1Sti2d – DS3Yb	MATHEMATIQUES	28 jan 2015
Dérivation		

1. Etude de la fonction définie sur [-6 ; +8] par $f(x) = 2x^2 - 3x - 9$.

a. Calculer la dérivée f '(x) et étudier son signe.

b. Dresser le tableau de variation de la fonction f en utilisant le signe de f '.

c. En déduire le nombre de solution de l'équation f(x) = 0 dans l'intervalle [-6 ; 8].

d. Résoudre l'équation f(x) = 0.

e. Déterminer le signe de f(x) si x est dans l'intervalle [-6 ; 8].

f. Déterminer une équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse a = 2.

2. Nombre de solutions d'une équation, signe de la fonction définie sur [-3 ; 6] par $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x - 5$.

a. Prouver que la dérivée $f'(x) = 3(x - 3)(x + 1)$ et étudier son signe.

b. Dresser le tableau de variation de la fonction f en utilisant le signe de f '.

c. Indiquer si f admet un ou plusieurs extremums sur [-3 ; 6]. Si oui pour quelle(s) valeur(s) de x ?

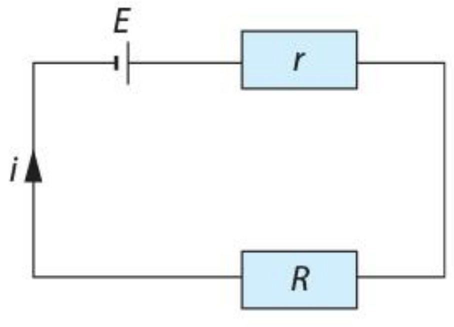
d. Déterminer le nombre de solution de l'équation f(x) = 0 dans l'intervalle [-3 ; 6].

e. Vérifier que f(5) = 0 et en déduire le signe de f(x) dans l'intervalle [-3 ; 6]

3. Recherche d'un maximum

On considère le circuit de la figure dans lequel E = 4 volts, r = 1 ohm et R (en ohms) est variable. On désigne par P la puissance dissipée dans le résistor de résistance R.

On établit en physique que $P = \frac{16R}{(R+1)^2}$; soit $f(x) = \frac{16x}{(x+1)^2}$.



a. Calculer la dérivée f '(x) de la fonction f définie sur [0 ; 9] par f(R) = P et étudier son signe.

b. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur [0 ; 9].

c. En déduire la valeur de R pour laquelle P est maximale. Quelle est alors la puissance maximale ?

1Sti2d – DS3Ybco	MATHEMATIQUES	28 jan 2015
Dérivation		

1. **Etude de la fonction** définie sur [-6 ; +8] par $\mathbf{f(x) = 2x^2 - 3x - 9}$.

a. f '(x) = **4x – 3.**

x	-6		3/4 = 0.75		8
f '		–	0	+	
f	81	↘	-81/8 = -10.125	↗	95

c. f(x) = 0 a **2** solutions l'une dans [-6 ; 0.75], l'autre dans [0.75 ; 8].

d. f(x) = 0. Δ = 81, $\mathbf{x_1 = -1.5}$, $\mathbf{x_2 = 3}$.

e. f(x) > 0 sur [-6 ; -1,5[∪]3 ; 8] et **f(x) < 0 sur]-1,5 ; 3[.**

f. a = 2, f(2) = -7, f '(2) = 5 donc y = 5(x – 2) – 7 = **5x – 17.**

2. **Nombre de solutions d'une équation, signe de la fonction** définie sur [-3 ; 6] par $\mathbf{f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x - 5}$.

a. f '(x) = $\mathbf{3x^2 - 6x - 9}$ = 3(x – 3)(x + 1) ; f '(x) > 0 sur [-3 ; -1[∪]3 ; 6] et f '(x) < 0 sur]-1 ; 3[.

b.

x	-3		-1		3		6
f '		+	0	–	0	+	
f	-32	↗	0	↘	-32	↗	49

c. f admet **un** minimums (-32) pour **x = -3 et x = 3** et **deux** maximum (0 et 49) pour **x = -1 et x = 6.**

d. f(x) = 0 a **2** solutions dans l'intervalle [-3 ; 6].

e. f(5) = 125 – 75 – 45 – 5 = 0 donc **f(x) < 0 sur [-3 ; -1[∪]-1 ; 5].et f(x) > 0 sur]5 ; 6[**

3. **Recherche d'un maximum**

a. u(x) = 16x, u'(x) = 16 ; v(x) = $(x+1)^2$, v'(x) = 2x + 2

donc $f'(x) = \dfrac{16(x+1)^2 - (2x+2)(16x)}{(x+1)^4} = \mathbf{\dfrac{16(1-x)}{(x+1)^3}}$ **;**

sur [0 ; 9], f '(x) est du signe de 1 – x soit

f '(x) > 0 sur]0 ; 1[et **f '(x) < 0 sur]1 ; 9[**

x	0		1		9
f '	0	+	0	–	
f	0	↗	4	↘	1,44

b. .

c. P est maximale pour **x = 1 ;** $\mathbf{P_{max} = 4}$**.**

1Sti2d – DS3Zb	MATHEMATIQUES	28 jan 2015
Dérivation		

1. **Etude de la fonction** définie sur [-4 ; +10] par $\mathbf{f(x) = x^2 - 5x - 6}$.

a. Calculer la dérivée f '(x) et étudier son signe.

b. Dresser le tableau de variation de la fonction f en utilisant le signe de f '.

c. En déduire le nombre de solution de l'équation f(x) = 0 dans l'intervalle [-4 ; 10].

d. Résoudre l'équation f(x) = 0.

e. Déterminer le signe de f(x) si x est dans l'intervalle [-4 ; 10].

f. Déterminer une équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse a = 2.

