

Chapitre IV

Statistiques

1. Indicateurs - Deux systèmes :

	Systeme 1	Systeme 2
Position	Moyenne	Médiane
Dispersion	Variance Ecart-type	Quartiles Déciles
	Regroupement de séries. Facile à programmer.	Moins sensible aux extrêmes.

2. Système 1 : Moyenne + Variance

La série comporte p valeurs, x_1, x_2, \dots, x_p d'effectifs n_1, n_2, \dots, n_p

Formules :

$$\text{Effectif total : } N = n_1 + n_2 + \dots + n_p = \sum_{i=1}^{i=p} n_i$$

$$\text{Moyenne : } \bar{x} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + \dots + n_px_p}{N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{i=p} n_i x_i$$

2. Système 1 : Moyenne + Variance

Formules :

Rappel : la fréquence de la valeur x_i est $f_i = \frac{n_i}{N}$

et la moyenne se simplifie : $\bar{X} = f_1x_1 + f_2x_2 + \dots + f_px_p = \sum_{i=1}^{i=p} f_ix_i$

2. Système 1 : Moyenne + Variance

Formules :

Variance :

$$V(x) = \frac{n_1 (x_1 - \bar{x})^2 + n_2 (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_p (x_p - \bar{x})^2}{N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{i=p} n_i (x_i - \bar{x})^2$$

$$V(x) = \frac{n_1 x_1^2 + n_2 x_2^2 + \dots + n_p x_p^2}{N} - (\bar{x})^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{i=p} n_i x_i^2 - (\bar{x})^2$$

$$\boxed{V(x) = \overline{x^2} - (\bar{x})^2}$$

$$\boxed{\text{Ecart type : } \sigma(x) = \sqrt{V(x)}}$$

2. Système 1 : Moyenne + Variance

Ex 14 page 239

Notes : $x_i =$	2	3	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Effectifs : $n_i =$	1	1	2	2	3	3	4	4	1	2	3	2	2	2	1	2	1

$$\text{Moyenne : } \bar{x} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + \dots + n_{17}x_{17}}{36} = \frac{1}{36} \sum_{i=1}^{i=17} n_i x_i$$

Calculer $\bar{x} = 10.61$

2. Système 1 : Moyenne + VarianceEx 14 page 239 ; $\bar{x} = 10.61$

Notes : $x_i =$	2	3	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Effectifs : $n_i =$	1	1	2	2	3	3	4	4	1	2	3	2	2	2	1	2	1

$$\text{Variance : } V(x) = \frac{n_1x_1^2 + n_2x_2^2 + \dots + n_{17}x_{17}^2}{36} - (\bar{x})^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2$$

$$V(x) = 131,888889 - 112,595679 \approx 19,29321$$

$$\text{Ecart-type : } \sigma(x) = \sqrt{V(x)} = \sqrt{19,29321} \approx 4,3924$$

2. Système 1 : Moyenne + Variance

Ex 20 page 240 :
regroupement en classes

On remplace
chaque classe
par sa valeur
centrale x_i

Compléter le tableau

Classe d'âge	Centre x_i	Effectif n_i
[1 ; 5[3
[5 ; 12[5
[12 ; 20[17
[20 ; 35[25
[35 ; 45[21
[45 ; 55[15
[55 ; 65[8
[65 ; 70[6
Effectif Total		

2. Système 1 : Moyenne + Variance

Ex 20 page 240 :
regroupement en classes

Calculer
maintenant
la moyenne \bar{x}
la variance $V(x)$
l'écart-type $\sigma(x)$

Classe d'âge	Centre x_i	Effectif n_i
[1 ; 5[3	3
[5 ; 12[8.5	5
[12 ; 20[16	17
[20 ; 35[27.5	25
[35 ; 45[40	21
[45 ; 55[50	15
[55 ; 65[60	8
[65 ; 70[67.5	6
Effectif Total		100

2. Système 1 : Moyenne + Variance

Ex 20 page 240 :
regroupement en classes

$$\bar{x} = 34.86$$

$$\begin{aligned} V(x) &= \frac{150884}{100} - 34.86^2 \\ &= 293.6204 \end{aligned}$$

$$\sigma(x) = \sqrt{293.6204} \approx 17.135$$

Classe d'âge	Centre x_i	Effectif n_i
[1 ; 5[3	3
[5 ; 12[8.5	5
[12 ; 20[16	17
[20 ; 35[27.5	25
[35 ; 45[40	21
[45 ; 55[50	15
[55 ; 65[60	8
[65 ; 70[67.5	6
Effectif Total		100

2. Système 1 : Moyenne + Variance

Attention : dans la formule de Huygens $V(x) = \overline{x^2} - (\bar{x})^2$ il faut garder le maximum de chiffres significatifs pour chacun des termes de la différence (d'autant plus que les écarts sont petits).

