CHAPITRE 3

Problèmes du premier degré

A Le programme

Objectifs visés par l'enseignement des problèmes du premier degré, rendre les élèves capables d'étudier :
• un problème se ramenant à une équation du type $f(x) = k$… ;
• un problème d'optimisation ou un problème du type $f(x) > k$…
Par ailleurs, la résolution de problèmes vise aussi à progresser dans la maîtrise du calcul algébrique.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Expressions algébriques Transformations d'expressions algébriques en vue d'une résolution de problème.	– Associer à un problème une expression algébrique. – Identifier la forme la plus adéquate (développée, factorisée) d'une expression en vue de la résolution du problème donné. – Développer, factoriser des expressions polynomiales simples.	Les activités de calcul nécessitent une certaine maîtrise technique et doivent être l'occasion de raisonner. Les élèves apprennent à développer des stratégies s'appuyant sur l'observation de courbes, l'anticipation et l'intelligence du calcul. Le cas échéant, cela s'accompagne d'une mobilisation éclairée et pertinente des logiciels de calcul formel.
Équations Résolution graphique et algébrique d'équations.	– Mettre un problème en équation. – Résoudre une équation se ramenant au premier degré.	Pour un même problème, combiner résolution graphique et contrôle algébrique. Utiliser, en particulier, les représentations graphiques données sur écran par une calculatrice, un logiciel.
Fonctions de référence Fonctions linéaires et fonctions affines	– Donner le sens de variation d'une fonction affine. – Donner le tableau de signes de $ax + b$ pour des valeurs numériques données de a et b.	On fait le lien entre le signe de $ax + b$, le sens de variation de la fonction et sa courbe représentative.
Inéquations Résolution graphique et algébrique d'inéquations.	– Modéliser un problème par une inéquation.	Pour un même problème, il s'agit de : – combiner les apports de l'utilisation d'un graphique et d'une résolution algébrique, – mettre en relief les limites de l'information donnée par une représentation graphique.

B Notre point de vue

Ce chapitre traite de tout ce qui concerne le premier degré dans le thème « Fonctions » du programme de la classe de Seconde. Il aborde, en partie, le contenu des rubriques « Expressions algébriques », « Équations », « Fonctions de référence » et « Inéquations » du programme.
La première page de cours fait le point sur les fonctions affines et linéaires et aborde la question du signe de $ax + b$ en faisant le lien entre le signe, le sens de variation de la fonction et sa courbe représentative comme le préconise le programme.

La seconde page de cours s'intéresse aux transformations d'écritures afin d'aider les élèves à identifier et obtenir la forme la plus adéquate (développée, factorisée) d'une expression en vue de la résolution d'un problème donné.
La troisième page de cours est consacrée à la résolution de problèmes du premier degré : mise en équation (en inéquation) d'un problème, résolution d'équations (d'inéquations).
Deux **fiches TICE** détaillent pour l'une, l'utilisation du tableur pour construire un tableau de valeurs et tracer une représentation graphique ; pour l'autre, l'utilisation d'un logiciel de calcul formel pour transformer des expressions et résoudre des équations ou des inéquations.
Les deux **TP** permettent, à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, d'étudier des situations dont la modélisation conduit à la résolution d'un problème du premier degré.

Les notions abordées dans le chapitre 3

- Sens de variation d'une fonction affine
- Signe de $ax + b$
- Développements-factorisations
- Équations se ramenant au premier degré
- Mise en équation d'un problème
- Fonctions avec un tableur
- Fonctions avec un logiciel de calcul formel

C Réactiver les savoirs

Les notions abordées dans ces exercices permettent de réactiver les notions utiles pour ce chapitre : « développement et factorisation », « résolution d'équations et d'inéquations » abordées au collège et « utilisation de la représentation graphique d'une fonction » vue dans les **chapitres 1 et 2**.
Voir manuel page 329 et le site www.bordas-indice.fr pour les corrigés détaillés.

D Activités

Activité 1 Croissante ou décroissante ?

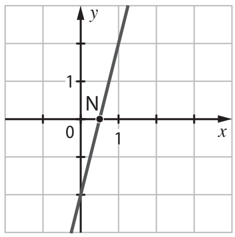
***Fichier associé sur le site* www.bordas-indice.fr :**
03_seconde_activite1.url (GeoGebraTube)
Fichier associé sur le manuel numérique Premium :
03_seconde_activite1.ggb (GeoGebra, version élève)
Cette activité a pour but d'observer l'influence des coefficients a et b de la fonction affine $f(x) = ax + b$ sur ses variations.
1. f est croissante.
2. a. La droite, représentation graphique de f, monte et descend sans changer d'inclinaison.
b. Même observation.
3. a. La droite, représentation graphique de f, change d'inclinaison quand a varie.
b. Même observation.
4. Si $a > 0$, f est croissante et si $a < 0$, f est décroissante.
5. a. $u \leqslant v$ équivaut à $3u \leqslant 3v$, soit $3u - 5 \leqslant 3v - 5$.
On obtient $f(u) \leqslant f(v)$.
b. f est croissante.
6. a. $u \leqslant v$ équivaut à $f(u) \geqslant f(v)$.
b. f est décroissante.

Activité 2 À la recherche de signes

Cette activité permet d'aider les élèves à construire leurs premiers tableaux de signes.
1.

x	–2	–1,5	–1	–0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$f(x)$	–10	–8	–6	–4	–2	0	2	4	6	8	10

2. a. et **c.**



b. f est croissante.
3.

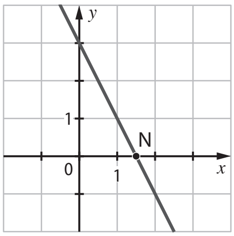
Valeurs de x	$-\infty$ $\qquad$ $\frac{1}{2}$ $\qquad$ $+\infty$
Signe de $4x - 2$	$-$ $\qquad$ 0 $\qquad$ +

4. a. $4x - 2 < 0$ équivaut à $4x < 2$, soit $x < \frac{1}{2}$.

b. Les solutions de l'inéquation correspondent aux valeurs pour lesquelles on a un signe « – » dans le tableau.

