

A Le programme

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Étude qualitative de fonctions Fonction croissante, fonction décroissante; maximum, minimum d'une fonction sur un intervalle.	<ul style="list-style-type: none"> • Décrire, avec un vocabulaire adapté ou un tableau de variations, le comportement d'une fonction définie par une courbe. • Dessiner une représentation graphique compatible avec un tableau de variations. <p>Lorsque le sens de variation est donné, par une phrase ou un tableau de variations :</p> <ul style="list-style-type: none"> • comparer les images de deux nombres d'un intervalle ; • déterminer tous les nombres dont l'image est supérieure (ou inférieure) à une image donnée. 	<p>Les élèves doivent distinguer les courbes pour lesquelles l'information sur les variations est exhaustive, de celles obtenues sur un écran graphique.</p> <p>Les définitions formelles d'une fonction croissante, d'une fonction décroissante, sont progressivement dégagées. Leur maîtrise est un objectif de fin d'année.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Même si les logiciels traceurs de courbes permettent d'obtenir rapidement la représentation graphique d'une fonction définie par une formule algébrique, il est intéressant, notamment pour les fonctions définies par morceaux, de faire écrire aux élèves un algorithme de tracé de courbe.
Inéquations Résolution graphique et algébrique d'inéquations.	<ul style="list-style-type: none"> • Modéliser un problème par une inéquation. • Résoudre graphiquement des inéquations de la forme : $f(x) < k ; f(x) < g(x).$ 	<p>Pour un même problème, il s'agit de :</p> <ul style="list-style-type: none"> • combiner les apports de l'utilisation d'un graphique et d'une résolution algébrique, • mettre en relief les limites de l'information donnée par une représentation graphique.

B Notre point de vue

Ce second chapitre sur les fonctions est consacré aux deux parties du programme : étude qualitative de fonctions et résolution graphique d'inéquations. La notion de sens de variation d'une fonction est abordée en deux temps.

Dans la première séquence du cours, introduite par les **activités 1 et 2**, nous définissons qu'une fonction est croissante (ou décroissante) sur un intervalle par : « Si les valeurs de x augmentent dans un intervalle, alors les valeurs de $f(x)$ augmentent (ou diminuent) ». Faciles à appréhender par les élèves, ces définitions permettent déjà d'étudier le sens de variation d'une fonction lorsque celle-ci est donnée par sa description dans une situation concrète, par sa courbe représentative ou par son tableau de variation.

Les définitions formelles introduites par la question 3 de l'**activité 4** ne sont données que dans la dernière séquence du cours. Elles permettent la comparaison d'images de deux nombres d'un intervalle et la détermination de tous les nombres dont l'image est supérieure (ou inférieure) à une image donnée.

Les définitions de « maximum », de « minimum », ainsi que les définitions formelles de « fonction croissante » ou « fonction décroissante » sont suivies d'explications sur le sens et l'importance de la quantification « pour tout réel x », « pour tous réels a et b ». Nous faisons alors les premiers raisonnements à l'aide d'un contre-exemple : pour montrer qu'un nombre donné n'est pas le maximum d'une fonction (**cours 2**), qu'une fonction n'est pas croissante sur un intervalle donné (**Savoir-faire 6 du cours 3**).

Excepté pour la détermination d'un extremum (Exercices **44 à 47, 88** et **TP1**), aucune résolution algébrique n'est effectuée dans ce chapitre. Les exercices ont pour principal objectif l'exploitation des informations (description d'une

situation, courbe, tableau de valeurs, tableau de variation...) données dans un énoncé ou obtenues à l'aide d'une calculatrice, d'un tableur ou d'un logiciel de géométrie. Les situations étudiées sont très variées (volume d'une boîte, longueur d'un trajet, coût de fabrication, fréquence d'une corde de guitare, flash d'un radar...) et permettent de sensibiliser les élèves au fait que les résultats déterminés graphiquement ne sont qu'approximatifs.

Les notions abordées dans le chapitre 2

- Sens de variation d'une fonction
- Extremum
- Résolution graphique d'inéquations
- Comparaison d'images
- Relations entre les ensembles
- Tracé d'une courbe avec une calculatrice

C Réactiver les savoirs

Voir manuel page 328 et le site www.bordas-index.fr pour les corrigés détaillés.

D Activités

Activité 1 La démographie de Toulon

Cette activité permet d'introduire, à partir de la description de l'évolution d'une population sur une période donnée, les premières définitions de fonction croissante et fonction décroissante du Cours 1.

- a.** La population a augmenté de 1962 à 1975 et de 1999 à 2010.
- b.** La population a diminué de 1975 à 1999.
- a.** $f(1968) = 174\,746$ et $f(1975) = 181\,801$.
- b.** Lorsque les valeurs de x augmentent de 1962 à 1975, les valeurs de $f(x)$ augmentent.
- c.** La fonction f est également croissante sur l'intervalle $[1999; 2010]$.
- 3.** Lorsque les valeurs de x augmentent de 1975 à 1999, les valeurs de $f(x)$ diminuent.

Activité 2 Des aires en évolution

Dans cette activité, les élèves sont amenés à imaginer et décrire l'évolution de différentes aires en fonction d'une longueur x qui varie, puis à reconnaître la courbe représentative des fonctions qui à x associent chacune de ces aires. Un logiciel de géométrie permet ensuite de vérifier ces réponses.

Fichiers associés : [02_seconde_activite2.url \(GeoGebraTube\)](#) sur www.bordas-index.fr et [02_seconde_activite2.ggb \(GeoGebra\)](#) sur le manuel numérique premium.

- a.** Le réel x appartient à $]0; 6[$.
- b.** Lorsque les valeurs de x augmentent, l'aire du triangle ABC reste constante, celle du triangle PMC augmente, celle du triangle NBM diminue et celle du parallélogramme ANMP augmente puis diminue.

c. La courbe représentative de la fonction qui à x associe : l'aire du triangle ABC est \mathcal{C}_4 , l'aire du triangle PMC est \mathcal{C}_2 , l'aire du triangle NBM est \mathcal{C}_3 et l'aire du parallélogramme ANMP est \mathcal{C}_1 .

2. a. Ouvrir le fichier 02_seconde_activite2.

Utiliser **Déplacer**. Cliquer sur  puis sur le curseur T pour le positionner sur 0.

Cliquer sur le point N pour le déplacer de A vers B.

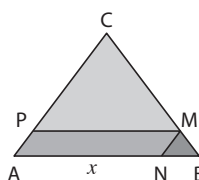
Les aires affichées par le logiciel évoluent bien de la façon décrite dans la question 1. b.

b. Ramener le point N en A. Cliquer sur le curseur T pour le positionner sur 1. Cliquer sur le point N pour le déplacer de A vers B.

