

A Le programme

L'objectif est de rendre les élèves capables d'étudier :

- un problème se ramenant à une équation du type $f(x) = k$ et de le résoudre dans le cas où la fonction est donnée (définie par une courbe, un tableau de données, une formule) et également lorsque toute autonomie est laissée pour associer au problème divers aspects d'une fonction ;
- un problème d'optimisation et de le résoudre, selon les cas, en exploitant les potentialités de logiciels, graphiquement ou algébriquement, toute autonomie pouvant être laissée pour associer au problème une fonction.

Les situations proposées dans ce cadre sont issues de domaines très variés : géométrie plane ou dans l'espace, biologie, économie, physique, actualité, etc.

Les logiciels mis à la disposition des élèves (tableur, traceur de courbes, logiciels de géométrie dynamique, de calcul numérique, de calcul formel, etc.) peuvent être utilement exploités.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Fonctions Image, antécédent, courbe représentative.	Traduire le lien entre deux quantités par une formule. Pour une fonction définie par une courbe, un tableau de données ou une formule : <ul style="list-style-type: none"> – identifier la variable et, éventuellement, l'ensemble de définition ; – déterminer l'image d'un nombre ; – rechercher des antécédents d'un nombre. 	Les fonctions abordées sont généralement des fonctions numériques d'une variable réelle pour lesquelles l'ensemble de définition est donné. Quelques exemples de fonctions définies sur un ensemble fini ou sur \mathbb{N} , voire de fonctions de deux variables (aire en fonction des dimensions), sont à donner.

B Notre point de vue

Dans ce chapitre, nous avons fait le choix de reprendre toutes les connaissances du collège concernant les fonctions et de ne pas introduire la notion de sens de variation. Cela nous semble en effet conforme à l'esprit du programme et surtout cela permet de réactiver les connaissances des élèves après de longs mois d'arrêt.

En lien avec les ensembles de définition des fonctions, les élèves vont découvrir la notion d'intervalle. Les notions de réunion et d'intersection sont présentées dans le **chapitre 2** afin de laisser aux élèves le temps d'assimiler la notion d'intervalle en s'appuyant sur l'illustration graphique.

Nous apprenons aux élèves à résoudre graphiquement une équation mais nous avons reporté au chapitre suivant la résolution graphique des inéquations afin, là aussi, de laisser le temps aux élèves de bien comprendre cette première résolution graphique, en lien avec la notion d'antécédent.

Pour cette recherche d'antécédent, nous n'avons pas proposé de Savoir-faire ni d'exercices où les élèves devraient résoudre une équation. En effet, c'est dans les **chapitres 3, 4 et 5** que les élèves seront amenés à revoir et compléter leur connaissance sur les résolutions d'équations.

Les tableaux de valeurs peuvent être construits à la main ou à l'aide de la calculatrice, la page 19 est d'ailleurs réservée à l'apprentissage de la construction de tableaux de valeurs à la calculatrice.

Les notions abordées dans le chapitre 1

- Intervalles de \mathbb{R}
- Définition d'une fonction
- Représentation graphique d'une fonction
- Résolution graphique de l'équation $f(x) = k$
- Les ensembles
- Tableau de valeurs avec une calculatrice

C Réactiver les savoirs

Ces exercices permettent de réactiver les notions utiles pour ce chapitre, à savoir les lectures graphiques. On teste chez les élèves la lecture des coordonnées d'un point et l'utilisation de formules.

Voir manuel page 328 et le site www.bordas-index.fr pour les corrigés détaillés.

D Activités

Activité 1 L'indice de masse corporelle

L'objectif de cette activité est la manipulation de formules liant deux grandeurs et l'introduction de la notion de fonction.

1. On calcule l'indice de masse corporelle pour la personne pesant 82 kg et de la plus petite taille : 1,80 m ; on trouve que cet indice I est environ égal à 25,3 ; cet indice étant supérieur à 25, cette personne est effectivement en surpoids.

2. a. $1,8^2 = 3,24$ d'où la relation donnée.

b. $x = 20 \times 3,24 = 64,8$.

c. $x = 3,24 \times I$.

3. a. $I = \frac{75}{T^2}$.

b. $T = \sqrt{\frac{75}{I}}$.

