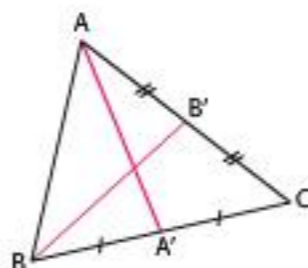


Activité 1 QU'EST-CE QU'UN ALGORITHME ?

A, B et C sont trois points non alignés. On considère la suite d'instructions :

- dessinez le triangle ABC;
- placez le milieu A' du segment [BC];
- tracez la droite (AA');
- placez le milieu B' du segment [AC];
- tracez la droite (BB');
- placez le point d'intersection des droites (AA') et (BB').



- 1 Quel est l'objectif de ce « programme de dessin » ?
- 2 Peut-on changer l'ordre des étapes ? Précisez.
- 3 Proposez un « programme de dessin » dont l'objectif est de tracer le cercle passant par les trois points A, B et C, c'est-à-dire le cercle circonscrit au triangle ABC.

Activité 2 LES ÉTAPES D'UNE RÉOLUTION

La résolution de l'inéquation $3x - 5 \geq 7$ nécessite plusieurs étapes.

$3x - 5 \geq 7$
 ↓ On ajoute 5 aux deux membres.
 $3x \geq 12$
 ↓ On divise par 3 les deux membres.
 $x \geq 4$
 ↓ On précise l'ensemble des solutions.
 $S = [4; +\infty[$

- 1 Peut-on changer l'ordre des étapes ?
- 2 a) Détaillez les étapes nécessaires à la résolution de l'équation $\frac{x-5}{3} = 3x + 1$.
 b) Auriez-vous pu choisir un ordre différent pour ces étapes ? Précisez.

Vocabulaire

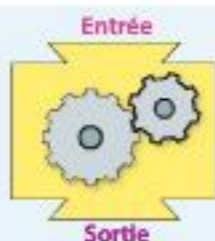
Définition. Un algorithme est une suite finie d'opérations élémentaires, à appliquer dans un ordre déterminé, à des données.

Les trois phases d'un algorithme sont :

- 1 l'entrée de données;
- 2 le traitement des données;
- 3 la sortie de résultats.

Exemple. Le fonctionnement d'un navigateur GPS utilise un processus algorithmique :

- en entrée, il reçoit un point d'origine et un point d'arrivée;
- le traitement des données est réalisé par une succession programmée d'instructions;
- en sortie, il transmet le parcours à effectuer pour relier les deux points donnés.



Un peu d'histoire. Le mot algorithme vient du nom du mathématicien persan al-Khūwārizmī (début du IX^e siècle). En effet, il exposa les premières méthodes de base de la résolution pas à pas des équations.

Cependant, les algorithmes sont plus anciens. Déjà en 1 800 avant J.-C., les Mésopotamiens calculaient des valeurs approchées des racines carrées à l'aide d'algorithmes.



Exercices

1 A faire « fonctionner » ...

Choisir un nombre x .
 Le multiplier par 2.
 Ajouter 3 au résultat.
 Élever le résultat au carré.

- Appliquez ce programme de calcul, en donnant à x les valeurs $5; -1; \frac{1}{2}; 100$.
- Pouvez-vous choisir un nombre qui donne en sortie $0; 9; 100; -9$?
- Donnez l'expression de la fonction correspondant à ce programme de calcul.

2 Un peu de mémoire

Choisir un nombre.
 Lui soustraire 2.
 Garder en mémoire le résultat.
 Reprendre le nombre de départ.
 L'élever au carré.
 Ajouter 1 au résultat.
 Diviser par le nombre placé en mémoire.

- Appliquez ce programme de calcul, en donnant à x les valeurs $8; 1; 0; 2$.
- Donnez l'expression de la fonction correspondant à ce programme de calcul.

3 Des nombres et des points

Dans un repère $(O; I, J)$, les points A, B et C ont pour coordonnées respectives $(x_A; y_A)$, $(x_B; y_B)$ et $(x_C; y_C)$. On s'intéresse à l'algorithme suivant.

Entrée des données
 Les nombres $x_A, y_A, x_B, y_B, x_C, y_C$

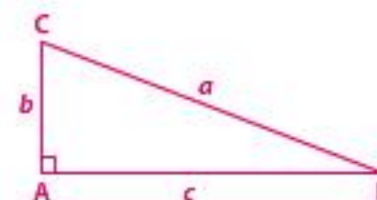
Traitement des données
 x_A reçoit $\frac{x_B + x_C}{2}$
 y_A reçoit $\frac{y_B + y_C}{2}$
 x_B reçoit $2x_A - x_A$
 y_B reçoit $2y_A - y_A$

Sortie des résultats
 Affichage de x_A et y_A

1. Choisissez les nombres x_A, y_A, x_B, y_B, x_C et y_C puis placez les points A, B et C dans un repère.
2. Appliquez alors cet algorithme aux nombres choisis et placez le point D de coordonnées $(x_D; y_D)$.
3. Précisez l'objectif de cet algorithme. Justifiez.