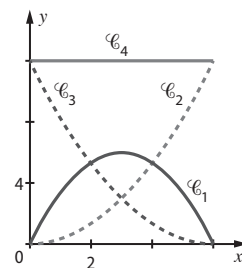
Pour recommencer, ramener le point N en A puis « rafraîchir l'affichage » : touches **Ctrl F**.

Après avoir remarqué que la courbe représentative de la fonction qui à x associe l'aire d'une surface est colorée avec la même couleur que cette surface, on vérifie les réponses apportées à la question 1. c.

T = 1
Activer le tracé : T = 1
Rafraîchir l'affichage Ctrl+F



Aire de ABC = 12




Activité 3 Le choix d'un patron

À partir de l'affichage, par le logiciel de géométrie, de la représentation en perspective de la boîte, de la valeur du volume de la boîte et de la courbe représentative de la fonction « associée » au volume, les élèves commencent par faire une conjecture sur le volume maximal de la boîte.

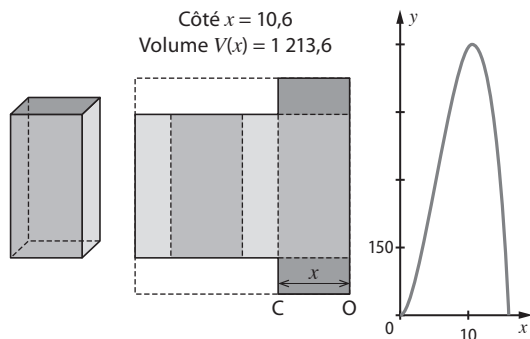
Le calcul de la valeur exacte de ce volume maximal permet d'introduire la définition de maximum d'une fonction, de mettre en évidence les limites des lectures graphiques et d'introduire le raisonnement à l'aide d'un contre-exemple, fait dans le Cours 2, pour montrer qu'un nombre n'est pas le maximum d'une fonction.

Fichiers associés : 02_seconde_activite3.url (GeoGebraTube) sur www.bordas-indice.fr et 02_seconde_activite3.ggb (GeoGebra) sur le manuel numérique premium.

1. Ouvrir le fichier 02_seconde_activite3.

Utiliser **Déplacer**. Cliquer sur , puis sur le point C pour le déplacer.

Pour recommencer, ramener le point C en O puis « rafraîchir l'affichage » : touches **Ctrl F**.



- a. La fonction V semble croissante sur $[0; 10,6]$ et décroissante sur $[10,6; 16]$.
 - b. Le volume maximal semble être égal à $1\,213,6 \text{ cm}^3$.
 - c. Le volume semble maximal pour x égal à $10,6 \text{ cm}$.
2. a. $V\left(\frac{32}{3}\right) \approx 1213,6296$ à $0,0001$ près.
- b. Comme $V\left(\frac{32}{3}\right) > 1213,6$, le volume maximal n'est pas $1213,6 \text{ cm}^3$.

Activité 4 Une belle journée d'été!

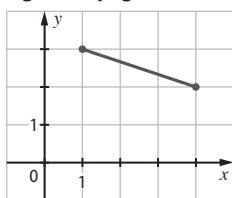
Cette activité a pour objectif d'introduire la résolution graphique d'inéquations ainsi que les définitions formelles de fonction croissante et fonction décroissante du Cours 3.

1. a. Il a fait moins de 23°C entre 2 heures et 9 heures.
 - b. Il a fait plus de 23°C entre 0 heure et 2 heures et entre 9 heures et 24 heures.
 - c. Il a fait moins de 29°C entre 0 heure et 12 heures et entre 21 heures et 24 heures.
 - d. Il a fait plus de 29°C entre 12 heures et 21 heures.
2. a. Cette question est une formulation mathématique de la question 1. a.
- b. x représente l'heure et $f(x)$ représente la température (en $^\circ\text{C}$) à x heures.
- c. Formulation de la question :
- 1. b. : « Quels sont tous les réels x tels que $f(x) > 23$? » ;
 - 1. c. : « Quels sont tous les réels x tels que $f(x) < 29$? » ;
 - 1. d. : « Quels sont tous les réels x tels que $f(x) > 29$? ».
- 3. a. Sur l'intervalle $[6; 18]$, la fonction f est croissante.
- b. $f(9) = 23$ et $f(14) = 31$.
 $9 \leq 14$ et $f(9) \leq f(14)$.
- c. Pour $a = 7$ et $b = 11$, on a $f(7) \approx 20$ et $f(11) \approx 27$: $f(a)$ et $f(b)$ sont rangés dans le même ordre que a et b .

E Exercices

Pour démarrer

1. Les valeurs de $f(x)$ augmentent.
2. Sur $[-2; 2]$, f est croissante.
2. 1. Sur $[1; 3]$, g est décroissante.
2. $g(3) = 0$.
3. 1. La fonction est décroissante.
2. La fonction est croissante.
4. De la gauche vers la droite, la courbe \mathcal{C}_2 « descend » et ne représente donc pas une fonction croissante.
5. Exercice corrigé, voir page 328 du manuel.



7. 1. Sur $[1; 6]$, f est décroissante.

2. $f(1) = 3$ et $f(6) = 0,5$.

3. Le tableau de variation de f est :

x	1	6
$f(x)$	3	0,5

8. 1. a. Sur $[1; 3]$, f est croissante.

b. Sur $[3; 10]$, f est décroissante.

2. $f(1) = -0,5$; $f(3) = 0,5$ et $f(10) = 0,12$.

3.

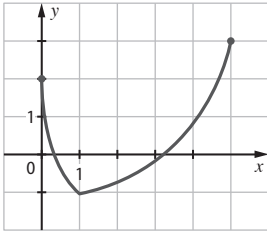
x	1	3	10
$f(x)$	-0,5	0,5	0,12

9. Exercice corrigé, voir page 328 du manuel.

10. 1. a. Sur $[0; 1]$, f est décroissante.

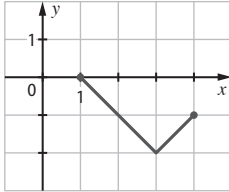
b. Sur $[1; 5]$, f est croissante.

2. Courbe pouvant représenter f :



11 Exercice corrigé, voir page 328 du manuel.

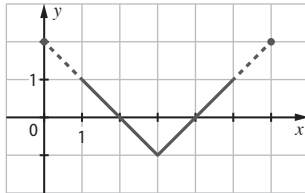
12 1.