Activité 2 L'aire de baignade

Fichier associé sur le site www.bordas-index.fr :

01_seconde_activite2.url (fichier GeoGebraTube)

Fichier associé sur le manuel numérique Premium :

01_seconde_activite2.ggb (fichier GeoGebra)

Dans cette activité, les élèves vont découvrir comment l'aire de baignade peut varier en fonction de la position d'un plot ; l'objectif est de construire un tableau de valeurs à partir d'essais successifs puis d'établir une formule afin de définir une fonction.

On utilise le logiciel pour visualiser la courbe de cette fonction.

1. a. Si la distance du plot à la rive est de 2 m, alors la longueur NP est égale à 12 m et l'aire de la baignade est égale à 24 m².

Distance de la rive au plot N	1	1,5	3	4,5	6
Aire de la baignade	14	19,5	30	31,5	24

2. a. La longueur totale du cordon est égale à 16 m donc $16 = 2x + NP$. On en déduit que $NP = 16 - 2x$.

b. Aire = $x \times NP = x(16 - 2x)$.

c. En remplaçant x par 2,14, on trouve $A = 25,0808$.

3. On lit l'ordonnée du point de la courbe qui a pour abscisse 5 ; on obtient 30.

b. On place 25 sur l'axe des ordonnées et on cherche s'il existe des points de la courbe \mathcal{C} d'ordonnée 25 ; on trouve deux points de la courbe, c'est-à-dire deux positions de N :

N peut être situé à environ 2,13 m de la rive ou à environ 5,87 m de la rive.

Quelques indications pour l'utilisation du fichier

On peut déplacer le point N à l'aide du curseur nommé **Distance ON**.

Dans Affichage, on peut faire apparaître ou disparaître le Graphique 2 dans lequel on voit la courbe à exploiter dans la question 3.

En cliquant droit sur le curseur **Distance ON** on peut dans Propriétés puis Curseur diminuer l'incrément afin que l'affichage soit plus précis (c'est utile pour illustrer la question 3. b.)

La boîte de sélection créée permet de faire apparaître les points de la courbe d'ordonnée égale à 25 afin d'illustrer la question 3. b.

Activité 3 Un ensemble de points

Cette activité a pour objectif de faire comprendre que la représentation graphique d'une fonction est un ensemble de points.

1. Tableau :

	A (1 ; 1)	B (0 ; 1)	C (-1 ; 2)	D (-1 ; -1)	E (1 ; 0)	F (2 ; 0,5)	G (3 ; $\frac{1}{3}$)
$x + y - 1$	1	0	0	-3	0	1,5	$\frac{7}{3}$
$xy - 1$	0	-1	-3	0	-1	0	0

2. a. Les points B, C et E sont tels que $x + y - 1 = 0$.

b. Ces points appartiennent à la représentation graphique de la fonction affine f telle que $f(x) = -x + 1$ car $x + y - 1 = 0$ équivaut à $y = -x + 1$.

3. a. Les points A, D, F et G sont tels que $xy = 1$.

b. Les points A, D, F et G ne sont pas alignés.

4. a. Pour x différent de 0, $y = \frac{1}{x}$.

b. La fonction g telle que $g(x) = \frac{1}{x}$ n'est pas une fonction affine.

Activité 4 Des aires égales

Fichier associé sur le site www.bordas-indice.fr :

01_seconde_activite4.url (fichier GeoGebraTube)

Fichier associé sur le manuel numérique Premium :

01_seconde_activite4.ggb (fichier GeoGebra)

Le travail effectué dans cette activité est uniquement graphique.

Son objectif est d'apprendre aux élèves à résoudre graphiquement

des équations du type $f(x) = g(x)$. Cette activité pourra être complétée ou réutilisée dans le **chapitre 2** pour présenter la notion de sens de variation ; on pourra également reprendre cette activité à la fin du **chapitre 4** lorsque les élèves sauront résoudre algébriquement de telles équations.

1. On peut soit demander à l'élève de faire plusieurs figures, soit utiliser directement le fichier. (Pour cela, on peut déplacer le point M et observer les aires du carré AMDC et du triangle MBE.)