4 Calcul de l'hypoténuse

ABC est un triangle rectangle en A. On note a, b et c les mesures des cotés opposés aux sommets, comme indiqué ci-dessous.



Écrivez en langage naturel, la suite d'instructions qui permet d'obtenir le nombre a connaissant les nombres b et c .

5 Des chemins différents

Les deux algorithmes ci-dessous ont été écrits par Clovis et Darius.

Clovis

Entrée des données
 Le nombre x

Traitement des données
 a reçoit $x + 3$
 a reçoit a^2
 a reçoit $a - 1$

Sortie
 Affichage du nombre a

Darius

Entrée des données
 Le nombre x

Traitement des données
 a reçoit $x + 6$
 a reçoit $a \times x$
 a reçoit $a + 8$

Sortie
 Affichage du nombre a

1. a) Complétez le tableau suivant.

Entrée	Sortie	
	Clovis	Darius
2		
-5		
1/2		

- Que pouvez-vous conjecturer ? Démontrez-le.
- a) Clovis et Darius ont obtenu les nombres $0, -1$ et 8 en sortie. Pouvez-vous retrouver les nombres x qu'ils ont utilisés ?
 b) Peuvent-ils obtenir en sortie le nombre -2 ?

Activité 1 RESPECTER LES CONSIGNES

On considère le programme de calcul ci-contre.

Enzo et Valentin avaient pour objectif de transcrire sur leurs calculatrices l'algorithme ci-contre, dans lequel les nombres A et B sont compris entre 0 et 9.

Voici le programme d'Enzo sur sa Casio :

```

=====PROG1=====
"R="?>A:"B="?>B#
B<-C#
A<-B#
C<-A#
10*A+B<-C#
|F0|BTM|ERR|MS|IN|ON|
    
```

Valentin, sur sa TI, a inversé deux instructions :

```

PROGRAM:PROG1
:Prompt A,B
:A<-B
:B<-C
:C<-A
:10*A+B<-C
:Disp C
    
```

```

Entrée des données
Les nombres A et B

Traitement des données
C reçoit B
B reçoit A
A reçoit C
C reçoit 10A + B

Sortie
Affichage du nombre C
    
```

A	B	C
1	2	

Utilisez votre calculatrice ou le tableau ci-contre pour répondre aux questions suivantes.

- Qu'obtiennent-ils après avoir saisi dans l'ordre les nombres 1 et 2 ?
- Essayez avec d'autres couples. Qu'est-ce qui caractérise le programme d'Enzo ? celui de Valentin ?
- Combien de variables ont été utilisées par chaque programme ?
 - Précisez pour chacune d'elles si son contenu a été :
 - initialement obtenu par saisie ;
 - affecté par une instruction du programme.

Vocabulaire

- Dans tout algorithme, on commence par l'entrée des données nécessaires au traitement. Chacune de ces données est stockée dans la mémoire de la calculatrice ou de l'ordinateur à un emplacement nommé **variable** et repérée par un nom.
 - Dans le déroulement de l'algorithme, il s'avère souvent nécessaire d'utiliser de nouvelles variables : pour des calculs intermédiaires, pour fournir les données en sortie, etc.
- Les variables peuvent contenir des nombres, mais aussi des listes, des chaînes de caractères (notamment pour l'affichage de messages), ...
- En résumé, les instructions de base que l'on peut pratiquer avec une variable sont :
 - la **saisie** : on demande à l'utilisateur de donner une valeur à la variable ;
 - l'**affectation** : on donne à la variable le résultat d'un calcul, d'une suite d'instructions ;
 - l'**affichage** : on affiche le contenu de la variable.

Exemple. Dans l'activité, nous avons utilisé trois variables. Pour A et B, nous avons saisi le premier contenu. La variable C a été utilisée au cours du traitement ; elle a été affectée du contenu de B, puis du résultat d'un calcul par l'instruction : C reçoit 10A + B. Enfin, son contenu a été affiché.

Exercices

6 On considère l'algorithme ci-dessous.

```

Lire x
Lire y
a reçoit x + y
b reçoit x - y
c reçoit a x b
Afficher c
    
```

- Identifiez les parties « Entrée », « Traitement » et « Sortie » de cet algorithme.
- Identifiez les différentes variables utilisées et leurs utilisations (Saisie - Affectation - Affichage).
- Pouvait-on faire l'économie de variables ?