2. **Nombre de solutions d'une équation, signe de la fonction** définie sur [-6 ; 3] par $\mathbf{f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 5}$.

a. Prouver que la dérivée f '(x) = 3(x – 1)(x + 3) et étudier son signe.

b. Dresser le tableau de variation de la fonction f en utilisant le signe de f '.

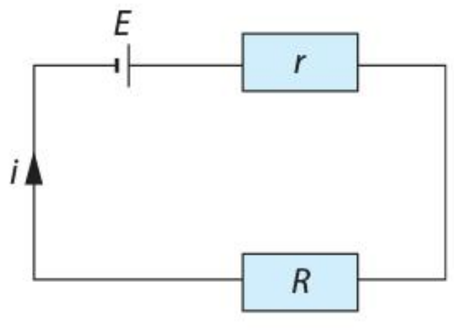
c. Indiquer si f admet un ou plusieurs extremums sur [-6 ; 3]. Si oui pour quelle(s) valeur(s) de x ?

d. Déterminer le nombre de solution de l'équation f(x) = 0 dans l'intervalle [-6 ; 3].

e. Vérifier que f(-5) = 0 et en déduire le signe de f(x) dans l'intervalle [-6 ; 3]

3. **Recherche d'un maximum**

On considère le circuit de la figure dans lequel E = 6 volts, r = 2 ohms et R (en ohms) est variable. On désigne par P la puissance dissipée dans le résistor de résistance R.



On établit en physique que $P = \dfrac{36R}{(R+2)^2}$; soit $f(x) = \dfrac{36x}{(x+2)^2}$.

a. Calculer la dérivée f '(x) de la fonction f définie sur [0 ; 8] par f(R) = P et étudier son signe sur [0 ; 8].

b. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur [0 ; 8].

c. En déduire la valeur de R pour laquelle P est maximale. Quelle est alors la puissance maximale ?

1Sti2d – DS3Zbco	MATHEMATIQUES	28 jan 2015
Dérivation		

1. Etude de la fonction définie sur [-4 ; +10] par $\mathbf{f(x) = x^2 - 5x - 6}$.

a. f '(x) = **2x – 5.**

c. f(x) = 0 a **2** solutions l'une dans [-4 ; 2,5], l'autre dans [2,5 ; 10].

d. f(x) = 0. Δ = 49, $\mathbf{x_1 = -1}$, $\mathbf{x_2 = 6}$.

e. f(x) > 0 sur [-4 ; -1[∪]6 ; 10] et **f(x) < 0 sur]-1 ; 6[.**

f. a = 2, f(2) = -12, f '(2) = -1 donc y = -1(x – 2) – 12 = **-x – 10**

x	-4		5/2 = 2,5		10
f '		–	0	+	
f	30	↘	-49/4 = -12,25	↗	44

2. .Nombre de solutions d'une équation, signe de la fonction définie sur [-6 ; 3] par $\mathbf{f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 5}$.

a. f '(x) = $\mathbf{3x^2 + 6x - 9}$ = 3(x – 1)(x + 3) f '(x) > 0 sur [-6 ; -3[∪]1 ; 3] et f '(x) < 0 sur]-3 ; 1[.

b.

x	-6		-3		1		3
f '		+	0	–	0	+	
f	-49	↗	32	↘	0	↗	32

c. f admet **deux** minimums (-49 et -0) pour **x = -6 et x = 1** et **un** maximum (32) pour **x = -3 et x = 3.**

d. f(x) = 0 a **2** solutions dans l'intervalle [-6 ; 3].

e. f(-5) = -125 + 75 + +45 + 5 = 0 donc **f(x) < 0 sur [-6 ; -5[et f(x) > 0 sur]-5 ; 1[∪]1 ; 3].**

3. Recherche d'un maximum

a. u(x) = 36x, u'(x) = 36 ; v(x) = $(x+2)^2$, v'(x) = 2x + 4

donc $f'(x) = \dfrac{36(x + 2)^2 - (2x + 4)(36x)}{(x + 2)^4} = \dfrac{\mathbf{36(2 - x)}}{\mathbf{(x + 2)^3}}$

Sur [0 ; 8], f '(x) est du signe de 2 – x soit

f '(x) > 0 sur]0 ; 2[et **f '(x) < 0 sur]2 ; 8[**

x	0		2		8
f '	0	+	0	–	
f	0	↗	4,5	↘	2,88

b.

c. P est maximale pour **x = 2 ;** $\mathbf{P_{max} = 4,5}$.