À l'aide du fichier, on observe que lorsque x est proche de 3,31, l'aire du carré AMDC et celle du triangle MBE sont très proches.

2. a. x appartient à l'intervalle $]0 ; 10[$.

b. La courbe 1 représente la fonction f .

c. Les courbes ont un point d'intersection d'abscisse comprise entre 3 et 4.

E Exercices

Pour démarrer

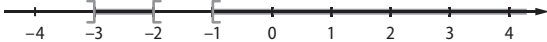
1. $I = [-1 ; 2[$

2. Les nombres $-1 ; 1,5$ et $\sqrt{3}$ appartiennent à cet intervalle I .

2. 1. $I =]-\infty ; 3]$

2. Les nombres réels $-4 ; -2$ et 3 appartiennent à cet intervalle I .

3



4. Les phrases justes sont les phrases : 2. $-5 \in [-5 ; 3]$ et

3. $-5 \in]-\infty ; -5]$.

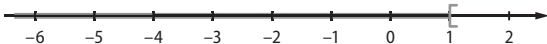
5. 1. $[4 ; +\infty[$



2. $] -2 ; 5]$



3. L'ensemble des réels x strictement inférieurs à $] -\infty ; 1[$



6. 1. La recette pour la vente de deux bagues est égale à 30 euros.

2. $R(x) = 15x$.

7. 1. $\mathcal{P} = 4x$.

2. $\mathcal{A} = x^2$.

3. $\mathcal{A} = \left(\frac{\mathcal{P}}{4}\right)^2$.

8. 1. Le nombre affiché lorsque l'on rentre 4 est 35.

2. On obtient $2x^2 + 3$.

9. Exercice corrigé p. 328 du manuel.

10. 1. 2 a pour image 3 par f .

2. 3 a pour antécédent 2 par f .

11. 1. Les deux points placés aux extrémités de la courbe permettent d'obtenir l'ensemble de définition de la fonction f .

2. L'image de 1 par f est 2.

3. $f(3) = 0$.

4.

x	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	2	1	0	2	3	0

12. Exercice corrigé p. 328 du manuel.

13. 1. -2 a pour image 3 par la fonction f .

2. 3 a pour antécédent -2 par f .

3. D'après le tableau de valeurs, 3 admet deux antécédents par la fonction f .

14. 1. a. L'image de 1 par f est -2 .

b. On remplace x par 1 ; $f(1) = 1^2 - 3 = -2$.

2. a. $f(2) = 2^2 - 3 = 1$.

b. On vérifie avec l'éditeur de fonctions de la calculatrice.

15. Exercice corrigé p. 328 du manuel.

16. 1. Le nombre affiché à la sortie de l'algorithme lorsque l'on saisit 5 est 28.

2. a. $f(5) = 28$.

b. $f(x) = x^2 + 3$.

17. 1. $h(3) = 3^2 + 6 + 1 = 9 + 6 + 1 = 16$.

2. Tableau de valeurs :

x	0	1	2	3
$f(x)$	1	4	9	16

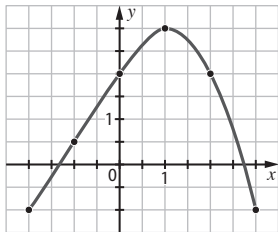
18. 1. a. Faux.

b. Vrai.

2. a. Faux.

b. Vrai.

19 1. et 2. Sur le graphique ci-après, on trouve les six points et une courbe possible :



- 20** 1. L'ensemble de définition de f est $[-1; 2]$.
 2. a. La droite parallèle à l'axe des abscisses et passant par le point de coordonnées $(0; -1)$ coupe la représentation graphique de f en un seul point.
 b. Une valeur approchée de la solution est $-0,4$.