7 On considère le programme de calcul suivant.

```

Choisir un premier nombre
L'élever au carré
Choisir un second nombre
L'élever au carré
Faire la somme des carrés
Afficher cette somme
    
```

- Identifiez et nommez les variables à utiliser.
- Trouvez des couples de nombres dont la donnée permet d'obtenir à l'affichage le nombre 1.
 - Associez à chaque couple trouvé précédemment un point dans un repère orthonormé. Que pouvez-vous conjecturer ?

8 Autour d'un rectangle

Écrivez un programme de calcul qui donne en sortie le périmètre et l'aire d'un rectangle après avoir demandé sa longueur et sa largeur.

9 Une bonne résolution ...

- Proposez un programme de calcul ayant pour objectif la résolution de l'équation $\frac{3}{x+5} = 5$.
- Le but de cette question est de construire un algorithme permettant de résoudre les équations de type $\frac{a}{x+b} = c$ (E), avec $a \neq 0$ et $c \neq 0$.
 - Identifiez les variables à utiliser.
 - Vérifiez que le nombre $\frac{a}{c} - b$ est l'unique solution de l'équation (E).
 - Écrivez un algorithme répondant au problème et testez-le avec $a = 3$, $b = 1$, $c = 5$.
 - Programmez-le sur votre calculatrice pour vérifier son fonctionnement.

10 Un problème de facturation

L'algorithme suivant a pour objectif de déterminer les prix hors taxe (PHT) et toutes taxes comprises (PTTC)

qui doivent apparaître sur la facture pour un achat de n objets identiques de prix unitaire hors taxe P.

La taxe appliquée ici est de 19,6%.

- Précisez les variables utilisées.
- Complétez les instructions relatives aux calculs de prix.

```

DEBUT_ALGORITHME
- AFFICHER "Prix de l'article ?"
- LIRE P
- AFFICHER "Nombre d'articles ?"
- LIRE n
- PHT PREND_LA_VALEUR .....
- PTTC PREND_LA_VALEUR .....
- AFFICHER "Prix HT en € : "
- AFFICHER PHT
- AFFICHER "Prix TTC en € : "
- AFFICHER PTTC
FIN_ALGORITHME
    
```

11 Le point commun

a , b , c et d sont quatre nombres réels. Les droites D_1 et D_2 ont pour équations respectives $y = ax + b$ et $y = cx + d$. On suppose $a \neq c$. On considère alors l'algorithme suivant (écrit avec Algobox).

```

DEBUT_ALGORITHME
- LIRE a
- LIRE b
- LIRE c
- LIRE d
- x PREND_LA_VALEUR (d-b)/(a-c)
- y PREND_LA_VALEUR a*x+b
- AFFICHER x
- AFFICHER " ; "
- AFFICHER y
FIN_ALGORITHME
    
```

- Quel est l'objectif de cet algorithme ?
- Pourquoi suppose-t-on $a \neq c$? Que se passe-t-il si l'utilisateur attribue la même valeur à a et c ?
- Faites l'inventaire des variables utilisées.
- Programmez votre calculatrice et vérifiez alors le bon fonctionnement en choisissant judicieusement les valeurs à saisir.

12 Une équation de droite

$A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ sont deux points d'abscisses distinctes dans un repère donné. Écrivez un algorithme qui permet d'obtenir l'équation réduite $y = mx + p$ de la droite (AB).

THÈME 3. L'instruction conditionnelle

Activité 1 CHOISIR LA BONNE ÉQUATION

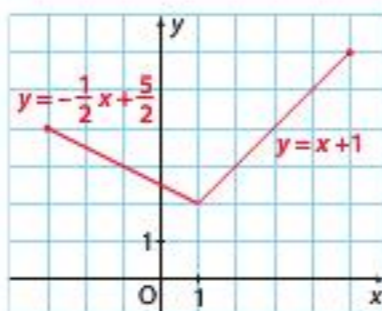
On considère la fonction f définie sur l'intervalle $I = [-3; 5]$, dont la représentation graphique est donnée ci-contre.

1 a) On choisit un nombre x . À quelle condition utilise-t-on la formule $x + 1$ pour calculer l'image de x ?

Et la formule $-\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$?

b) À quelle condition le calcul n'est-il pas possible?

2 Traduisez en langage naturel une méthode de calcul de l'image d'un nombre x par la fonction f .



Activité 2 RECTANGLE OU PAS ?

