1Sti2d – TD-DS3 Dérivation	MATHEMATIQUES	19 jan 2015

1. **Etude de la fonction** définie sur [-4 ; +10] par **$f(x) = x^2 - 2x - 8$.**

a. Calculer la dérivée f '(x) et étudier son signe.

b. Dresser le tableau de variation de la fonction f en utilisant le signe de f '.

c. En déduire le nombre de solution de l'équation f(x) = 0 dans l'intervalle [-4 ; 10].

d. Résoudre l'équation f(x) = 0.

e. Déterminer le signe de f(x) si x est dans l'intervalle [-4 ; 10].

f. Déterminer une équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse a = 3.

2. **Nombre de solutions d'une équation, signe de la fonction** définie sur [-3 ; 5] par **$f(x) = x^3 - 12x - 16$.**

a. Prouver que la dérivée $f'(x) = 3(x - 2)(x + 2)$ et étudier son signe.

b. Dresser le tableau de variation de la fonction f en utilisant le signe de f '.

c. Indiquer si f admet un ou plusieurs extremums sur [-3 ; 5]. Si oui pour quelle(s) valeur(s) de x ?

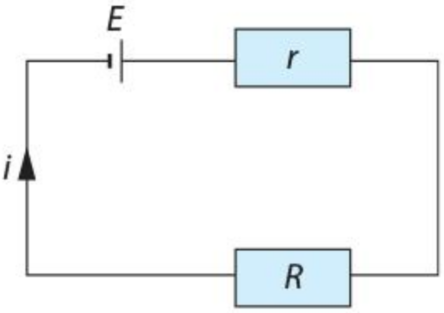
d. Déterminer le nombre de solution de l'équation f(x) = 0 dans l'intervalle [-3 ; 5].

e. Vérifier que f(4) = 0 et en déduire le signe de f(x) dans l'intervalle [-3 ; 5]

3. **Recherche d'un maximum**

On considère le circuit de la figure dans lequel E = 8 volts, r = 3 ohms et R (en ohms) est variable. On désigne par P la puissance dissipée dans le résistor de résistance R.

On établit en physique que $P = \dfrac{64R}{(R+3)^2}$; soit $f(x) = \dfrac{64x}{(x+3)^2}$.



a. Calculer la dérivée f '(x) de la fonction f définie sur [0 ; 8] par f(R) = P et étudier son signe.

b. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur [0 ; 8].

c. En déduire la valeur de R pour laquelle P est maximale. Quelle est alors la puissance maximale ?

1Sti2d – DS3bc	MATHEMATIQUES	19 jan 2015
Dérivation		

x	-4		1		10
f '		–	0	+	
f	16	↘	-9	↗	72

1. Etude de la fonction définie sur [-4 ; +10] par $f(x) = x^2 – 2x – 8$.

a. f '(x) = **2x – 2 ;** f '(x) > 0 ⇔ 2x > 2 ⇔ x > 1 soit f '(x) > 0 sur [1 ; 10]

c. f(-4) > 0, f(1) < 0, f(10) > 0 donc f(x) = 0 a **2** solutions l'une dans [-4 ; 1], l'autre dans [1 ; 10].

d. f(x) = 0. Δ = 36, $\mathbf{x_1 = -2, x_2 = 4}$.

e. Lecture Tableau ou Règle du signe du trinôme : f(x) > 0 sur [-4 ; -2[∪]4 ; 10] et **f(x) < 0 sur]-2 ; 4[.**

f. Equation : y = (x – a)f '(a) + f(a) avec a = 3, f(3) = -5, f '(3) = 4 donc y = 4(x – 3) – 5 = **4x – 17**

2. .Nombre de solutions d'une équation, signe de la fonction définie sur [-3 ; 5] par $f(x) = x^3 – 12x – 16$

a. f '(x) = $\mathbf{3x^2 – 12}$ = $3(x^2 – 4)$ = 3(x – 2)(x + 2) ;

Règle du signe du trinôme :

f '(x) > 0 sur [-4 ; -2[∪]2 ; 5] et f '(x) < 0 sur]-2 ; 2[.

b.

x	-3		-2		2		5
f '		+	0	–	0	+	
f	-7	↗	0	↘	-32	↗	49

c. f admet **deux** minimums (-7 et -32) pour **x = -3 et x = 2** et **deux** maximums (0 et 49) pour **x = -2 et x = 5.**

d. f(-3) < 0, f(-2) = 0, f(2) < 0 ; f(5) > 0 donc f(x) = 0 a **2** solutions l'une est -2 l'autre est dans [2 ; 5].

e. f(4) = 64 – 48 – 16 = 0 donc **f(x) < 0 sur [-3 ; -2[∪]-2 ; 4].et f(x) > 0 sur]4 ; 5[**

3. Recherche d'un maximum

x	0		3		7
f '	0	+	0	–	
f	0	↗	$\frac{16}{3}$	↘	4.48

a. u(x) = 64x, u'(x) = 64 ; $v(x) = (x+3)^2$, v'(x) = 2x + 6

donc $f'(x) = 64\,\dfrac{(x + 3)^2 – (2x + 6)(x)}{(x + 3)^4} = \mathbf{\dfrac{64(9 – x^2)}{(x + 3)^4}}$;

f '(x) est du signe de $9 – x^2$ soit **f '(x) > 0 sur]-3 ; 3[** et f '(x) < 0 sinon

b.

c. P est maximale pour **R = 3 ;** $\mathbf{P_{max} = 16/3 \approx 5.33}$ **.**