Pour s'entraîner

- 21** a. $3 \in]-1; 5]$ b. $-2 \notin]-1; 0]$
 c. $10^{-3} \in [0; +\infty[$ d. $\pi \in]3,14; 3,15[$
 e. $7 \notin]-\infty; 7[$ f. $0 \in [-\sqrt{3}; \sqrt{3}[$
- 22** $-1, 0, 1$ et 2 sont les nombres entiers relatifs appartenant à l'intervalle $]-2; 2,9[$.
- 23** $3,71$ et $3,78$ sont deux nombres décimaux appartenant à l'intervalle $]3,7; 3,8[$.
- 24** $[1; 2]$ est un intervalle contenant $\sqrt{3}$ et dont les bornes sont deux nombres entiers consécutifs.
- 25** a. $]-4; 1]$ b. $]\frac{3}{2}; +\infty[$ c. $]-\infty; -1]$
- 26** a. $[-0,2; 0]$ b. $]-\infty; 4[$ c. $[-5; -2[$
- 27** Exercice corrigé p. 328 du manuel.
- 28** a. $-1 \leq x < 7$ b. $x \leq -5$ c. $x \geq -2$
- 29** a. $0,5 < x < \frac{2}{3}$ b. $x > 3$ c. $x < \frac{\pi}{3}$
- 30** Exercice corrigé p. 328 du manuel.
- 31** a. $]1; +\infty[$; b. $]2; +\infty[$; c. $]-\infty; 4,5[$; d. $]-\infty; -\frac{1}{3}]$
- 32** Faux, car $\pi > 3,14$.
- 33** Faux, car le bon intervalle est $[3; +\infty[$.
- 34** Vrai.
- 35** Vrai.
- 36** 1. $P = 2 + 1,5x$
 2. Pour une course de 12 kilomètres, le prix à payer est de 20 euros.
37 1. $xy = 30$ donc $y = \frac{30}{x}$.
 2. $AD = 3,75$ cm lorsque $AB = 8$ cm.
- 38** Exercice corrigé p. 328 du manuel.
- 39** 1. $I = \frac{2}{R}$
 2. $I = 0,004$ ampères.
- 40** 1. Lorsque l'on saisit la valeur 5, la valeur affichée est 25.
 2. $y = x^2$.
 3. On change la première ligne de la boucle « Pour » en mettant : Pour I allant de 1 à 4.

41 Exercice résolu p. 23 du manuel.

42 Vrai.

43 Faux, car $V = 3 \times 2^2 = 12$.

44 1. Le nombre a appartient à $]0; 5[$.

2. $A = 2(5 - a)$

45 1. a. Le nombre a appartient à l'intervalle $]0; 3[$.

b. L'expression de l'aire du triangle ADM est $2a$.

c. L'expression de l'aire du quadrilatère BCDM est $12 - 2a$.

2. a. La variable b choisie par Alice représente la longueur BM.

b. La variable b appartient à l'intervalle $]0; 3[$.

c. L'expression de l'aire du quadrilatère BCDM est $12 - 2(3 - b)$, c'est-à-dire $6 + 2b$.

46 1. a. L'ensemble de définition I de f est $[-1; 2,5]$.

b. L'image de -1 par f est 3.

c. $f(1) = -1, f(0) = 0$ et $f(2) = 0$.

2. a. $f(1) = -1$.

b. $f(-1) = 3$.

c. $f(2,5) = 1,25$.

47 1. a. L'ensemble de définition I de f est $[1; 6]$.

b. L'image de 1 par f est 3.

c. $f(2) = 1,5, f(3) = 1$ et $f(6) = 0,5$.

2. a. $f(4) = \frac{3}{4} = 0,75$.

b. $f(5) = 0,6$.

3. Tableau de valeurs :

x	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	3	1,5	1	0,75	0,6	0,5

48 Exercice corrigé p. 328 du manuel.

49 Exercice résolu p. 24 du manuel.

50 a.

x	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
$f(x)$	0	3,5	9	16,5	26	37,5	51

b.

x	-1	-0,75	-0,5	-0,25	0	0,25
$g(x)$	3,5	3,44	3,4	3,36	3,33	3,31

x	0,5	0,75	1	1,25	1,5	1,75	2
$g(x)$	3,29	3,27	3,25	3,24	3,22	3,21	3,2

51 1. Lorsque l'on saisit la valeur 1, l'affichage en sortie est 4.

2. $f(x) = (x + 1)^2$.

52 1. 2 admet un antécédent par f : le nombre 1,5.

2. 1 admet un antécédent par f : le nombre 3.

3. 0,5 admet un antécédent par f . C'est le nombre 6.

53 1. -3 admet un antécédent par f : le nombre 1.

2. -1 admet deux antécédents par f : les nombres -3 et 0.