2. Sur $[1; 4]$, f admet un maximum égal à 0 pour $x = 1$ et un minimum est égal à -2 pour $x = 3$.

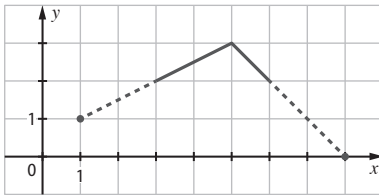
13 1. Voir la courbe ci-contre.

2. L'ensemble des solutions est l'intervalle $[1; 5]$.



14 1. Voir la courbe ci-contre.

2. L'ensemble des solutions est l'intervalle $[3; 6]$.



15 1. Les zones où la croissance a été supérieure à 1 % sont entre 20 km et 30 km de Poitiers.

2. Les zones où la croissance a été inférieure à 0,6 % sont entre 0 km et 10 km de Poitiers ou entre 40 km et 55 km de Poitiers.

16 1. Vrai. 2. Vrai. 3. Faux.

17 1. Sur $[0; 5]$, f est croissante.

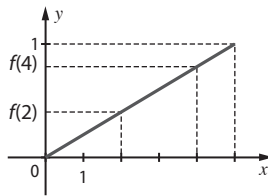
2. a. Voir la courbe ci-contre.

b. $f(4)$ est supérieur à $f(2)$.

3. a. $f(2) \leq f(4)$

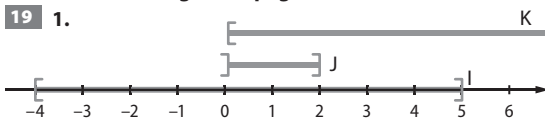
b. $f(1) \leq f(3)$

c. $f(4) \geq f(1)$



18 Exercice corrigé, voir page 328 du manuel.

19 1.



2. Les affirmations b. et c. sont justes.

20 a. $I \geq J = [1; 2]$ et $I \leq J = [0; 3]$.

b. $I \geq J = [1; 3]$ et $I \leq J = [-\infty; 5]$.

c. $I \geq J = [2; 4]$ et $I \leq J = [1; 2; 4; 6; 8]$.

21 a. $\bar{A} =]3; +\infty[$.

b. $\bar{A} =]-\infty; 2]$.

c. $\bar{A} = \{0; 4\}$.

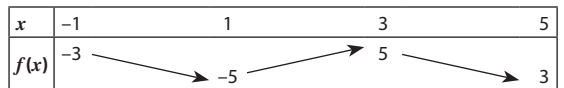
Pour s'entraîner

22 a. La fonction est croissante.

b. La fonction est décroissante.

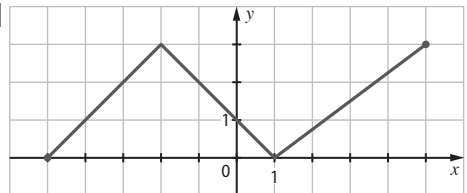
23 1. La fonction f est décroissante sur $[-1; 1]$ et sur $[3; 5]$ et croissante sur $[1; 3]$.

2.

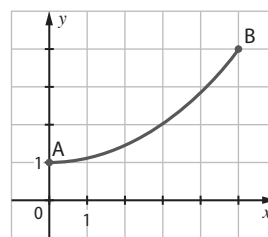


24 Exercice corrigé, voir page 328 du manuel.

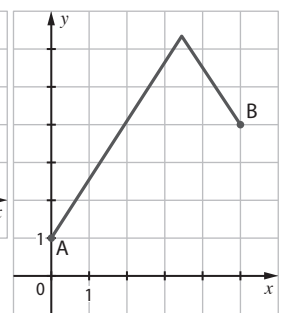
25



26 1.



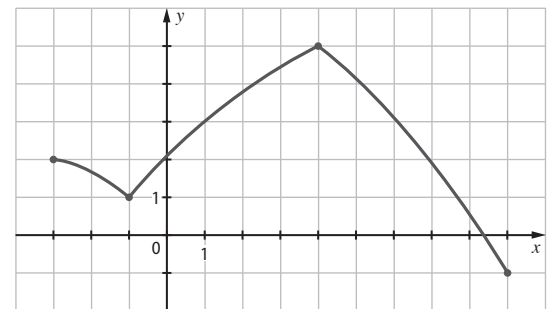
2.



27 1. L'ensemble de définition est $[-3; 9]$.

2. La fonction f est décroissante sur $[-3; -1]$ et sur $[4; 9]$ et croissante sur $[-1; 4]$.

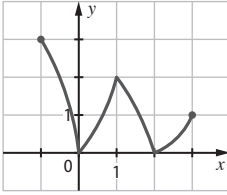
3.



28 1. L'ensemble de définition est $[-1; 3]$.

2. La fonction f est décroissante sur $[-1; 0]$ et sur $[1; 2]$ et croissante sur $[0; 1]$ et sur $[2; 3]$.

3.



29 1. L'aire du demi-disque rouge augmente et celle du demi-disque bleu diminue.

2. a. La courbe représentative de f est \mathcal{C}_1 et celle de g est \mathcal{C}_2 .

b. La courbe représentative de h est \mathcal{C}_3 .

c. La fonction h est décroissante sur $]0; 5]$ et croissante sur $]5; 10[$.


30 Fichiers associés :


02_seconde_ex30.g2w (Geoplan) sur www.bordas-indice.fr ainsi que **02_seconde_ex30.g2w (Geoplan)** et **02_seconde_ex30.ggb (GeoGebra)** sur le manuel numérique premium.


1. → Avec le logiciel GeoGebra

a. Écrire successivement dans la ligne de saisie :

O=(0,0), A=(3,0), B=(3,4) et C=(0,4)

b. Utiliser **Segment entre deux points**. Cliquer sur , puis sur le point O et ensuite sur le point C.

Utiliser **Point sur Objet**. Cliquer sur , puis sur un point du segment [OC]. Cliquer droit sur ce point et choisir **Renommer**, pour le nommer M.

c. Utiliser **Polygone**. Pour le polygone OAM : cliquer sur , puis sur les points O, A, M et O.

Pour afficher l'aire : cliquer droit sur ce polygone, puis choisir **Propriétés...**. Cocher la case **Afficher l'étiquette**, puis sélectionner **Valeur**.

De la même façon, construire les polygones MBC et ABM.

→ Avec le logiciel Geoplan

a. Créer puis **Point** puis **Point repéré** puis **Dans le plan**.

b. Créer puis **Ligne** puis **Segment(s)** puis **Définis par 2 points**.

Créer puis **Point** puis **Point libre** puis **Sur un segment**.

c. Créer puis **Ligne** puis **Polygone** puis

Polygone défini par ses sommets.