5. a.

x	–2	–2	–1	–1	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$g(x)$	7	6	5	4	3	2	1	0	–1	–2	–3



g est décroissante.

b.

Valeurs de x	$-\infty$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
Signe de $-2x+3$		+	0	–	

c. Les solutions de l'inéquation $-2x+3 > 0$ sont les nombres x tels que $x < \frac{3}{2}$.

Activité 3 Algorithmes en série

Cette activité permet, en utilisant des algorithmes, de comparer deux expressions algébriques.

***Fichiers associés sur le site* www.bordas-indice.fr**
et le manuel numérique Premium :
03_seconde_activite3A.alg
03_seconde_activite3B.alg (AlgoBox)

1. Les affirmations sont exactes.
2. a. Le résultat est bien $(x+1)^2-4$.
b. Le résultat obtenu est x^2+2x-3.
3. $(x+1)^2-4=0$ équivaut à $(x-1)(x+3)=0$.
Les nombres qui donnent un résultat nul sont $x=1$ et $x=-3$.

Activité 4 Problèmes en stock

Cette activité permet aux élèves de s'intéresser à la mise en équation d'un problème et de mettre en place certains automatismes.

1. a. – Énoncé 1 : équation 2.
– Énoncé 2 : équation 3.
– Énoncé 3 : équation 1.
b. – Énoncé 1 : x représente la surface du jardin en m².
– Énoncé 2 : x représente le nombre actuel d'employés hommes dans l'entreprise.
– Énoncé 3 : x représente le montant en euros de la somme partagée.
2. – Équation 1 : $x = 1\,152$.
– Équation 2 : $x = 576$.
– Équation 3 : $x = 252$.
– Énoncé 1 : l'aire du jardin est 576 m².
– Énoncé 2 : l'entreprise compte actuellement 252 employés hommes.
– Énoncé 3 : la somme partagée est 1 152 €.

E Exercices

Pour démarrer

1 **1.** $a = 3$ et $b = 2$.
2. $a = -2$ et $b = 1$.
3. $a = -5$ et $b = 0$.

2 **1.** Fonctions affines : f, g et i.
2. Fonction linéaire : f.

3 Fonctions affines : f, g et h.

4 **Exercice corrigé p. 329 du manuel.**

5 **a.** $p(x) = 5{,}25x$.
b. p est une fonction affine et linéaire.

6 **1.** Nombre affiché : –5.
2. $f(x) = -2x + 3$.

7 **a.** $f(0) = 3$; $f(5) = 13$; $f(0{,}5) = 4$; $f(-0{,}5) = 2$;
$f(\sqrt{2}) = 2\sqrt{2} + 3$.
b. $f(x) = 5$ équivaut à $2x + 3 = 5$, soit $x = 1$.

8 **a.** f croissante **b.** f décroissante
c. f croissante **d.** f constante
e. f décroissante **f.** f décroissante

9 **1.** $a = 2$; a positif.
2. f croissante.

10 **Exercice corrigé p. 329 du manuel.**

11 f croissante ; g décroissante ; h croissante ; i constante ; k décroissante.

12 f : tableau 4 ; g : tableau 1 ; h : tableau 2 ; i : tableau 3.

13 **1.** $a = 4$; a positif.
2. $f(x) = 0$ équivaut à $4x - 8 = 0$, soit $x = 2$.
3. Le signe est donné par le tableau :

Valeurs de x	$-\infty$		2		$+\infty$
Signe de $4x-8$		–	0	+	

14 **a.**

Valeurs de x	$-\infty$		3		$+\infty$
Signe de $x-3$		–	0	+	

b.

Valeurs de x	$-\infty$		2		$+\infty$
Signe de $-x+2$		+	0	–	

15 **a.**

Valeurs de x	$-\infty$		-2		$+\infty$
Signe de $2x+4$		$-$	0	$+$	

b.

Valeurs de x	$-\infty$		$1{,}5$		$+\infty$
Signe de $-2x+3$		$+$	0	$-$	

16 **Exercice corrigé p. 329 du manuel.**

17 **1.** $-x+5=0$ pour $x=5$.

2.

Valeurs de x	$-\infty$		5		$+\infty$
Signe de $-x+5$		$+$	0	$-$	

18

Valeurs de x	$-\infty$		-3		$+\infty$
Signe de $f(x)$		$-$	0	$+$	

Valeurs de x	$-\infty$		0		$+\infty$
Signe de $g(x)$		$-$	0	$+$	

Valeurs de x	$-\infty$		2		$+\infty$
Signe de $h(x)$		$+$	0	$-$	

19 Sommes : **b**, **d** et **f**. Produits : **a**, **c**, et **e**.

20 Formes développées : **c** et **e**.

21 Formes factorisées : **a**, **d** et **f**.

22 $2x^2-3x$.

23 **a.** x^2+2x+1 **b.** x^2-2x+1 **c.** x^2-1.

24 **1.** Les deux termes sont $(x+4)(2x-3)$ et $2x(2x-3)$.

2. $f(x)=(2x-3)(-x+4)$.

25 $(x+1)^2$.

26 $(x-2)(x+2)$.

27 -2 est solution des équations **a** et **c**.

28 **a.** $S=\{2\}$ **b.** $S=\left\{-\frac{5}{3}\right\}$ **c.** $S=\{5\}$.

29 4 est solution de l'inéquation **a**.

30 **a.** $S=\left]-\infty\,;-\frac{1}{3}\right[$ **b.** $S=\left]-\frac{5}{2}\,;+\infty\right[$ **c.** $S=]3\,;+\infty[$.

31 **1.** $(x+3)$ et $(2x-6)$.

2. $x=-3$ et $x=3$.

3. $S=\{-3\,;3\}$.