54 1. 1 admet deux antécédents par f : les nombres 0 et 2.

2. -1 admet trois antécédents par f : les nombres $-3, 9; -2$ et 4.

3. 0,5 admet trois antécédents.

55 1. L'image de 1 par f est 0.

2. -2 est un antécédent de 0 par f car $f(-2) = 0$.

3. D'après les questions précédentes, 1 et -2 sont deux antécédents de 0 par f .

56 Exercice corrigé p. 328 du manuel.

57 a. $f(0,5) = 3$.

b. $f(0) = 2$.

c. $f(3) = -0,75$.

58 1. $f(0,1) = 0,0003 = 3 \times 10^{-4}$.

2. $f(1) = f(-1) = 3$.

3. a. $f(-2) = 48$.

b. Un autre antécédent de 48 par f est 2 car $f(2) = 48$.

59 Faux. L'image de 2 par f est -1 .

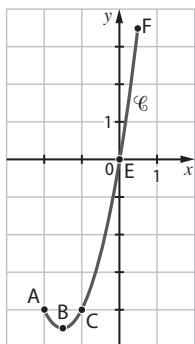
60 Faux. Un antécédent de 3 par f est 1.

61 Faux. 0 a une seule image par f : 1.

62 1.

x	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5
$f(x)$	-4	-4,5	-4	-2,5	0	3,5

2.



3. $f(0,3) = 1,98$ donc le point K d'abscisse 0,3 de la courbe a pour ordonnée 1,98.

63 Exercice corrigé p. 328 du manuel.

64 1.

Variables	x et y sont des nombres réels			
Traitement	Pour i variant de 0 à 10 faire			
et sortie	<table border="1"> <tr> <td>x prend la valeur $\frac{i}{10}$</td> </tr> <tr> <td>y prend la valeur $x^3 - x$</td> </tr> <tr> <td>Placer le point de coordonnées $(x ; y)$</td> </tr> </table>	x prend la valeur $\frac{i}{10}$	y prend la valeur $x^3 - x$	Placer le point de coordonnées $(x ; y)$
x prend la valeur $\frac{i}{10}$				
y prend la valeur $x^3 - x$				
Placer le point de coordonnées $(x ; y)$				
Fin Pour				

2. Onze points vont ainsi être placés.

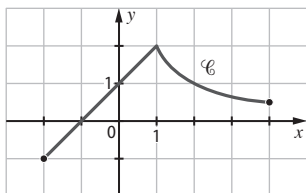
3. On change les deux premières lignes du traitement dans l'algorithme :

Pour i variant de 0 à 100 faire
x prend la valeur $\frac{i}{100}$

65 Vrai car $f(1) = -1$.

66 Faux car $f(3) = 3$.

67 1.

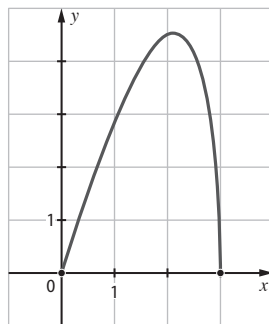


2. a. La solution de l'équation $f(x) = 2$ est $x = 1$.

b. L'équation $f(x) = 1$ admet deux solutions : 0 et 2.

3. a. et b. $k = 0$ et la solution de l'équation $f(x) = 0$ est -1 .

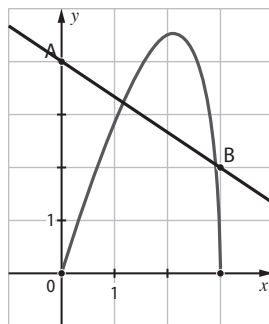
68 1.



2. a. L'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions : 0 et 3.

b. L'équation $f(x) = 2$ admet deux solutions : l'une appartient à $[0 ; 1]$ et l'autre à $[2 ; 3]$.

3. a.



b. L'équation $f(x) = g(x)$ admet deux solutions.

69 Exercice corrigé p. 328 du manuel.

70 1. L'équation $N(t) = 600\,000$ admet une solution : cela signifie que le nombre de bactéries est égale à 600 000 au bout de 6 heures de mise en culture.