Ex :

$x_i =$	9,48	9,50	9,52	9,53	9,54	9,56	9,58
$n_i =$	2	5	18	46	24	4	1

$$\bar{x} = 9,5282$$

$$V(x) = \overline{x^2} - (\bar{x})^2 = 90,786818 - 9,5282^2 = 0,00022276$$

$$\sigma(x) = \sqrt{0,00022276} = 0,0149251466 \approx 0,0149 \approx \mathbf{0,015}$$

$$\text{Mais : } 90,7868 - 9,528^2 = 0,004016 \text{ et } \sigma = 0,06337 \approx \mathbf{0,063}$$

$$\text{Pire : } 90,787 - 9,53^2 = \mathbf{-0,034} < 0, \text{ impossible pour une variance !}$$

3. Système 2 : Médiane et Quartiles

Ex 14 page 239

Notes : $x_i =$	2	3	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Effectifs : $n_i =$	1	1	2	2	3	3	4	4	1	2	3	2	2	2	1	2	1

La médiane est la valeur centrale de la série statistique.
(Il y a 50% des valeurs de chaque côté de la médiane)

Rangez les 36 valeurs dans l'ordre croissant.

La médiane sera entre la 18^e et la 19^e valeur

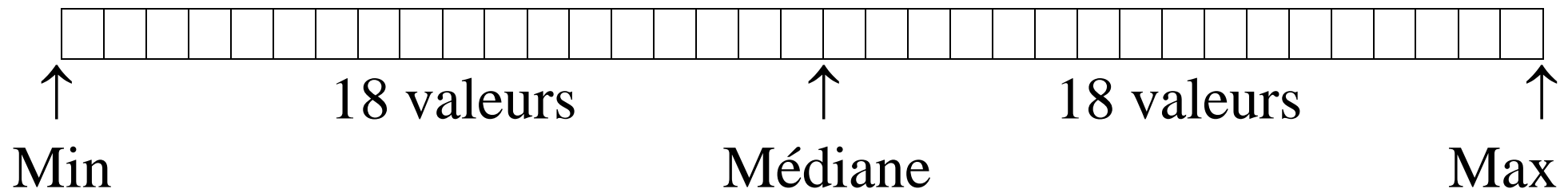
Trouver la médiane

3. Système 2 : Médiane et Quartiles

Rappels :

La médiane est la valeur centrale de la série statistique.

(Il y a 50% des valeurs de chaque côté de la médiane)



(si on tombe entre deux valeurs on en fait la moyenne)

3. Système 2 : Médiane et Quartiles

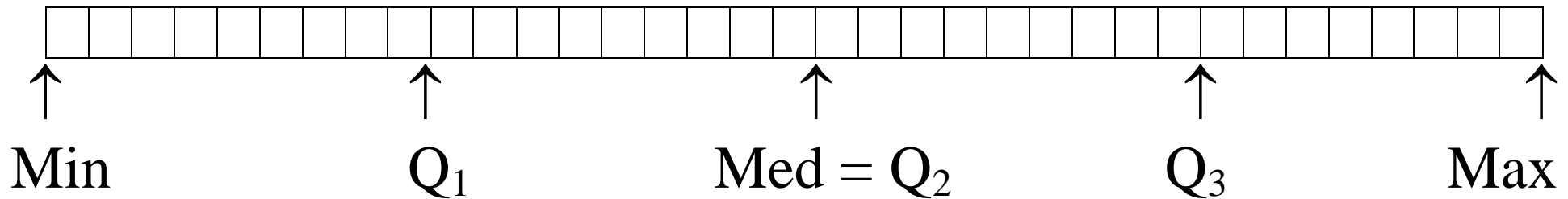
Ex 14 page 239

Notes : $x_i =$	2	3	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Effectifs : $n_i =$	1	1	2	2	3	3	4	4	1	2	3	2	2	2	1	2	1

De même les quartiles correspondent à
25% des valeurs pour le premier quartile Q_1
75% des valeurs pour le troisième quartile Q_3
(le deuxième quartile est la médiane)
Trouver Q_1 et Q_3

3. Système 2 : Médiane et Quartiles

De même les quartiles correspondent à
25% des valeurs pour le premier quartile Q_1
75% des valeurs pour le troisième quartile Q_3



$Q_1 = 7.5$; $Med = 10$; $Q_3 = 14$

3. Système 2 : Médiane et Quartiles

Ex 20 p 240

Regroupement en classes.