32 **a.** $S=\{-1\,;4\}$ **b.** $S=\left\{-\frac{1}{2}\,;2\right\}$.

33 **1.** On factorise par x.

2. Les solutions de $2x^2=3x$ sont celles de $x(2x-3)=0$.

On obtient $S=\left\{0\,;\frac{3}{2}\right\}$.

Pour s'entraîner

34 Expressions correspondant à une fonction affine :

f avec $a=-\frac{2}{5}$ et $b=0{,}7$,

i avec $a=\sqrt{2}$ et $b=-3$ et l avec $a=0$ et $b=0$.

35 Expressions correspondant à une fonction linéaire :

$$f\left(a=\frac{4}{9}\right) \quad \text{et} \quad g\left(a=\frac{2}{7}\right).$$

36 **Exercice corrigé p. 329 du manuel.**

37 **1.** $d(t)=855t$. d est une fonction linéaire.

2. $855\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$ correspond à $237{,}5\ \text{m}\cdot\text{min}^{-1}$.

$D(T)=237{,}5T$. D est une fonction linéaire.

38 $f(x)=1{,}03x$.

39 **Exercice résolu p. 72 du manuel.**

40 **1.** On a $f(x)=ax$ avec $f(1)=-2$.

Ainsi : $a\times 1=-2$, soit $a=-2$. D'où $f(x)=-2x$.

2. On a $g(x)=ax$, avec $g(-3)=5$.

Ainsi $a\times(-3)=5$, soit $a=-\frac{5}{3}$. D'où $g(x)=-\frac{5}{3}x$.

3. On a $h(x)=ax$, avec $h(-4)=-6$.

Ainsi $a\times(-4)=-6$, soit $a=\frac{3}{2}$. D'où $h(x)=\frac{3}{2}x$.

41 **1.** On obtient le système :

$$\begin{cases} a+b=3 \\ -a+b=5 \end{cases}$$

soit $f(x)=-x+4$.

2. On obtient le système :

$$\begin{cases} b=3 \\ -5a+b=0 \end{cases}$$

soit $g(x)=\frac{3}{5}x+3$.

3. On obtient le système :

$$\begin{cases} 100a+b=1\,000 \\ 1\,000a+b=100 \end{cases}$$

soit $h(x)=-x+1\,100$.

42 $f(x)$ correspond à (d_3).

$g(x)$ correspond à (d_2).

$h(x)$ correspond à (d_1).

2. $i(x)=0{,}5x$.

43 $f(6)=0$.

44

x	1	2	4
$f(x)$	2	0	-4

x	0	0,5	2
$g(x)$	2	3	6

45 **1.** Coût : $50+0{,}2\times 300$ soit 110 €.

2. $P(x)=0{,}2x+50$.

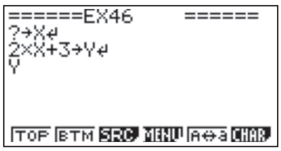
3. On veut $P(x)=95$, soit $0{,}2x+50=95$.

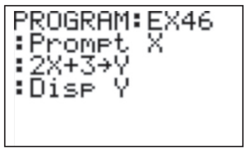
On obtient $x=225$.

On a parcouru 225 km.

46 **1.** $f(x)=2x+3$.

2. **Casio** **Texas**





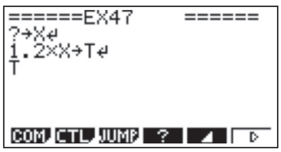
3. Remplacer « Y prend la valeur 2×X+3 » par « Y prend la valeur −2/3×X+1/3 »

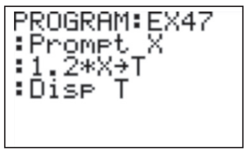
47 **1.** $t(x)=1{,}2x$.

2.

Traitement
T prend la valeur 1.2*X

3. **Casio** **Texas**





48 ***Fichiers associés sur le site* www.bordas-indice.fr *et le manuel numérique Premium :***
03_seconde_ex48.xls (Excel)
03_seconde_ex48.ods (OpenOffice)
Fonctions affines : f et h.
$f(x) = 3x - 2$ et $h(x) = -2x - 5$.

49 **1.** Énoncé vrai.
2. Énoncé faux : exemple $f(x) = x^2$.
3. Les deux énoncés P et Q ne sont pas équivalents.

50 **1.** Énoncé faux. Exemple $f(x) = x + 1$.
2. Énoncé vrai. Exemple $f(x) = 2x$.

51 **Vrai.** Si $f(x) = ax$, on a :
$f(u + v) = a(u + v) = au + av = f(u) + f(v)$.

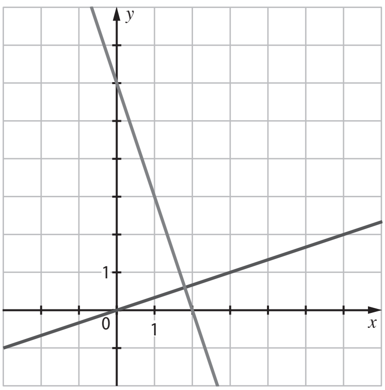
52 **Faux.** Exemple : si $f(x) = x + 1$, on a $f(1) = 2$ et $f(3) = 4$ donc $f(1 + 3) = f(4) = 5$; alors que $f(1) + f(3) = 6$.

53 **1.**

x	-6	$+6$
Variations de $7x - 4$	-46 ↗	38

2. Comme f croissante et $1 < 5$, on a $f(1) < f(5)$.

54 **1.** f décroissante et g croissante.
2.



55 **Exercice corrigé p. 329 du manuel.**

56 **1.** f décroissante, g décroissante, h croissante, i constante et k croissante.
2. Coefficient directeur de D_f : –1,5 ; de D_i : 0 et de D_k : 2.

57 – Tableau A : Graphique 2.
– Tableau B : Graphique 3.
– Tableau C : Graphique 1.

