A ; il faut lire : $\bar{A} = \frac{5}{8}$.*

1. Réponse b.

2. Réponse c.

3. Réponse b.

19 **Exercice corrigé, voir p. 333 du manuel.**

20 1. $P(\bar{A}) = 0,8$

2. $P(A \leq B) = P(A) + P(B) - P(A \geq B)$

3. $P(A \leq B) = 0,7$

Pour s'entraîner

21 1. $U = \{V ; O ; L ; T ; A ; I ; R ; E\}$

2. a. Les issues qui réalisent E_1 sont O, E et A.

b. $E_1 = \{O ; E ; A\}$

3. $E_2 = \{O ; T ; E ; I\}$

22 1. $U = \{BB ; BR ; RB ; RR\}$

2. a. Les issues qui réalisent A sont BR et RB.

b. $A = \{BR ; RB\}$

3. $B = \{BB ; RR\}$

23 1. L'univers a 6 éléments.

2. MT et AT.

3. Quatre issues réalisent l'événement F.

24 1. **Faux** ; contre-exemple : $U = \{1 ; 2 ; 3\}$, $A = \{1 ; 2\}$ et $B = \{2 ; 3\}$.

2. « Si deux événements sont confondus, il existe au moins une issue qui réalise ces deux événements. » Cet énoncé est faux si $A = \emptyset$ et $B = \emptyset$.

25 **Faux** : l'univers a huit éléments.

26 **Vrai** car P2 est l'issue « obtenir PILE avec la pièce et 2 avec le dé ».

27 **Faux** : $A = \{P2 ; P4 ; F2 ; F4\}$.

28 1. $P(A) = 0,4$

2. $P(B) = 0,92$

29 1. La probabilité est 0,6.

2. La probabilité est 0,8.

30 **Exercice résolu, voir p. 197 du manuel.**

31 1. À l'intérieur d'un carré de côté 3 cm, de centre le centre du damier et dont les côtés sont parallèles aux coté du damier.

2. 9 cm^2

3. $\frac{9}{25}$

32 1. **Faux.** Contre-exemple : on lance un dé équilibré $A = \{1\}$ et $B = \{2\}$.

2. Si deux événements sont égaux, alors ils ont la même probabilité. **Vrai** (évident).

33 1. 0,06

2. 0,41

3. 0,15

4. 0,45

34 **Exercice corrigé, voir p. 333 du manuel.**

35 **Faux** ; $P(1) = \frac{0,6}{5} = 0,12$.

36 **Vrai** : $P(A) = P(3) + P(6) = 0,12 + 0,4 = 0,52$.

37 **Vrai**, car l'événement « obtenir un nombre entier » est l'événement certain.

38 1. $A \geq B$ et $P(A \geq B) = 0,2$.

2. a. $A \leq B$: « la personne boit du jus de fruit ou du soda ».

b. $P(A \leq B) = P(A) + P(B) - P(A \geq B) = 0,9$.

39 1. $P(E) = 0,05$; $P(B) = 0,03$.

2. $P(\bar{E}) = 0,95$.

3. $P(E \leq B) = 0,07$.

40 1. **Faux.** Si $P(A \geq B) \neq \emptyset$.

2. « Il existe deux événements A et B tel que :

$$P(A \leq B) \neq P(A) + P(B).$$

41 1. $P(\bar{A}) = 0,12$ donc $P(A) = 0,88$.

2. $P(\bar{B}) = 0,12$ donc $P(B) = 0,88$.

42 **Vrai** car $A \leq B = \{A ; L ; B ; E ; R ; T ; I ; N ; S\}$.

43 **Faux** car $P(A \leq B) = 0,6$.

44 $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(B) = \frac{1}{13}$ et $P(C) = \frac{1}{2}$.

45 $P(A_1) = 0,275$

$P(A_2) \approx 0,458$

$P(A_3) \approx 0,15$

46 1. Réponse b.