On dessine la courbe des Ecc
(Effectifs cumulés croissants)

Compléter le tableau
avec les Ecc

Classe d'âge	Eff n_i	Ecc nc_i
[0 ; 1[0	
[1 ; 5[3	
[5 ; 12[5	
[12 ; 20[17	
[20 ; 35[25	
[35 ; 45[21	
[45 ; 55[15	
[55 ; 65[8	
[65 ; 70[6	
Effectif Total	100	

3. Système 2 : Médiane et Quartiles

Ex 20 p 240

Regroupement en classes.

On dessine la courbe des Ecc
(Effectifs cumulés croissants)

Compléter le tableau
avec les Ecc

Classe d'âge	Eff n_i	Ecc nc_i
[0 ; 1[0	0
[1 ; 5[3	3
[5 ; 12[5	8
[12 ; 20[17	25
[20 ; 35[25	50
[35 ; 45[21	71
[45 ; 55[15	86
[55 ; 65[8	94
[65 ; 70[6	100
Effectif Total	100	

3. Système 2 : Médiane et Quartiles

Ex 20 p 240

en classes

Dans un repère, placer
les 9 points de coordonnées :
($x_1 ; nc_1$), ($x_9 ; nc_9$),
 x_i étant la borne supérieure
des classes, soit :

(1 ; 0),

(5 ; 3),

.....,

(65 ; 94)

(70 ; 100)

Classe d'âge	Eff n_i	Ecc nc_i
[0 ; 1 [0	0
[1 ; 5 [3	3
[5 ; 12 [5	8
[12 ; 20 [17	25
[20 ; 35 [25	50
[35 ; 45 [21	71
[45 ; 55 [15	86
[55 ; 65 [8	94
[65 ; 70 [6	100
Effectif Total	100	

3. Système 2 : Médiane et Quartiles

On lit :