58 **Exercice résolu p. 74 du manuel.**

59 **1.** On a $1 < 3$ et $f(1) < f(3)$; f croissante.
2. On a $2 > 1$ et $g(2) < g(1)$; g décroissante.

60 **1.** On a $0 < 1$ et $f(0) < f(1)$; f croissante.
2. On a $0 < 2$ et $g(0) > g(2)$; g décroissante.

61 **1.** $B(x) = 0{,}3x$ et $R(x) = 0{,}7x$.
2. B et R croissantes.

62 **Faux :** on doit avoir $f(-3) \leqslant f(-2)$.

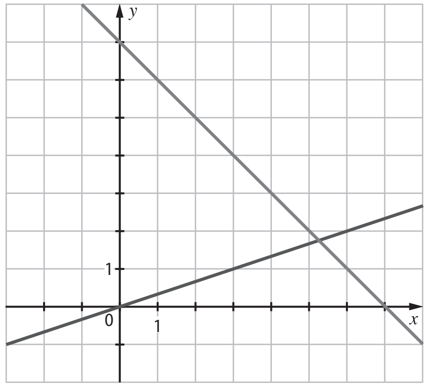
63 **Vrai :** on a $f(-3) \geqslant f(0)$, soit $f(-3) \geqslant 0$.

64 **1.** Le signe est donné par les tableaux :

Valeurs de x	$-\infty$ 7 $+\infty$
Signe de $f(x)$	+ 0 –

Valeurs de x	$-\infty$ 0 $+\infty$
Signe de $g(x)$	– 0 +

2.



65 **Exercice corrigé p. 329 du manuel.**

66

Valeurs de x	$-\infty$ $-\frac{2}{3}$ $+\infty$
Signe de $f(x)$	– 0 +

Valeurs de x	$-\infty$ $-\frac{9}{4}$ $+\infty$
Signe de $g(x)$	+ 0 –

Valeurs de x	$-\infty$ 0 $+\infty$
Signe de $h(x)$	+ 0 –

67 – Fonction f_1 : tableau 4.
– Fonction f_2 : tableau 2.
– Fonction f_3 : tableau 3.
– Fonction f_4 : tableau 1.

68 – Tableau 1 : graphique B.
– Tableau 2 : graphique C.
– Tableau 3 : graphique D.
– Tableau 4 : graphique A.

69 **1.** Recette : $R(x) = 1{,}1x$.
2. Coûts : 33 et recette : $1{,}1x$; d'où $B(x) = 1{,}1x - 33$
3. a. $B(x) = 0$ pour $x = 30$, d'où le tableau :

Valeurs de x	0 30 100
Signe de B(x)	– 0 +

b. Le boulanger doit vendre au moins 30 croissants.

70 **Faux :** $f(x) > 0$ pour $x < 5$.

71 **Vrai :** on a $f(x) = 2g(x)$.

72 **Exercice résolu p. 75 du manuel.**

73 **1.** $-x^2$ **2.** $(-x)^2$ **3.** $(x - 3)^2 + \frac{1}{x}$ **4.** $\frac{1}{x + x^2}$

74 $A = 2x^2 + 5x - 12$ $B = x + 7$
$C = x^2 + 21x + 24$ $D = -13a + 14$

75 $A = 5x^2 - 14x + 17$ $B = -3x^2 - 22x - 24$

76 Expressions : A, B et F.

77 **1.** Le résultat obtenu est 8.
2. $f(x) = 2(x + 1) - 4$, soit $f(x) = 2x - 2$.

78 $A = (2x + 1)^2$; $B = (x - 3)^2$; $C = (3x - 2)(3x + 2)$.

79 $A = x(3x-7)$; $B = (2x+3)(2x-3)$; $C = (5x+2)(4x-3)$.

80 $A = (-x-2)(3x+12) = -3(x+2)(x+4)$; $B = (2x+5)^2$.

81 **Exercice résolu p. 76 du manuel.**

82 $A = x^2(x-12)$; $B = 2(x-1)$; $C = (-x+4)(5x+1)$.

83 On a bien $f(x) = 9x^2 + 12x - 12$ et $f(x) = 3(x+2)(3x-2)$.

84 Le périmètre est :

$\frac{1}{2} \times 10\pi + \frac{1}{2} \times \pi x + \frac{1}{2} \times \pi(10-x)$, soit 10π.

Ce périmètre est indépendant de x.

85 **1.** – L'aire du demi-disque supérieur est :

$A_1 = \frac{1}{2}(\pi \times 5^2) = \frac{25\pi}{2}$.

– L'aire du demi-disque inférieur est :

$A_2 = \frac{1}{2}\left(\pi \times \left(\frac{10-x}{2}\right)^2\right) = \frac{\pi}{8}(10-x)^2$.

– L'aire du demi-disque de diamètre x est :

$A_3 = \frac{1}{2}\pi \times \left(\frac{x}{2}\right)^2 = \frac{\pi}{8}(x)^2$.

– L'aire de la surface coloriée est :

$A_1 + A_2 - A_3 = 25\pi - \frac{5\pi}{2}x$.

L'expression obtenue est bien celle d'une fonction affine.

2. Le coefficient directeur étant $-\frac{5\pi}{2}$, l'aire diminue quand x augmente.

86 **1.** $f(x) = x^2 - 10x - 24$ et $f(x) = (x+2)(x-12)$.

2. $f(0) = 0^2 - 10 \times 0 - 24 = -24$;

$f(12) = (12+2)(12-12) = 0$;

$f(5) = (5-5)^2 - 49 = -49$.

87 **Exercice corrigé p. 329 du manuel.**

88 $f(-5) = 3(-5-1)(-5+5) = 0$.

$f(-2) = 3(-2+2)^2 - 27 = -27$.

$f(\sqrt{3}) = 3\sqrt{3}^2 + 12 \times \sqrt{3} - 15 = 12\sqrt{3} - 6$.