2. **D1/100**

3. $\frac{1}{12}$

47 1. **Vrai** car la probabilité d'une issue est $\frac{1}{10}$ soit 0,1.

2. « Si chaque issue a pour probabilité 0,1 alors l'univers a 10 éléments et on est en situation d'équiprobabilité ». Cet énoncé est **vrai** car, comme toutes les issues ont la même probabilité égale à 0,1, on est en situation d'équiprobabilité et, si n désigne le nombre d'éléments de l'univers, on a $n \times 0,1 = 1$ soit $n = 10$.

48 **Exercice corrigé, voir p. 333 du manuel.**

49 1. a. $P(A) = \frac{8}{13}$ et $P(B) = \frac{10}{13}$.

b. $A \geq B$ est l'événement : « la lettre est une consonne bleue ».
 $P(A \geq B) = \frac{5}{13}$.

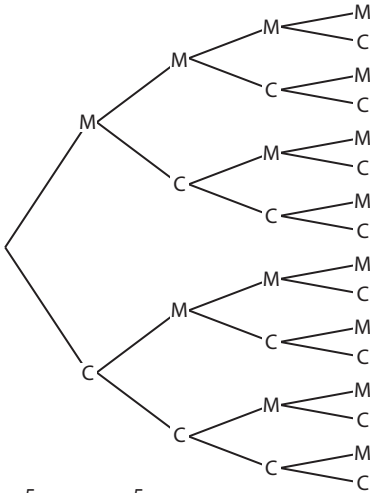
c. $A \leq B$ est l'événement : « la lettre obtenue est une consonne ou une lettre bleue ». $P(A \leq B) = 1$.

2. La probabilité est $\frac{5}{8}$.

3. La probabilité est $\frac{4}{5}$.

50 **Exercice résolu, voir p. 197 du manuel.**

51 1.



2. a. $P(A) = \frac{5}{16}$ et $P(B) = \frac{5}{16}$.

b. $P(A \leq B) = \frac{5}{8}$

3. $P(C) = \frac{3}{8}$

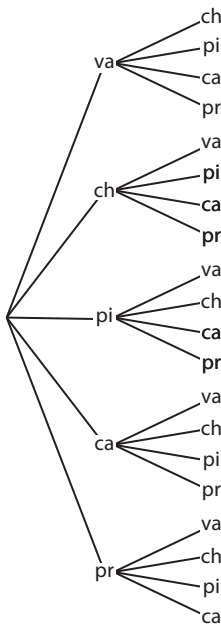
52 1. 24 listes possibles.

2. a. $P(E) = \frac{1}{4}$; $P(F) = \frac{1}{4}$; $P(G) = \frac{1}{2}$.

b. $E \geq F$ est l'événement : « Betty est interrogée en premier et Carla en deuxième ». $P(E \geq F) = \frac{1}{12}$.

c. $E \leq F$ est l'événement : « Betty est interrogée en premier ou Carla en deuxième ». $P(E \leq F) = \frac{5}{12}$.

53 1.



2. a. $\frac{1}{20}$

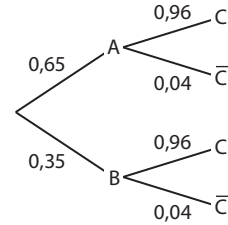
b. $\frac{1}{10}$

c. $\frac{3}{5}$

d. $\frac{3}{10}$

54 Exercice résolu, voir p. 201 du manuel.

55



La probabilité qu'un produit choisi au hasard dans la production soit conforme aux normes est 0,939.

56 Vrai. Il y a quatre dames dans le jeu et le jeu comporte 32 cartes donc la probabilité est $\frac{4}{32} = 0,125$.

57 Vrai : $\frac{8}{32} = 0,25$.

58 Faux : $\frac{1}{32} \neq 0,25$.

59 1. $P(A) = 0,55$. $P(B) = 0,22$. $P(C) = 0,635$.

2. $P(A \geq B) = 0,13$ et $P(A \leq B) = 0,34$.