Créer puis **Affichage** puis **Aire d'un triangle**.

d. Cliquer sur le point M et le déplacer de O vers C.

Sur $]0; 4]$, les fonctions f , g et h semblent respectivement croissante, décroissante et constante.

2. $f(x) = 1,5x$; $g(x) = 6 - 1,5x$ et $h(x) = 6$.

La fonction h est bien une fonction constante.

En traçant les droites qui représentent f et g , on vérifie que f est croissante et que g est décroissante.

31 1.

x	Y1
-3	-34
-2	2
-1	30
0	50

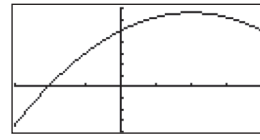
x	Y1
1	62
2	66
3	62
4	50

2. On peut choisir comme fenêtre :

Xmin : -3 et Xmax : 4 avec un pas de 1

Ymin : -40 et Ymax : 70 avec un pas de 10.

3.



La fonction f semble croissante sur $[-3; 2]$ et décroissante sur $[2; 4]$.

32 1. Fenêtre :

Xmin : -4 et Xmax : 4 avec un pas de 1

Ymin : -100 et Ymax : 20 avec un pas de 10.

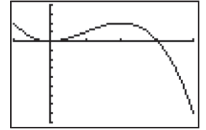
2. La fonction f semble décroissante sur $[-4; -3]$ et sur $[0; 3]$ et croissante sur $[-3; 0]$ et sur $[3; 4]$.

33 a. Fenêtre :

Xmin : -1 et Xmax : 4

Ymin : -18 et Ymax : 8.

La fonction f semble décroissante sur $[-1; 0]$ et sur $[2; 4]$ et croissante sur $[0; 2]$.

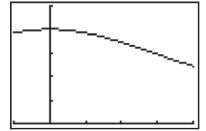


b. Fenêtre :

Xmin : -1 et Xmax : 4

Ymin : 0 et Ymax : 0,05.

La fonction f semble croissante sur $[-1; 0]$ et décroissante sur $[0; 4]$.



34 Vrai, d'après la première ligne du tableau de variation.

35 Faux, car d'après le tableau de variation : $1 \leq f(1) \leq 2$.

36 Vrai, car $f(0) = 2$.

37 Faux, f n'est pas monotone sur $]1; 5]$.

38 Vrai, f est décroissante sur $[0; 3]$ et donc sur $[1; 3]$ qui est inclus dans $[0; 3]$.

39 Sur $[-1; 5]$, f admet un maximum égal à 5 pour $x = 1$ et un minimum égal à -5 pour $x = 3$.

40 a. Sur $[0; 7]$, f admet un maximum égal à 6 pour $x = 0$ et un minimum égal à 1 pour $x = 1$.

b. Sur $[1; 7]$, f admet un maximum égal à 5 pour $x = 4$ et un minimum égal à 1 pour $x = 1$.

41 Exercice corrigé, voir page 328 du manuel.

42 1. Vrai. Pour tout réel x de $[-4; 3]$, on a $f(x) \leq 1$ et par suite $f(x) \leq 2$.

2. Faux. Pour tout réel x de $[-4; 1]$, $f(x) \leq -1$ et par suite $f(x) < 0$.

3. Vrai, car d'après le tableau de variation, sur $[-4; 3]$, la plus petite valeur prise par f est -3.

4. Faux, car 3 appartient à $[-2; 3]$ et $f(3) > 0$.

43 1. Le minimum de f sur $[-3; 2]$ semble être -172.

2. a. $f(-2, 25) = \frac{-45283}{256} \approx -176,9$.

b. -2,25 appartient à $[-3; 2]$ et $f(-2,25) < -172$ donc le minimum de f sur $[-3; 2]$ n'est pas -172.

44 Exercice résolu, voir page 48 du manuel.

45 1. $f(-3) = -7$ et $f(x) - f(-3) = (x + 3)^2$.

2. Pour tout réel x , $f(x) - f(-3) \geq 0$ donc $f(x) \geq f(-3)$.

Sur \mathbb{R} , f admet un minimum en -3. Ce minimum est -7.

46 1. $f(1) = 9$ et $f(x) - f(1) = -(x - 1)^2$.

2. Pour tout réel x , $f(x) - f(1) \leq 0$ donc $f(x) \leq f(1)$.

Sur \mathbb{R} , f admet un maximum en 1. Ce maximum est 9.

47 1. Le maximum de f sur $[0; 6]$ est environ 2,5.

2. On peut penser que la boule va effleurer les branches.

3. a. Pour tout réel x , $f(x) - f\left(\frac{7}{3}\right) \leq 0$, donc $f(x) \leq f\left(\frac{7}{3}\right)$:

la hauteur maximale atteinte par la boule est $f\left(\frac{7}{3}\right)$, soit 2,48 mètres.

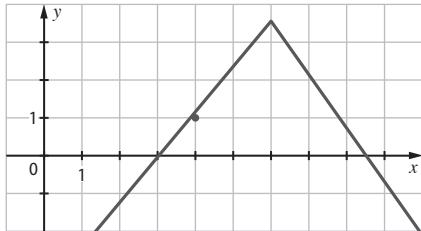
b. Le graphique peut laisser penser que la boule atteindra les branches. Or la hauteur maximale de la boule étant strictement inférieure 2,5 mètres, la boule ne va pas toucher les branches.

48 1. La proposition est vraie.

2. Réciproque : « Si $f(4) \leq 2$, alors f admet un maximum égal à 2 ».

3. Cette réciproque est fautive.

La fonction donnée par la courbe ci-dessous est telle que $f(4) \leq 2$ et f n'admet pas un maximum égal à 2.



49 Vrai, car f admet un maximum égal à 5 pour $x = 2$.

50 Faux. $f(2) = 5$ et $5 > 2$ donc il existe un réel x tel que $f(x) > 2$.

51 Faux. $f(2) = 5$. Donc $f(2) < 7$: le minimum de f n'est pas égal à 7.

52 Vrai. f admet un maximum en 2, donc pour tout réel x , $f(x) \leq f(2)$. D'après l'énoncé, pour tout réel x , $f(x) \geq f(7)$. Donc, pour tout réel x , $f(7) \leq f(x) \leq f(2)$.

53 1. L'ensemble des solutions est $]-1; 1[\cup]5; 6]$.

2. L'ensemble des solutions est $[-3; -1] \cup]1; 5]$.

3. L'ensemble des solutions est $]-2; 2[\cup]4; 6]$.

54 Exercice corrigé, voir pages 328 et 329 du manuel.

55 1. Les solutions sont 1 et 4.