$$Q_1 = 20$$

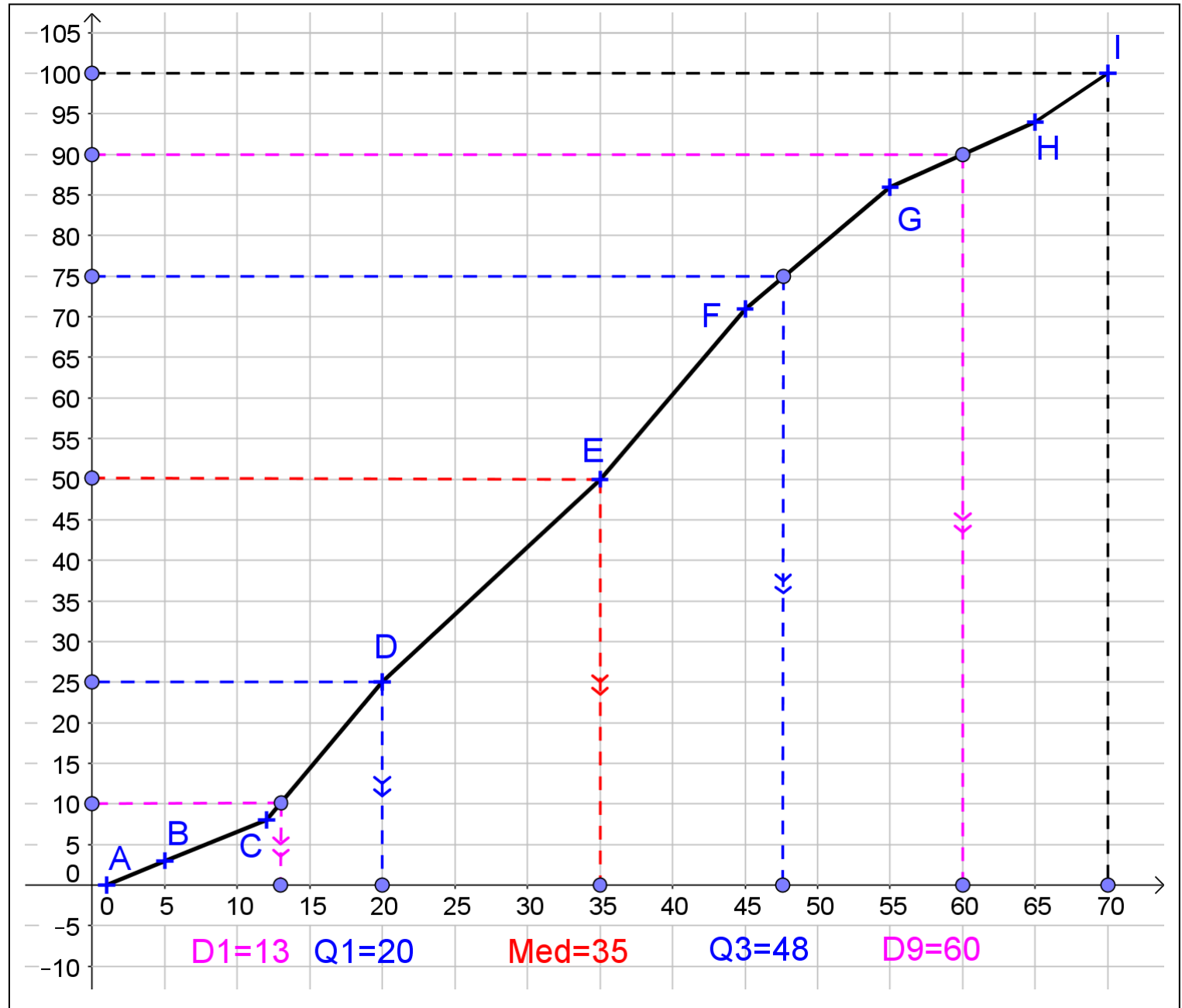
$$\text{Med} = 35$$

$$Q_3 = 48$$

et aussi :

$$D1 = 13$$

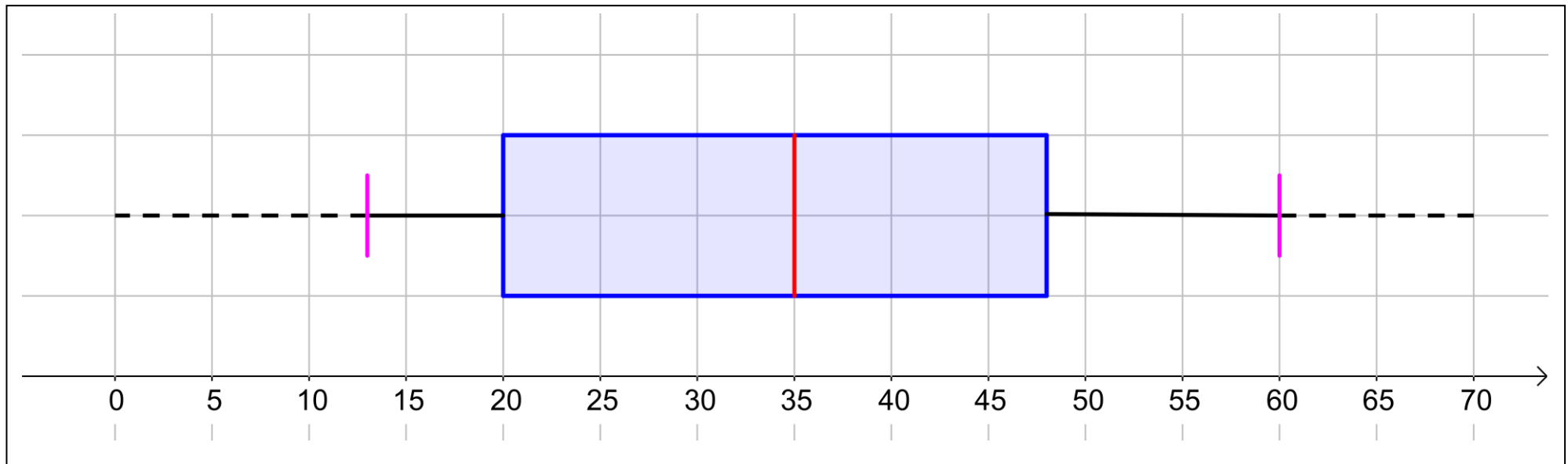
$$D9 = 60$$



3. Système 2 : Médiane et Quartiles

Boîtes à Pattes de Tukey

$\min = 0$; $D_1 = 13$; $Q_1 = 20$; $\text{Med} = 35$;
 $Q_3 = 48$; $D_9 = 60$; $\text{Max} = 70$



FIN