89 **Faux :** $(x-3)^2 = x^2 - 6x + 9$.

90 **Vrai :** $2(x-3)^2 - 4 = 2x^2 - 12x + 14$.

91 **a.** S = {0} **b.** S = {1 ; –2}.

c. $S = \left\{\frac{7}{10} ; -\frac{1}{3}\right\}$ **d.** S = {–2 ; 2}.

92 **a.** S = {–1} **b.** $S = \left\{0 ; \frac{1}{6}\right\}$.

c. S = {–15 ; 0} **d.** $S = \left\{-\frac{1}{3} ; 1\right\}$.

93 **a.** On obtient $2x - 3 = 0$, d'où $S = \left\{\frac{3}{2}\right\}$.

b. On obtient $-5x = -11x - 7$, d'où $S = \left\{-\frac{7}{6}\right\}$.

94 **a.** On obtient $x(x-3) = 0$, d'où S = {0 ; 3}.

b. On obtient $-2x(x-4) = 0$, d'où S = {0 ; 4}.

c. On obtient $3x(x-6) = 0$, d'où S = {0 ; 6}.

95 **Exercice corrigé p. 329 du manuel.**

96 **a.** S = {0} **b.** S = {5}.

c. $S = \left\{-\frac{13}{2} ; 0\right\}$ **d.** $S = \left\{-\frac{1}{3} ; 0\right\}$.

97 **1. Faux :** $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$.

2. Vrai : il suffit de prendre $x = 0$ ou $y = 0$.

98 On peut écrire : $\frac{\sqrt{3}-2}{2}$ et $\frac{-\sqrt{3}-2}{2}$.

99 **a.** $S = \left]-\infty ; -\frac{1}{3}\right]$ **b.** $S =]-\infty ; -5]$

c. $S =]0 ; +\infty[$.

100 **a.** $S = \left]\frac{4}{3} ; +\infty\right[$ **b.** $S =]-\infty ; -1]$

101 **a.** $S =]-\infty ; -12[$ **b.** $S = \left[\frac{5}{2} ; +\infty\right[$

c. $S = \left]-\infty ; \frac{13}{4}\right]$

102 **1.** Équation **c**.

2. On trouve $x = 1\,760$.

3. Le salaire de Lucile est 1 760 €.

103 Soit x le poids du chien en kg.

On a : $(x+20) + x = 35$; soit $x = 7{,}5$.

Le chien pèse 7,5 kg et Merlin pèse 27,5 kg.

104 On cherche x tel que $2x = x^3$.

On obtient $x = 0$ ou $x = \sqrt{2}$ ou $x = -\sqrt{2}$.

105 Le périmètre est $2(x+4{,}5)$, d'où l'inéquation $2(x+4{,}5) \leqslant 24$.

On obtient $x \leqslant 7{,}5$.

106 **Faux :** On peut avoir $x - 1 = -3$.

107 **Vrai :** $-5x > 15$ équivaut à $x < -3$.

108

Valeurs de x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		$+\infty$
Signe de $3x-1$		–	0	+	

Valeurs de x	$-\infty$		$-\frac{7}{5}$		$+\infty$
Signe de $-5x-7$		+	0	–	

Valeurs de x	$-\infty$		0		$+\infty$
Signe de $6x$		–	0	+	

Valeurs de x	$-\infty$		$\frac{8}{3}$		$+\infty$
Signe de $8-3x$		+	0	–	

109 $A = 3x^2 + 31x - 35$.

$B = -2x^2 + 13x - 20$.

$C = -8x^2 - 20x + 48$.

$D = 4x^3 - 3x + 1$.

110 $A = x(5x-1)$.

$B = (3x-1)(2x+4) = 2(x+2)(3x-1)$.

$C = 2(10-3x)(10+3x)$.

$D = (x-1)(5x+19)$.

111 **a.** $S = \left\{0 ; \frac{5}{7}\right\}$ **b.** $S = \left\{\frac{1}{5} ; 4\right\}$.

112 On cherche x tel que $\frac{11+6+x}{3} = 10$.

On obtient $x = 13$.

Raphaël a obtenu 13 au troisième contrôle.

Faire le point

Voir livre page 329. Les corrigés détaillés sont disponibles sur le site www.bordas-indice.fr

Revoir des points essentiels

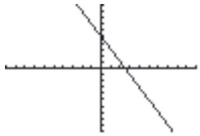
113

Valeurs de x	$-\infty$		$\frac{5}{2}$		$+\infty$
Signe de $-2x+5$		+	0	–	

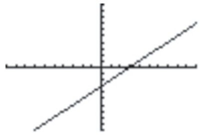
Valeurs de x	$-\infty$		3		$+\infty$
Signe de $x-3$		–	0	+	

Valeurs de x	$-\infty$		0		$+\infty$
Signe de $-3x$		+	0	–	

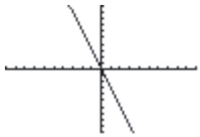
114 Courbe représentative de f :



Courbe représentative de g :



Courbe représentative de h :



115 **a.** $x = \frac{3}{2}$ ou $x = \frac{4}{5}$.
b. $x = 5$ ou $x = 3$.
c. $x = -\frac{1}{2}$ ou $x = 2$.