60 $P(A) = \frac{1}{8}$; $P(B) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$; $P(C) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$; $P(D) = \frac{3}{8}$.

Faire le point

Voir livre page 333.

Les corrigés détaillés sont disponibles sur le site www.indice-bordas.fr.

Revoir des points essentiels

61 $P(A \geq B) = P(A) + P(B) - P(A \leq B) = 0,2$

62 $P(B) = \frac{50}{80} = 0,625$

Travaux pratiques

TP Le problème du grand-duc de Toscane

Le TP est consacré au célèbre problème du grand-duc de Toscane. Une première partie est consacrée à une simulation permettant ainsi de confirmer l'observation faite par Cosme II de Médicis, puis la seconde partie permet, à l'aide d'une modélisation, d'expliquer le phénomène observé.

Fichiers associés sur www.bordas-indices.fr et sur le manuel numérique premium :

09_seconde_TP.ods (OpenOffice Calc)

et 09_seconde_TP.xls (Excel 2003).

A. 2. a. Dans les cellules A2, B2 et C2, on saisit :

`=ALEA.ENTRE.BORNES(1;6)`

2. b. On saisit la formule `=A2+B2+C2`

4. b. Dans la cellule F2, on saisit la formule :

`=NB.SI($D2:$D10001;F1)`

5. a. Dans la cellule F3, on saisit la formule `=F2/10000`.

B. 1. $10 = 1 + 3 + 6 = 1 + 4 + 5 = 2 + 2 + 6 = 2 + 3 + 5$
 $= 2 + 4 + 4 = 3 + 3 + 4.$

2. a. Il y a $6^3 = 216$ tirages possibles.

b. Il y a six tirages.

c. Il y a 25 tirages qui conduisent à la somme 9. la probabilité d'obtenir cette somme est $\frac{25}{216}$.

3. La probabilité d'obtenir la somme 10 est $\frac{27}{216}$.

Oui, ces probabilités expliquent le phénomène observé, car $\frac{27}{216} > \frac{25}{216}$.

4. Le duc de Toscane a cru que tous les ensembles de trois entiers obtenus en lançant les dés étaient équiprobables.

5. Non, il y a un seul tirage qui permet d'obtenir 3 alors qu'il y en a trois qui permettent d'obtenir 4.

Pour approfondir

63 $P(A) = 0$; $P(B) = \frac{3}{13}$; $P(C) = \frac{6}{13}$ et $P(D) = \frac{4}{13}$.

64 1. L'aire de Γ est égale à 1.

L'aire de \mathcal{D} est égale à $\frac{\pi}{4}$.

2. $p = \frac{\pi}{4}$

3. a. Si $M(x; y)$ est un point du plan muni d'un repère

orthonormé, $OM = \sqrt{x^2 + y^2}$. Par conséquent $M \in D$ si et seulement si $OM^2 \leq 1$ ce qui équivaut à $x^2 + y^2 \leq 1$.

b. Dans l'algorithme, on complète l'avant-dernière ligne par : « **F prend la valeur S/N** ».

c. F se rapproche de $\frac{\pi}{4}$.

d. Voir le fichier logiciel corrigé **09_seconde_ex64 (AlgoBox ou Xcas)** sur le site compagnon de l'enseignant www.indice-bordas.fr ou sur le manuel numérique premium.

65 1. On peut former 8 064 codes.

2. a. $\frac{1}{8\,064}$

b. $\frac{95}{8\,064}$

c. $\frac{7\,968}{8\,064} = \frac{83}{84}$

66 La probabilité que Maxence plonge en premier est $\frac{5^n}{6^n}$; celle que Minh plonge en premier est $\frac{n5^{n-1}}{6^n}$.

Cela conduit à $n = 5$ pour que ces deux probabilités soient égales.

67 La probabilité est égale à $\frac{1}{11}$.

68 $p = 1 - \frac{365 \times 364 \times \dots \times (365 - 34)}{365^{35}} \approx 0,814$