2. L'ensemble des solutions est $]1; 4]$.

56 a. L'ensemble des solutions est $]-1; 1[$.

b. L'ensemble des solutions est $[-2; -1[\cup]1; 2]$.

57 Exercice résolu, voir page 49 du manuel.

58 1. a. L'ensemble des solutions est $[46; 70]$.

b. Les internautes qui se sont connectés en moyenne moins de 180 minutes en fin de semaine, c'est-à-dire moins de 3 heures, ont entre 46 ans et 70 ans.

2. Les internautes qui se sont connectés au moins six heures en fin de semaine ont entre 7 ans et 36 ans.

59 1. $f(x) = 52x$.

2. La courbe qui représente f est la droite (d).

3. Pour 10 m^3 de bois, \mathcal{C} est au-dessous de (d) : la scierie propose le prix le plus bas.

4. a. $f(4) = g(4) = 208$. b. $f(14) = g(14) = 728$.

c. L'ensemble des solutions est $[4; 14]$.

d. Pour une quantité comprise entre 4 m^3 et 14 m^3 , il est plus avantageux d'acheter le bois à la scierie.

60 1. Le complémentaire de I dans \mathbb{R} est $]-\infty; 5[$.

2. L'ensemble des réels x tels que $f(x) > 0$ est $]-\infty; 5[$.

61 1. $I \geq J = [1; 5]$.

2. L'ensemble des réels x tels que $3 \leq f(x) \leq 7$ est $]1; 5]$.

Correctif : il se peut que dans certains manuels il y ait des intervalles $I = [1; 8[$ et $J = [2; 5]$. Il faut lire $I = [1; +\infty[$ et $J =]-\infty; 5]$.

62 Faux, car $f(-1) = -3$ et $-3 \leq 0$.

63 Faux, car $g(2) \approx 3,5$ et $3,5 \geq 3$.

64 Faux. L'ensemble des solutions est $[-1; 1]$.

65 Vrai, car \mathcal{C}_f est strictement au-dessus de \mathcal{C}_g sur cet intervalle.

66 1.

x	1	2	3	4	5
$f(x)$	4	9	12	13	12

2. Les réels 4 et 5 appartiennent à $]1; 5]$.

$4 \leq 5$ et $f(4) > f(5)$: f n'est pas croissante sur $]1; 5]$.

67 $f(5) = 2$ et $f(15) = 4$.

Les réels 5 et 15 appartiennent à $]1; 15]$.

$5 \leq 15$ et $f(5) < f(15)$: f n'est pas décroissante sur $]1; 15]$.

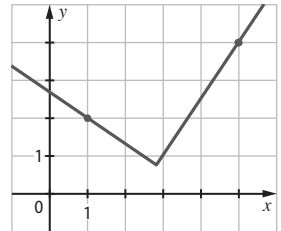
68 1. La proposition est vraie.

2. Réciproque :

« Si $f(1) \leq f(5)$, alors f est croissante sur $]1; 5]$ ».

3. Cette réciproque est fautive.

La fonction donnée par la courbe ci-contre est telle que $f(1) \leq f(5)$ et f n'est pas croissante sur $]1; 5]$.



69 1. La fonction f est croissante sur $[0; 20]$ et décroissante sur $[20; 70]$.

2. Les réels 7 et 11 appartiennent à $[0; 20]$ et f est croissante sur cet intervalle.

Comme $7 \leq 11$, on en déduit que $f(7) \leq f(11)$.

3. Les réels 27 et 59 appartiennent à $[20; 70]$ et f est décroissante sur cet intervalle.

Comme $27 \leq 59$, on en déduit que $f(27) \geq f(59)$.

4. Pollux a moins de neurones à 7 ans qu'à 11 ans, et davantage de neurones à 27 ans qu'à 59 ans.

70 a. $f(-8) \leq f(-5)$ b. $f(-1) \leq f(1)$ c. $f(7) \geq f(2)$

71 a. $f(-2) \geq f(0)$ b. $f(3) \geq f(4)$ c. $f(-2) \geq f(2)$

72 Exercice corrigé, voir page 329 du manuel.

73 1. a. $f(-10) = 6$ et $f(20) = 5$. b. $f(-10) \geq f(20)$.

2. a. f est croissante sur $[-10; -4]$

donc $f(-10) \leq f(-5) \leq f(-4)$, soit $6 \leq f(-5) \leq 8$.

Par conséquent $f(-5)$ appartient à $[6; 8]$.

b. f est croissante sur $[2; 20]$ donc $f(2) \leq f(4) \leq f(20)$, soit $3 \leq f(4) \leq 5$.

Par conséquent $f(4)$ appartient à $[3; 5]$.

c. D'après les questions précédentes, $f(4) \leq 5$ et $f(-5) \geq 6$ donc $f(4) \leq f(-5)$.

74 a. La distance parcourue pendant le temps de réaction est inférieure à 36 mètres pour toutes les vitesses inférieures à 130 km/h.

b. La distance de freinage est supérieure à 14 mètres pour toutes les vitesses supérieures à 50 km/h.

c. La distance d'arrêt est supérieure à 70 mètres pour toutes les vitesses supérieures à 90 km/h.

75 Exercice résolu, voir page 51 du manuel.

76 Les réels qui ont une image supérieure à $f(6)$ sont les réels supérieurs à 6.

77 Les réels qui ont une image supérieure à $f(4)$ sont les réels inférieurs à 4.

78 Vrai, car 0 et 1 appartiennent à $[-5; 2]$ et f est croissante sur cet intervalle : comme $0 \leq 1, f(0) \leq f(1)$.

79 Vrai, car 4 et 6 appartiennent à $[2; 7]$ et f est décroissante sur cet intervalle : comme $4 \leq 6, f(4) \geq f(6)$.

80 Faux, car 3 et 5 appartiennent à $[2; 7]$ et f est décroissante sur cet intervalle : comme $3 \leq 5, f(3) \geq f(5)$.

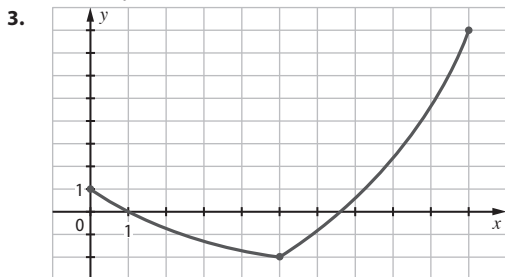
81 1. L'ensemble de définition est $[-2; 6]$.

x	-2	1	3	6
$f(x)$	-1	-4	4	-3

3. Sur $[-2; 6]$, f admet un maximum égal à 4 pour $x = 3$ et un minimum égal à -4 pour $x = 1$.

82 1. L'ensemble de définition est $[0; 10]$.