Travaux pratiques

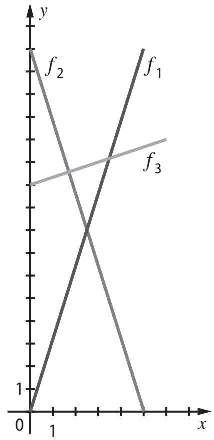
TP1 Des périmètres évolutifs

L'objectif de ce TP est d'utiliser un logiciel de géométrie dynamique afin d'étudier des phénomènes pouvant se modéliser à l'aide de fonctions affines.
Comme le préconise le programme, ce TP propose de combiner les apports de l'utilisation d'un graphique et d'une résolution algébrique.
Fichiers associés sur le site* www.bordas-indice.fr *:
03_seconde_TP1.url (GeoGebraTube)
Fichiers associés sur le manuel numérique Premium :
03_seconde_TP1.ggb (GeoGebra)

A. Construction de la figure
Pour avoir des précisions sur la construction de la figure, se reporter au « guide d'utilisation TICE » de ce TP sur le site **www.bordas-indice.fr**

B. Observations – Conjectures
3. a. Quand la longueur AM augmente, les points M1 et M3 montent alors que le point M2 descend.
b. On peut émettre la conjecture que, quand la longueur AM augmente, le périmètre du triangle AMN et celui du parallélogramme BMNQ augmentent, alors que celui du triangle CNQ diminue.
4. a. On peut observer que les différents nuages de points obtenus sont alignés.
b. Quand la distance AM est inférieure environ à 2,5, le triangle AMN a le plus petit périmètre, quand la distance AM est supérieure environ à 2,5, c'est le triangle CNQ qui a le plus petit périmètre.

C. Étude mathématique
1. a. $\frac{\text{AM}}{\text{AB}} = \frac{\text{MN}}{\text{BC}}$, soit $\frac{x}{5} = \frac{\text{MN}}{6}$ d'où $\text{MN} = \frac{6x}{5}$.
b. $f_1(x) = x + x + \frac{6x}{5} = \frac{16x}{5}$.
2. a. $\text{QC} = \text{BC} - \text{MN} = 6 - \frac{6x}{5} = \frac{6}{5}(5 - x)$.
b. $f_2(x) = 2(5 - x) + \frac{6}{5}(5 - x) = \frac{16}{5}(5 - x)$.
3. $f_3(x) = 2\text{MN} + 2\text{BM} = 2 \times \frac{6x}{5} + 2(5 - x) = \frac{2}{5}x + 10$.
4.



5. a. $f_1(x) < f_2(x)$ pour $0 < x < \frac{5}{2}$.
$f_1(x) < f_3(x)$ pour $0 < x < \frac{25}{7}$.
$f_2(x) < f_3(x)$ pour $\frac{5}{3} < x < 5$.
b. Plus grand périmètre : CNQ pour $0 < x < \frac{5}{3}$, BMNQ pour $\frac{5}{3} < x < \frac{25}{7}$ et AMN pour $x > \frac{25}{7}$.

TP2 Repos optimal au camping

L'objectif de ce TP est d'utiliser un logiciel de géométrie dynamique afin de minimiser une distance, l'expression à minimiser étant une fonction affine par morceaux.
Fichiers associés sur le site* www.bordas-indice.fr *:
03_seconde_TP2B.url (GeoGebraTube)
03_seconde_TP2D.url (GeoGebraTube)
Fichiers associés sur le manuel numérique Premium :
03_seconde_TP2B.ggb (GeoGebra)
03_seconde_TP2D.ggb (GeoGebra)

A. Premiers calculs
1. Distance parcourue : $2 \times \text{TM} + 6 \times \text{TS} + 4 \times \text{TC}$, c'est-à-dire $2 \times 200 + 6 \times 100 + 4 \times 100$, soit 1 400 m.
2. Distance parcourue : $2 \times 500 + 6 \times 400 + 4 \times 200$ soit 4 200 m.

B. Conjectures à l'aide d'un logiciel
Pour avoir des précisions sur la construction de la figure, se reporter au « guide d'utilisation TICE » de ce TP sur le site **www.bordas-indice.fr**

5. d est la distance parcourue chaque jour par le campeur.

7. a. La courbe obtenue est une fonction affine par morceaux constituée de trois segments.

b. La distance à parcourir diminue quand T se déplace de M à S, puis augmente quand T se déplace de S à E.

c. Le meilleur emplacement est quand T est confondu avec S, c'est-à-dire quand la tente est située au niveau des sanitaires.

C. Étude algébrique

1. a. La distance parcourue est : $2 \times \text{TM} + 6 \times \text{TS} + 4 \times \text{TC}$, c'est-à-dire $f(x) = 2x + 6(1 - x) + 4(3 - x)$.

b. $f(x) = -8x + 18$.

2. La distance parcourue est $f(x) = 2x + 6(x - 1) + 4(3 - x)$, soit $f(x) = 4x + 6$.

3. La distance parcourue est $f(x) = 2x + 6(x - 1) + 4(x - 3)$, soit $f(x) = 12x - 18$.

4. On obtient :

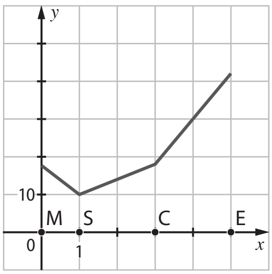
$$\begin{cases} \text{Si } 0 \leqslant x \leqslant 1, & f(x) = -8x + 18 \\ \text{Si } 1 \leqslant x \leqslant 3, & f(x) = 4x + 6 \\ \text{Si } 3 \leqslant x \leqslant 5, & f(x) = 12x - 18 \end{cases}$$

5. a. f est décroissante quand $0 \leqslant x \leqslant 1$.

f est croissante quand $1 \leqslant x \leqslant 3$ et quand $3 \leqslant x \leqslant 5$.

b. Le minimum de f est pour $x = 1$, le campeur doit planter sa tente à 100 m de la plage, c'est-à-dire au niveau des sanitaires.

6.



D. Changement de trajet

1. La distance parcourue est : $6 \times \text{TM} + 2 \times \text{TS} + 8 \times \text{TC}$.

On obtient :

$$\begin{cases} \text{Si } 0 \leqslant x \leqslant 1, & f(x) = -4x + 26 \\ \text{Si } 1 \leqslant x \leqslant 3, & f(x) = 22 \\ \text{Si } 3 \leqslant x \leqslant 5, & f(x) = 16x - 26 \end{cases}$$

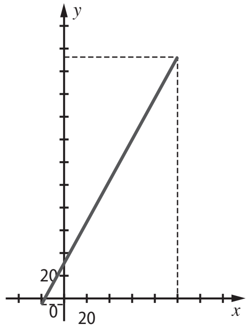
2. Le minimum de f est pour x compris entre 1 et 3. Le campeur doit planter sa tente n'importe où entre les sanitaires et le centre commercial.

