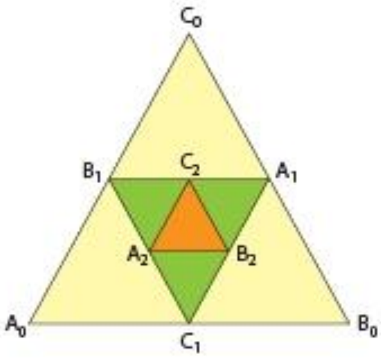
# MATHEMATIQUES

**1Sti2d – DM11 → 23 mars 2015**

## 55. ++++ Approche de la limite d'une suite




On considère le triangle équilatéral $A_0B_0C_0$ dont les côtés ont pour longueur $l_0 = 10$ cm.
En joignant les milieux des côtés on obtient un deuxième triangle équilatéral $A_1B_1C_1$ dont les côtés ont pour longueur $l_1$.
On poursuit le processus et on désigne par $l_n$ la longueur des côtés du $(n+1)$-ième triangle équilatéral ainsi construit.

**1.** Pourquoi a-t-on $l_1 = \frac{1}{2}l_0$ ?

**2.** a) Exprimer $l_{n+1}$ en fonction de $l_n$.
b) Quelle est la nature de la suite $(l_n)$ ?

**3.** Donner l'expression de $l_n$ en fonction de $n$.

**4.** Déterminer la plus petite valeur de l'entier $n$ pour laquelle le $(n+1)$-ième triangle aura des côtés de longueur inférieure à 1 mm.

On peut déterminer $n$ pour que $l_n$ soit aussi proche de 0 que l'on veut. *On dit alors que la suite $l_n$ a pour limite 0 quand n prend des valeurs de plus en plus grandes.* (On dit aussi : *lorsque n tend vers* $+\infty$.)

## 56. ++++ Suite de Robinson

Cette suite, qui ressemble à la suite de Conway, est définie de la façon suivante :
– le premier terme est un nombre entier positif donné.
– chaque terme est obtenu en indiquant combien de fois chaque chiffre (de 9 à 0 **dans cet ordre**) apparaît dans le terme précédent.

**1.** On prend $u_0 = 0$
Dans $u_0$ il apparaît une fois 0, donc $u_1 = 10$.
Dans $u_1$ il apparaît une fois 1 et une fois 0, donc $u_2$ : 1110
Dans $u_2$ il apparaît trois 1 et une fois 0, donc $u_3 = 3110$
Dans $u_3$ il apparaît une fois 3, deux fois 1 et une fois 0, donc $u_4 = 132110$.
Dans $u_4$ il apparaît une fois 3, une fois 2, trois fois 1 et une fois 0, donc $u_5 = 13123110$. (Attention : il faut commencer par compter les 3, puis les autres chiffres par ordre décroissant : 2 puis 1, puis 0).
Calculer les termes suivants et indiquer ce que l'on constate à partir de $u_{10}$.

**2.** On prend $u_0 = 40$.
Calculer les termes suivants et indiquer ce que l'on constate à partir de $u_{10}$.