2. La fonction f est décroissante sur $[0; 5]$ et croissante sur $[5; 10]$.



4. $f(2) \geq f(4)$.

83 1. La fonction f est décroissante sur $[0; 2]$ et croissante sur $[2; 5]$.

2. a. L'ensemble des solutions est $[0; 1] \cup [3; 5]$.

b. L'ensemble des solutions est $]1; 3[$.

Faire le point

Voir livre page 329. Les corrigés détaillés sont disponibles sur le site www.bordas-index.fr.

Revoir des points essentiels

x	-5	-1	5
$g(x)$	4	1	5

x	0	4	12
$h(x)$	0	-3	2

x	-3	1	5	8
$k(x)$	1	3	0	1

85 L'ensemble des solutions est :

a. $[-3; 3]$

b. $] -3; 3[$

c. $]2; 7[$

d. $[10; 12]$

e. $]0; 3[$

f. $[-3; 0] \leq [3; 8]$.

Travaux pratiques

TP1 Le meilleur moment pour récolter

A. Premiers calculs

1. Le 1^{er} juin, la recette est de $1\ 200 \times 1$, soit 1200 euros.

2. a. La quantité récoltée sera égale à 1 260 kg.

b. Le prix du kilogramme sera égal à 0,98 euro.

3. La recette sera : $1\ 260 \times 0,98$, soit 1234,80 euros.

3. La recette sera : $1320 \times 0,96$, soit 1267,20 euros.

B. Résolution à l'aide d'un tableur

Fichiers associés sur www.bordas-index.fr :

02_seconde_TP1_correction.xls (Excel)

02_seconde_TP1_correction.ods (OpenOffice)

1. Entrer respectivement dans les cellules **A2**, **B2** et **C2** les nombres **0**, **1200** et **1**

2. a. On peut saisir dans la cellule **A3** la formule **=A2+1**, dans la cellule **B3** la formule **=B2+60** et dans la cellule **C3** la formule **=C2-0,02**

b. Saisir ces formules dans les cellules **A3**, **B3** et **C3**.

Sélectionner la plage de cellules **A3:C3** et la recopier vers le bas jusqu'à la ligne **37**.

3. a. On peut saisir la formule **=B2*C2**.

b. Saisir la formule **=B2*C2** dans la cellule **D2** et recopier cette cellule vers le bas jusqu'à la ligne **37**.

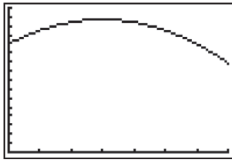
4. a. La recette est supérieure à 1400 euros de 8 jours (compris) à 22 jours (compris) après le 1^{er} juin.

b. La recette est maximale 15 jours après le 1^{er} juin.

	A	B	C	D
1	n	Quantité de pomes de terre (kg)	Prix d'un kilogramme (euros)	Recette (euros)
2	0	1200	1	1200
3	1	1260	0,98	1234,8
4	2	1320	0,96	1267,2
5	3	1380	0,94	1297,2
6	4	1440	0,92	1324,8
7	5	1500	0,9	1350
8	6	1560	0,88	1372,8
9	7	1620	0,86	1393,2
10	8	1680	0,84	1411,2
11	9	1740	0,82	1426,8
12	10	1800	0,8	1440
13	11	1860	0,78	1450,8
14	12	1920	0,76	1459,2
15	13	1980	0,74	1465,2
16	14	2040	0,72	1468,8
17	15	2100	0,7	1470
18	16	2160	0,68	1468,8
19	17	2220	0,66	1465,2
20	18	2280	0,64	1459,2
21	19	2340	0,62	1450,8
22	20	2400	0,6	1440
23	21	2460	0,58	1426,8
24	22	2520	0,56	1411,2
25	23	2580	0,54	1393,2
26	24	2640	0,52	1372,8

C. Résolution à l'aide d'une calculatrice

1. a. Le nombre de kilogrammes à vendre est $1200+60n$.
- b. Le prix du kilogramme est $1 - 0,02n$.
2. $P(n) = (1200 + 60n)(1 - 0,02n) = -1,2n^2 + 36n + 1200$.
- 3.



La fonction f semble croissante sur $[0; 15]$ et décroissante sur $[15; 35]$

4. a. $(x - 15)^2 = x^2 - 30x + 225$

b. $f(x) - f(15) = -1,2x^2 + 36x + 1200 - 1470$
 $= -1,2x^2 + 36x - 270$

$-1,2(x - 15)^2 = -1,2x^2 + 36x - 270$.

Donc $f(x) - f(15) = -1,2(x - 15)^2$.

c. Pour tout réel x , $f(x) - f(15) \leq 0$ donc $f(x) \leq f(15)$:
 f admet un maximum en 15. Ce maximum est égal à $f(15)$, soit 1470.

5. Le producteur obtiendra la plus grande recette 15 jours après le 1^{er} juin, soit le 16 juin.






TP2 Où construire le pont?

Fichiers associés :

02_seconde_TP2.url (GeoGebraTube),
 02_seconde_TP2.g2w, 02_seconde_TP2_correction.g2w (Geoplan) sur www.bordas-indice.fr ainsi que
 02_seconde_TP2.ggb et 02_seconde_TP2_correction.ggb (GeoGebra) sur le manuel numérique premium.

A.

→ Avec le logiciel GeoGebra

1. Ouvrir le fichier 02_seconde_TP2.ggb.
2. Utiliser **Parallèle**. Cliquer sur , puis sur le point P et ensuite sur l'axe des ordonnées.
 Utiliser **Intersection entre deux objets**. Cliquer sur  puis sur chacune des droites.
 Cliquer droit sur le point créé, puis choisir **Renommer** pour le nommer F.
3. Utiliser **Segment entre deux points**. Cliquer sur  puis sur les extrémités de chaque segment à construire.
4. Vérifier que les segments ont été nommés b, c et d.
 Écrire $t=b+c+d$ dans la ligne de saisie.
 Pour afficher la longueur du trajet, utiliser **Insérer Texte**. Cliquer sur . Dans Editer, écrire **trajet = t**, t étant à sélectionner dans **Objets**.
5. Utiliser **Déplacer**. Cliquer sur  puis sur le point P pour le déplacer.