Pour approfondir

116 **1.** On a $g(0) = 32$ et $g(100) = 212$.

On obtient $g(x) = 1{,}8x + 32$.

2.



3. a. $g(15) = 59$, soit 59 °F

b. $g(x) = 50$, soit $x = 10$ °C.

4. a. 25 °C correspond à 77 °F, c'est la température la plus élevée.

−20 °C correspond à −4 °F, c'est la température la plus basse.

5. $g(x) = x$, soit $x = -40$ °C $= -40$ °F.

117 **1.** Un méridien a pour périmètre $2\pi \times 6\,370$ km pour 360°. Pour 1 minute, ce qui correspond au mille marin, la distance est : $\dfrac{2\pi \times 6\,370}{360 \times 60}$, soit environ 1,853 km.

2. $49 - 37 = 12°$ ce qui correspond à 12×60, soit 720 minutes, c'est-à-dire 720 milles marins.

En kilomètres : $720 \times 1{,}853$, soit environ 1 334 km.

3. 1 nœud correspond à une vitesse de 1,853 km·h^{-1}.

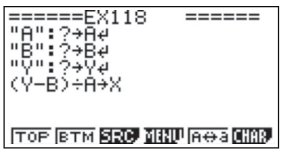
25 nœuds correspondent à 46,325 km·h^{-1} environ.

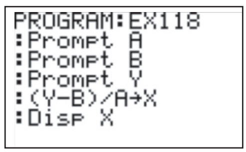
En m·s^{-1} : $\dfrac{46{,}325 \times 1\,000}{3\,600}$, soit environ 12,9 m·s^{-1}.

118 **1.**

Variables
A, B, X, Y
Entrées
Saisir A
Saisir B
Saisir Y
Traitement
X prend la valeur (Y–B)/A
Sorties
Afficher X

2. Casio | Texas





119 **1.** L'aire de ADM est $\dfrac{\text{AD} \times \text{DM}}{2}$, soit $3x$.

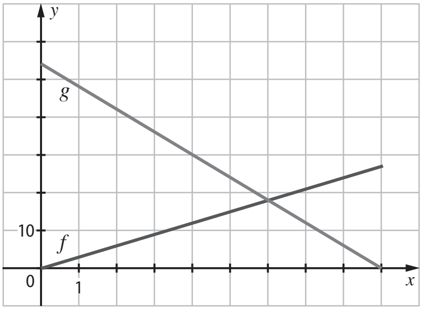
L'aire de ABN est $\dfrac{\text{AB} \times \text{BN}}{2}$, soit $4{,}5 \times \text{BN}$.

Comme ces deux aires sont égales, on a : $4{,}5 \times \text{BN} = 3x$, soit $\text{BN} = \dfrac{2}{3}x$.

2. a. Quand x augmente, l'aire de ADM augmente et celle de ANCM diminue.

b. $f(x) = 3x$ et $g(x) = 9 \times 6 - 2 \times 3x = 54 - 6x$.

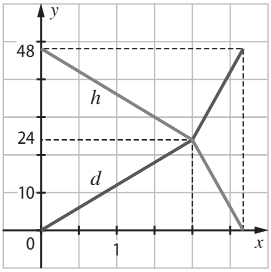
c.



3. Le point commun a une abscisse x telle que $g(x) = h(x)$, c'est-à-dire $x = 6$ et $g(x) = 18$.
Ses coordonnées sont donc (6 ; 18).
Ceci pouvait être prévu, car si les trois aires sont égales, elles le sont aussi au tiers de l'aire du rectangle, soit $\frac{54}{3}$, c'est-à-dire 18.

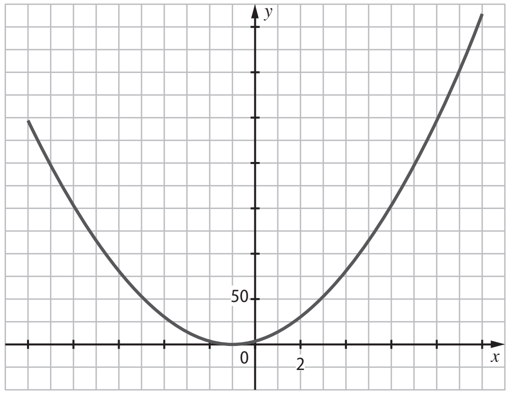
120 Soit p et q deux entiers.
P21 : $2p + 2q = 2(p + q)$, qui est bien pair.
P22 : $(2p + 1) + (2q + 1) = 2(p + q + 1)$, lequel est pair.
On généralise ceci à une somme d'un nombre pair de plusieurs nombres impairs :
$(2p_1 + 1) + (2p_2 + 1) + \ldots + (2p_{2a} + 1)$
$= 2(p_1 + p_2 + \ldots + p_{2a}) + 2a$
$= 2(p_1 + p_2 + \ldots + p_{2a} + a)$, lequel est pair.
P24-P26 : $2p - 2q = 2(p - q)$, donc la différence de deux nombres pairs est paire.
$(2p + 1) - (2q + 1) = 2(p - q)$, donc la différence de deux nombres impairs est paire.
P28 : $(2p) \times (2q) = 4pq = 2 \times (2pq)$.
Le produit de deux nombres pairs est un nombre pair.
$(2p)^2 = 4p^2 = 2 \times (2p^2)$.
Le carré d'un nombre pair est un nombre pair.