2. La souche contient un million de bactéries après 6 h 30 environ.

71 1. Vraie : Si f est définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2 + x$, alors $f(-1) = 0$ donc le point de coordonnées $(-1 ; 0)$ appartient à la courbe représentative de f .

2. Faux : Si $f(-1) = 0$, alors f peut être définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x + 1$, par exemple.

72 Faux, car $f(-2) = 9$ et pas 7.

73 Vrai, car $f(-1) = g(-1) = 2$.

74 1. Les fonctions f et g sont définies sur $[1 ; 5]$.

2. $g(2) = 150$ environ. Lorsque le prix de l'article est de 2 euros, la quantité demandée est d'environ 150 articles.

3. a. $f(5) = 200$ donc lorsque le prix de l'article est de 5 euros, le nombre d'articles proposés par l'entreprise est environ égal à 200.

b. Pour ce prix-là, le nombre d'article demandé est très faible donc l'entreprise ne peut pas espérer vendre tous ses articles.

4. Le prix d'équilibre est de 3,20 euros environ.

75 1. a. $f(0) = 1$.

b. $f(0,5) = \frac{2}{1,5} = \frac{4}{3}$ et $f(1) = 1,5$.

2.

x	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5
$f(x)$	0	1	$\frac{4}{3}$	1,5	1,6	$\frac{5}{3}$	$\frac{12}{7}$

76 1. $L = 2\pi R$. 2. $R = \frac{L}{2\pi}$.

77 1. $f(1) = 2$ donc l'ordonnée du point A de la courbe \mathcal{C} d'abscisse 1 est égale à 2.

2. a. 0 et 3 ont pour image 0 par f .

b. La courbe \mathcal{C} coupe l'axe des abscisses aux points d'abscisse 0 et 3.

3. $f(2) = 4$, donc le point B appartient à \mathcal{C} .

Faire le point

Voir livre page 328. Les corrigés détaillés sont disponibles sur le site www.bordas-indice.fr

Revoir des points essentiels

78 $f(-2) = 5$ et $f(0) = -1$.

79 $f(1) = -1$ et $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} - 1 = \frac{-5}{4} = -1,25$.

80 L'équation $f(x) = 3$ admet une solution : 0.

81 L'équation $f(x) = -1$ admet deux solutions : -2 et 3.

82 L'équation $f(x) = 0$ admet trois solutions : -1,5 ; 2,3 et 4.

Travaux pratiques

TP L'aire d'un rectangle variable

L'objectif de cette activité est d'observer l'aire d'une figure lorsqu'un point varie puis d'utiliser la représentation graphique d'une fonction pour justifier graphiquement les observations faites.

A. Construction de la figure.

Fichier associé sur le site www.bordas-indice.fr :

01_seconde_TP.url (fichier GeoGebra)

Fichier associé sur le manuel numérique Premium :

01_seconde_TP.ggb (fichier GeoGebra, version corrigée enseignant)

Dans ce fichier, on peut utiliser la boîte de sélection intitulée **Courbe représentative** pour faire apparaître ou disparaître la courbe de la fonction f .

B. Observations et conjectures

1. On peut déplacer le point M afin que $AM = 2$; l'aire du rectangle MNPB est alors égale à 4.

2. L'aire du rectangle MNPB est égale à 2 lorsque x est égale à environ 0,4 et 2,6.

3. Le triangle ABC a une aire égale à 9. En déplaçant le point M, on conjecture qu'il existe une position du point M pour laquelle le rectangle MNPB a une aire égale à 9 : lorsque x est égale à 1,5.

4. L'aire du rectangle MNPB ne semble pas pouvoir être égale à 5.

C. Utilisation de la courbe représentative d'une fonction

1. f est définie sur $]0 ; 3[$.

2. a. D'après le théorème de Thalès, $\frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB}$.

Donc $\frac{MN}{6} = \frac{x}{3}$; on en déduit $MN = 2x$.

b. Aire MNPB = $MN \times MB = 2x(3 - x) = -2x^2 + 6x$.

c. $f(2) = 4$. On retrouve le résultat de la question B1.