Droite

• D : $y = -0,4$

• a : $x = 4,58$

Nombre

• t = 11,03

Point

• A = (0 ; 0)

• B = (8 ; 0)

• E = (0 ; 4)

• F = (4,58 ; -0,4)

• P = (4,58 ; -0,4)

• S = (8 ; -3,4)

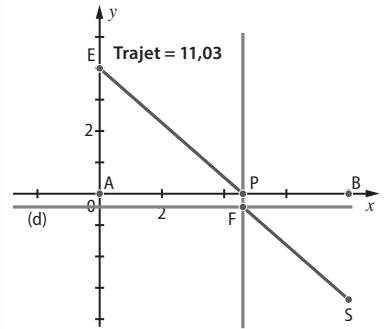
Segment

• AB = 8

• b = 6,081

• c = 0,4

• d = 4,549



Il semble que le trajet le plus court soit environ 11,03 centaines de mètres.

Dans la fenêtre « Algèbre », l'abscisse de P est alors égale à 4,58 à 0,001 près : le pont doit être construit à environ 458 mètres du point A.

→ Avec le logiciel Geoplan

1. Ouvrir le fichier 02_seconde_TP2.

2. **Créer** puis **Ligne** puis **Droite(s)** puis **Parallèle** :

Droite passant par : P

et parallèle à la droite : oy

Nom de la droite : D1

Créer puis **Point** puis **Intersection 2 droites** :

Première droite : D

Deuxième droite : D1

Point d'intersection : F

3. **Créer** puis **Ligne** puis **Segment(s)** puis **Définis par 2 points** :

Noms des segments : EP PF FS

4. **Créer** puis **Numérique** puis **Calcul géométrique** puis **Longueur d'un segment** .

Pour EP : Nom du segment : EP. Nom de la longueur : b.

Faire de même pour PF et FS, en nommant respectivement ces longueurs c et d.

Créer puis **Numérique** puis **Calcul algébrique** :

Expression du calcul : b+c+d

Nom du calcul : t

Créer puis **Affichage** puis **Variable numérique déjà définie** :

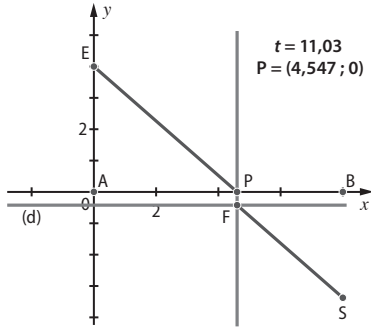
Nom de la variable numérique : t

Nombre de décimales : 3

5. Cliquer gauche sur le point P pour le déplacer.

Il semble que le trajet le plus court soit environ 11,03 centaines de mètres.

Pour afficher les coordonnées du point P : **Créer** puis **Affichage** puis **Coordonnées d'un point** .



L'abscisse de P est alors égale à 4,547 à 0,001 près : le pont doit être construit à environ 455 mètres du point A.

B. 1. $EP = \sqrt{16 + x^2}$.

2. a. $FC = PB = AB - AP = 8 - x$.

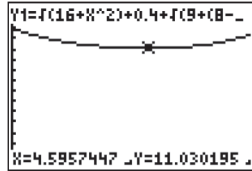
b. D'après le théorème de Pythagore dans le triangle FCS rectangle en C : $FS^2 = CS^2 + FC^2$

donc $FS = 3^2 + (8 - x)^2$ et $FS = \sqrt{9 + (8 - x)^2}$.

3. $t(x) = EP + PF + FS$.

$t(x) = \sqrt{16 + x^2} + 0,4 + \sqrt{9 + (8 - x)^2}$.

4. La fonction t admet un minimum d'environ 11,03 pour $x \approx 4,6$.



5. Le pont doit être construit à environ 460 mètres du point A. La longueur du trajet sera alors d'environ 1 103 mètres.

Pour approfondir

86 **1.** Les valeurs affichées sont : 0 ; 1 ; 2 et 3.

2. Cet algorithme affiche les entiers naturels de l'intervalle [0 ; 5] solutions de l'inéquation $f(x) > 0$.

87 **1.** On remplace la ligne «Pour k variant de 0 à 5 faire» par « Pour k variant de 0 à 20 faire».

Avec Algobox

```

VARIABLES
├─ A EST_DU_TYPE NOMBRE
├─ K EST_DU_TYPE NOMBRE
└─ DEBUT_ALGORITHME
  └─ POUR K ALLANT_DE 0 A 20
    └─ DEBUT_POUR
      └─ A PREND_LA_VALEUR K*K-10*K+22
        └─ SI (A>0) ALORS
          └─ DEBUT_SI
            └─ AFFICHER K
              └─ FIN_SI
            └─ FIN_POUR
          └─ FIN_POUR
        └─ FIN_ALGORITHME
    └─ FIN_POUR
  └─ FIN_ALGORITHME

```

Avec Xcas

```

pour k de 0 jusque 20 faire
  A:=k*k-10*k+22
  si A>0 alors afficher(k) fsi;
fpour;

```

Les valeurs affichées sont : 0, 1, 2, 3, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19 et 20.

2. On remplace la ligne « Si A > 0 » par « Si A < 0 ».

Avec Algobox

```

VARIABLES
├─ A EST_DU_TYPE NOMBRE
├─ K EST_DU_TYPE NOMBRE
└─ DEBUT_ALGORITHME
  └─ POUR K ALLANT_DE 0 A 5
    └─ DEBUT_POUR
      └─ A PREND_LA_VALEUR K*K-10*K+22
        └─ SI (A<0) ALORS
          └─ DEBUT_SI
            └─ AFFICHER K
              └─ FIN_SI
            └─ FIN_POUR
          └─ FIN_POUR
        └─ FIN_ALGORITHME
    └─ FIN_POUR
  └─ FIN_ALGORITHME

```

Avec Xcas

```

pour k de 0 jusque 5 faire
  a:=k*k-10*k+22
  si a<0 alors afficher(k) fsi;
fpour;

```

Les valeurs affichées sont : 4 et 5.

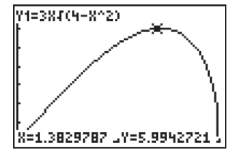
88 **1. l** =]0 ; 2[.

2. Le volume est égal à $EC \times BH \times HC$.

$EC = 3$, $HC = x$ et d'après le théorème de Pythagore

$BH = \sqrt{4 - x^2}$, donc $V(x) = 3x\sqrt{4 - x^2}$.

3. En arrondissant les bornes des intervalles à 0,1 près, la fonction V semble croissante sur $]0 ; 1,4[$ et décroissante sur $]1,4 ; 2[$.