121 **1. a.** Il faut 2 heures pour effectuer la montée. Ainsi, pour $0 < t < 2$, $d(t) = 12t$.
b. Il faut $\frac{2}{3}$ heures pour effectuer la descente.
Pour la montée, le cycliste a déjà parcouru 24 km en 2 h. La durée de trajet restante est $(t - 2)$ heures que le cycliste parcourt à 36 km·h^{-1}.
Ainsi, pour $2 < t < \frac{8}{3}$, $d(t) = 24 + 36(t - 2)$, soit $d(t) = 36t - 48$.
2. et **3.** Représentations graphiques.



122 ***Fichiers associés sur le site* www.bordas-indice.fr *et le manuel numérique Premium :***
03_seconde_ex122.xls (Excel)
03_seconde_ex122.ods (OpenOffice)

A. Expérimentation avec un tableur
1. On entre –10 dans la cellule **A1**, puis la formule $\boxed{= \text{A1} + 1}$ dans la cellule **A2** et on recopie vers le bas.
2. Si on note x la valeur contenue en **A1**, la valeur en **B1** est $x^2 + (x + 1)^2 + (x + 2)^2$.
4.



5. Le minimum de la somme semble obtenu lorsque le premier entier est –1, c'est-à-dire pour les entiers –1, 0 et 1. Ce n'est qu'une conjecture puisque l'on n'a exploré que les entiers compris entre –10 et 10.

B. Étude algébrique
1. Si le premier nombre est x, les nombres suivants sont $x + 1$ et $x + 2$.
2. $S(x) = x^2 + (x + 1)^2 + (x + 2)^2$, soit $S(x) = 3x^2 + 6x + 5$.
3. On a $3(x + 1)^2 + 2 = 3x^2 + 6x + 3 + 2 = S(x)$.
4. La somme $S(x)$ est minimale lorsque $(x + 1)^2$ est minimal : puisque c'est un nombre positif ou nul, sa plus petite valeur possible est 0, obtenue lorsque $x + 1 = 0$, soit $x = -1$.
On en déduit que les trois entiers cherchés sont bien : –1, 0 et 1.

123 ***Fichiers associés sur le site* www.bordas-indice.fr *et le manuel numérique Premium :***
03_seconde_ex123_A.alg (AlgoBox)
03_seconde_ex123_B.alg (AlgoBox)
1. Si le nombre de départ est 1, on obtient 8 avec chacun des deux programmes.
Si le nombre de départ est –2, on obtient –28 avec chacun des deux programmes.
2.

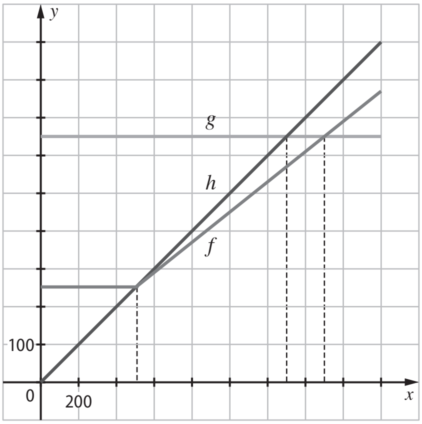
Algorithme A	Algorithme B
Variables N, R **Entrées** Saisir N **Traitement** R prend la valeur 10*N R prend la valeur R–2*N^2 **Sorties** Afficher R	**Variables** N, R **Entrées** Saisir N **Traitement** R prend la valeur N*√2 R prend la valeur R^2 R prend la valeur –R R prend la valeur R+10*N **Sorties** Afficher R

3. On peut émettre la conjecture que les résultats obtenus sont les mêmes avec les deux algorithmes.
4. Algorithme A, valeur obtenue : $10x - 2x^2$.
Algorithme B, valeur obtenue : $-(\sqrt{2}x)^2 + 10x$, soit $-2x^2 + 10x$.

124 **1.** Si $x \leqslant 500$, le coût correspond au forfait, soit $f(x) = 250$. Si $x \geqslant 500$, il faut ajouter le coût de $(500 - x)$ kilomètres au prix du forfait, soit $f(x) = 250 + 0{,}4(500 - x)$.

2. $g(x) = 650$ et $h(x) = 0{,}5x$.

3. Pour moins de 500 km, il faut choisir le forfait C. Entre 500 km et 1 500 km, il faut choisir le forfait A. Au-delà de 1 500 km, il faut choisir le forfait B.



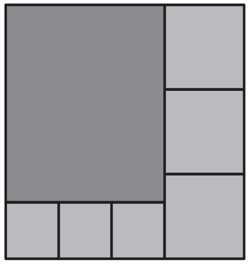
4. On peut vérifier que :

$f(x) < g(x) \Leftrightarrow x < 1\,500$,

$f(x) < h((x) \Leftrightarrow x > 500$,

$g(x) < h((x) \Leftrightarrow x > 1\,300$.

125 On note c le côté du grand carré, x le côté du petit carré violet et y celui du carré moyen violet.



On a le système :

$$\begin{cases} c = 3y \\ c = 3x + y \\ (c - x)(c - y) = 168 \end{cases}$$

En résolvant ce système, on obtient :

$$\begin{cases} x = 4 \\ y = 6 \\ c = 18 \end{cases}$$

L'aire du grand carré est 18^2, soit 324 cm^2.

126 On note L et l la longueur et la largeur de la feuille.

Le cylindre de gauche a pour base un disque dont le périmètre est un cercle de longueur ℓ.

Son rayon est $\frac{\ell}{2\pi}$ et l'aire du disque est $\pi \times \left(\frac{\ell}{2\pi}\right)^2$, soit $\frac{\ell^2}{4\pi}$.

Ainsi, le volume du cylindre est : $V_1 = L \times \frac{\ell^2}{4\pi}$.

De même, le volume du cylindre de droite est : $V_2 = l \times \frac{\ell^2}{4\pi}$.

Avec $L = 29{,}7$ cm et $l = 21$ cm, on obtient :

$V_1 \approx 1\,042$ cm^2 et $V_2 \approx 1\,474$ cm^2.

La bonne proposition est la n° **3**.