3. a. Voir fichier logiciel en cliquant sur la boîte de sélection appelée **Courbe représentative** afin de faire apparaître la courbe représentative de f .

b. Retour B2: On peut faire apparaître les points de la courbe d'ordonnée 2 en cochant la boîte de sélection appelée **points d'ordonnée 2** ; il existe deux tels points qui ont pour abscisse environ 0,38 et 2,62.

Retour B3: On peut faire apparaître le point de la courbe d'ordonnée 4,5 en cochant la boîte de sélection appelée **aire MNPB égale moitié aire triangle ABC** ; il en existe un seul qui a pour abscisse 1,5.

Retour B4: Les élèves peuvent observer un maximum pour la courbe et ainsi comprendre que l'aire du rectangle MNPB ne peut pas être supérieure à 4,5.

83 1. Tableau de valeurs :

x	0	1	2	3	4
$k(x)$	0	1	4	9	6

x	5	6	7	8	9
$k(x)$	5	6	9	4	1

2. Les antécédents de 1 par cette fonction k sont : 1 et 9.

Le nombre 2 n'a pas d'antécédent par cette fonction k .

Le nombre 5 admet un seul antécédent par cette fonction k : le nombre 5.

3. On cherche n tel que $p(n) = 1$, c'est-à-dire $k(k(n)) = 1$; cela revient à chercher n tel que $k(n) = 1$ ou 9. Les nombres qui conviennent sont : 1, 9, 3 et 7.

On cherche n tel que $p(n) = 6$, c'est-à-dire $k(k(n)) = 6$; cela revient à chercher n tel que $k(n) = 4$ ou 6. Les nombres qui conviennent sont : 2, 8, 4 et 6.

84 Fichiers associés sur le manuel numérique Premium :

01_seconde_ex84.ggb (fichier GeoGebra, version élèves)

01_seconde_ex84_correction.ggb (fichier GeoGebra, version corrigée enseignant)

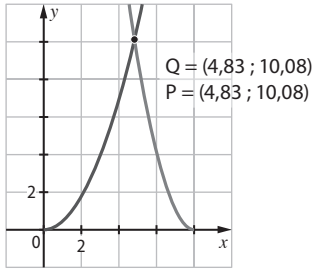
1. a. $h = \frac{\sqrt{3}}{2}x$.

b. Aire AMC = $\frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}x \times x = \frac{\sqrt{3}}{4}x^2$.

Aire MBDE = $(8 - x)^2$.

2. a. L'ensemble de définition des deux fonctions f et g est $]0 ; 8[$.

b. On peut soit construire toute la figure puis le lieu des points P de coordonnées (AM ; Aire AMC) et le lieu des points Q de coordonnées (AM ; Aire MBDE), soit utiliser les expressions des fonctions f et g telles que $f(x) = \frac{\sqrt{3}}{4}x^2$ et $g(x) = (8 - x)^2$ pour construire leurs courbes représentatives.



Par lecture graphique, il existe une valeur de x pour laquelle les aires sont égales : x est environ égal à 4,83.

Explications des constructions sur Geogebra

→ Construction de la figure

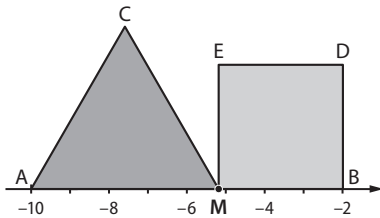
Créer les points A et B en saisissant par exemple: A = (-10,0) et B = (-2,0) puis construire le segment [AB].

Avec l'outil **Point sur objet**, construire un point sur ce segment. Renommer ce point M en cliquant-droit sur ce point.

Avec l'outil **Cercle (centre-point)**, créer le cercle de centre A passant par M puis le cercle de centre M passant par A ; construire avec l'outil **Intersection entre deux objets** les points communs à ces deux cercles ; nommer C l'un de ces points.

Avec l'outil **Polygone**, construire le triangle AMC.

Construire le carré MBDE en utilisant par exemple les outils **Cercle (centre-point)**, **Perpendiculaire**, **Intersection entre deux objets** et **Polygone**



→ Affichage des distances et des aires

En utilisant les outils **Distance ou longueur** et **Aire**, faire afficher la distance AM et les aires des polygones AMC et MBDE. Choisir dans le menu Option le nombre de décimales souhaitées pour cet affichage.