4. a. $f(x) - f(\sqrt{2}) = 9x^2(4 - x^2) - 36 = -9x^4 + 36x^2 - 36$

et $-9(x^2 - 2)^2 = -9x^4 + 36x^2 - 36$

donc $f(x) - f(\sqrt{2}) = -9(x^2 - 2)^2$.

b. Pour tout réel x , $-9(x^2 - 2)^2 \leq 0$ donc $f(x) - f(\sqrt{2}) \leq 0$ et par suite $f(x) \leq f(\sqrt{2})$.

5. On remarque que $f(x) = (V(x))^2$.

Comme $V(x)$ est positif sur I , on en déduit que pour tout x de I , $V(x) = \sqrt{f(x)}$.

Pour tout x de I , $f(x) \leq f(\sqrt{2})$ donc $\sqrt{f(x)} \leq \sqrt{f(\sqrt{2})}$.

Par conséquent $V(x) \leq V(\sqrt{2})$.

Le volume maximal sous la tente est $V(\sqrt{2})$, soit 6 m^3 .

89 **1. a.** $f - f_e = 5690$ et $f_e = 24,125 \times 10^9$ donc

$f = 5690 + 24,125 \times 10^9 \text{ Hz}$.

b. $v = \frac{0,596 \times 10^9 \times 5690}{5690 + 24,125 \times 10^9} \approx 140,57 \text{ km/h}$.

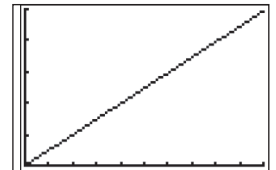
Le véhicule est en excès de vitesse.

2. a. $d = f - f_e$ donc $f = d + f_e$. D'où $v = \frac{0,596 \times 10^9 \times d}{d + f_e}$.

b. Fenêtre :

Xmin : 0 et Xmax : 10 000 avec un pas de 1000.

Ymin : 0 et Ymax : 250 avec un pas de 50.



3. a. On utilise les fonctions **Trace** puis **Table** de la calculatrice. Sur autoroute, un véhicule est en excès de vitesse à partir de $d \approx 5263$ Hz.

b. En ville, un véhicule est en excès de vitesse à partir de $d \approx 2024$ Hz.

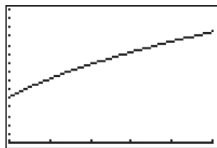
90 A. 1. a. A 0,01 près, pour $L = 0,65$ et $\mu = 22,83 \cdot 10^{-4}$,

$$\frac{1}{2L\sqrt{\mu}} = \frac{1}{2 \times 0,65 \sqrt{22,8 \times 10^{-4}}} \approx 16,11$$

donc $f = 16,11 \sqrt{T}$.

2. Voir l'écran ci-contre.

3. Lorsque la tension augmente, la fréquence augmente.



4. À l'unité près, $f = 110$ Hz pour $T = 47$ N.

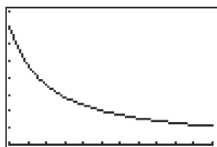
B. 1. A 0,01 près, pour $T = 46,6$ et $\mu = 22,83 \cdot 10^{-4}$,

$$\frac{\sqrt{T}}{2\sqrt{\mu}} = \frac{\sqrt{46,6}}{2\sqrt{22,8 \times 10^{-4}}} \approx 71,48 \text{ donc } f = \frac{71,48}{L}$$

2. Fenêtre :

$X_{\min} : 0,1$ et $X_{\max} : 0,65$ avec un pas de 0,05.

$Y_{\min} : 0$ et $Y_{\max} : 800$ avec un pas de 100.



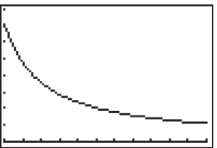
3. Le son est plus aigu lorsque la corde est bloquée dans la zone 1.

91 1. a. Le volume de la boîte est 1000 cm^3 .

donc $1000 = \pi x^2 h(x)$, soit $h(x) = \frac{1000}{\pi x^2}$.

b. Voir l'écran ci-contre.

c. $l = [3 ; 10]$.

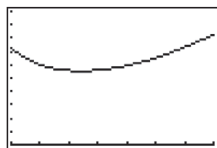


2. a. $S(x) = 2\pi x^2 + 2\pi x h(x) = 2\pi x^2 + 2\pi x \times \frac{1000}{\pi x^2}$

$$S(x) = 2\pi x^2 + \frac{2000}{x}$$

b. Voir l'écran ci-contre.

c. À 0,1 près, le minimum est 553,6 pour $x \approx 5,4$.

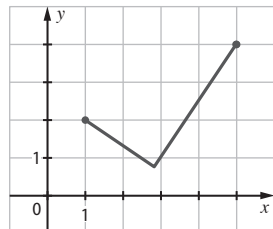


$$d. h(5,4) = \frac{1000}{\pi \times 5,4^2} \approx 10,9.$$

Au millimètre près, la boîte qui possède la plus petite surface d'acier a une base de rayon 5,4 cm et une hauteur de 10,9 cm.

92 Cette proposition est fausse.

La fonction donnée par la courbe ci-contre est telle que pour tout réel a de $[1 ; 5]$, $f(a) \leq f(5)$ et f n'est pas croissante sur $[1 ; 5]$.



93 Soit h , la hauteur du

bac. Le volume du bac est égal à 5 dm^3 , donc $5 = 2x^2 h$, soit $h = \frac{5}{2x^2}$.

Le coût total de fabrication (en euros), avec $x > 0$, est :

$$C(x) = 2x^2 \times 0,05 + 6xh \times 0,04 = 2x^2 \times 0,05 + \frac{15}{x} \times 0,04.$$

$$\text{Donc } C(x) = 0,1x^2 + \frac{0,6}{x}.$$

Avec la calculatrice : le coût de fabrication est minimal pour $x \approx 1,4$ dm.

94 Le périmètre du terrain est égal à 400 m

$$\text{donc } 2L + \pi \ell = 400 \text{ et } \ell = \frac{400 - 2L}{\pi}.$$

$L < 200$ et $L \geq \ell$ donc $\frac{400}{\pi + 2} \leq L < 200$, soit au mètre près : $78 \leq L < 200$.

L'aire de la partie rectangulaire du terrain est :

$$A(L) = L \times \ell = L \left(\frac{400 - 2L}{\pi} \right), \text{ avec } 78 \leq L < 200.$$

Avec la calculatrice, au mètre près :

a. l'aire est maximale pour $L \approx 100$ m et $\ell \approx \frac{200}{\pi}$, soit environ 64 m ;

b. l'aire est supérieure à 5000 m^2 pour une longueur L comprise entre 78 m et 146 m.

Pour $L = 78$ m, on a $\ell \approx 78$ m.

Pour $L = 146$ m, on a $\ell \approx 34$ m.