→ Construction de lieux

Dans la ligne de saisie, taper Point (AM, Aire AMC) et nommer P ce point. Construire le lieu de ce point lorsque M varie (utiliser l'outil **Lieu** puis cliquer sur le point P et ensuite le point M ; le lieu du point P lorsque M se déplace apparaît alors.)

Construire de même le lieu du point Q de coordonnées (AM ; Aire MBDE).

→ Intersection de ces lieux

L'outil **Intersection entre deux objets** permet de construire le point d'intersection des deux lieux précédents puis de faire afficher les coordonnées de ce point.

→ Pour construire les deux courbes, on peut aussi taper dans la ligne de saisie les expressions des fonctions en utilisant la commande **fonction [expression, 0,4]**.

85 1. S'il existe p et q entiers naturels premiers entre eux tels que $\frac{p}{q} = \sqrt{2}$, alors $\left(\frac{p}{q}\right)^2 = 2$ donc $p^2 = 2q^2$.

2. Si $p^2 = 2q^2$, alors p^2 est pair et donc p est pair.

3. Si p est pair, alors il existe k entier naturel tel que $p = 2k$. On en déduit que $4k^2 = 2q^2$ donc $q^2 = 2k^2$.

On en déduit alors que q est pair.

4. En supposant qu'il existe p et q entiers naturels premiers entre eux tels que $\frac{p}{q} = \sqrt{2}$, on est arrivé à la conclusion que p est pair et q est pair ; c'est absurde car ceci n'est pas possible du fait que p et q sont premiers entre eux.

Ainsi, $\sqrt{2}$ ne peut pas s'écrire sous la forme d'une fraction irréductible.

86 1. $MN = QP = \sqrt{(6-x)^2 + x^2}$ et $NP = MQ = \sqrt{(8-x)^2 + x^2}$

donc l'expression du périmètre de MNPQ est

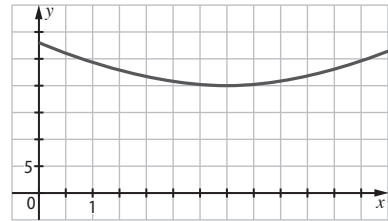
$$2(\sqrt{(6-x)^2 + x^2} + \sqrt{(8-x)^2 + x^2}).$$

2. a. L'ensemble de définition de p est $]0 ; 6[$.

b. Tableau de valeurs (valeurs approchées à 0,1 près) :

x	1	2	3	4	5
p(x)	24,3	21,6	20,2	20,3	21,9

c. Représentation graphique :



87 Un graphique d'une fonction non affine montre qu'il existe des fonctions ne vérifiant pas une telle égalité. On peut aussi proposer la fonction carrée sur $[0 ; 2]$, même si les élèves ne la connaissent pas encore.

88 En appelant d la distance entre les deux clous, la longueur de la corde est égale à $d + 1$. Du fait qu'on tire verticalement cette corde non élastique au milieu, on a $h^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \left(\frac{d+1}{2}\right)^2$.

$$\text{Donc } h = \sqrt{\frac{d}{2} + \frac{1}{4}}.$$

$$\sqrt{\frac{d}{2} + \frac{1}{4}} \geq 1,8 \Leftrightarrow d \geq 5,98$$

$$\sqrt{\frac{d}{2} + \frac{1}{4}} \geq 5 \Leftrightarrow d \geq 49,5$$

$$\sqrt{\frac{d}{2} + \frac{1}{4}} \geq 30 \Leftrightarrow d \geq 1799,5.$$

89 1. x est compris entre 0 et 60.

En utilisant le théorème de Thalès, on trouve la hauteur du cône : 240 cm. On a $V(x) = \frac{1}{3}\pi r^2(180+x) - \frac{1}{3}\pi \times 15^2 \times 180$

avec r tel que $\frac{180+x}{180} = \frac{r}{15}$ donc $r = \frac{180+x}{12}$.

$$\text{Donc } V(x) = \frac{1}{3}\pi \left[\frac{(180+x)^3}{144} - 40500 \right]$$

2. Le volume total est égal à 18500π et le volume pour $x = 30$ cm est égal à $7937,5\pi$.

Le récipient est alors rempli à 42,9 % environ.