On envisage de créer un algorithme permettant de vérifier qu'un triangle est rectangle ou non, en utilisant les mesures a, b et c de ses côtés (c étant supérieur à a et b).

1 Après avoir saisi a, b et c , que souhaitez-vous à l'affichage en sortie?

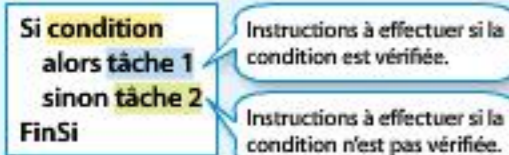
2 Proposez un traitement des données approprié.

Vocabulaire

La résolution de certains problèmes conduit parfois à une situation dans laquelle la décision prise est soumise à **condition** :

- si la condition est vérifiée, on effectue une tâche précise,
- si elle n'est pas vérifiée, on effectue une autre tâche.

Cela se traduit dans un algorithme par le schéma ci-dessous :



Instructions pour la calculatrice

Langage Casio	Langage T.I.
If	:If
Then	:Then
Else	:Else
IfEnd	:End

Le « sinon » n'est pas systématique. Sans cette instruction, si la condition n'est pas vérifiée, la tâche n'est pas effectuée et l'algorithme passe à l'instruction suivante.

Exemple. Écrire un algorithme qui précise l'appartenance (ou non) d'un point, choisi par l'utilisateur, à la parabole d'équation $y = x^2 - 5x + 6$.

Protocole	Algorithme	Avec Algobox
<ul style="list-style-type: none"> On utilise trois variables : x et y, coordonnées du point choisi et fx, ordonnée du point d'abscisse x de la parabole. On teste l'appartenance du point à la parabole : si y est égal à fx, alors le point appartient à la parabole, sinon il n'appartient pas. 	<p>Variables x, y, fx du type nombre</p> <p>Entrée Saisir x Saisir y fx reçoit $x^2 - 5x + 6$</p> <p>Traitement $Si y = fx$ Alors afficher « Le point appartient à la courbe. » Sinon afficher « Le point n'appartient pas à la courbe. »</p> <p>FinSi</p>	<pre> VARIABLES x EST DU TYPE NOMBRE y EST DU TYPE NOMBRE fx EST DU TYPE NOMBRE DEBUT_ALGORITHME AFFICHER "Saisir abscisse" LIRE x AFFICHER "Saisir ordonnée" LIRE y fx PREND LA VALEUR DE x^2 - 5x + 6 Si (y=fx) ALORS DEBUT_SI AFFICHER "Le point appartient à la courbe" FIN_SI SINON DEBUT_SINON AFFICHER "Le point n'appartient pas à la courbe" FIN_SINON FIN_ALGORITHME </pre>

Exercices

13 Sécantes ou parallèles ?

a, b, c et d sont quatre nombres réels.

Les droites D_1 et D_2 ont pour équations respectives $y = ax + b$ et $y = cx + d$.

Écrivez un algorithme précisant la position relative des deux droites.

14 A la piscine

Lucie a pris pour l'année un abonnement à la piscine lui donnant droit à 25 entrées. Son abonnement coûte 30 € et chaque entrée supplémentaire 1,50 €.

Écrivez un algorithme lui permettant de calculer sa dépense annuelle en fonction du nombre d'entrées.

15 Les résultats de l'examen

Le tableau suivant indique la situation d'un candidat à l'issue des épreuves d'un examen.

Moyenne M (sur 20)	Résultat
$M < 8$	Refusé
$8 \leq M < 10$	Oral de rattrapage
$10 \leq M$	Admis

Écrivez un algorithme permettant d'afficher le résultat correspondant à une moyenne donnée.

16 La taxe sur les émissions de CO₂

Lors de l'achat d'un véhicule d'occasion, le propriétaire doit acquitter une taxe suivant la quantité de CO₂ émise par km.

Émission CO ₂ (g/km)	Taxe (€) / gramme de CO ₂
≤ 200	0
de 200 à 250	2 €
> 250	4 €

Écrivez un algorithme permettant de calculer la taxe à acquitter suivant la quantité de CO₂ par km émise.

17 Quel est l'objectif de l'algorithme ci-dessous, écrit avec Algobox ?

Remarque. `floor(10nrandom())` donne, au hasard, un nombre entier compris entre 0 et 9.

```

VARIABLES
A EST DU TYPE NOMBRE
B EST DU TYPE NOMBRE
DEBUT_ALGORITHME
A PREND LA VALEUR floor(10*random()) + 1
AFFICHER "Choisissez un nombre entre 1 et 10"
LIRE B
Si (B=A) ALORS
DEBUT_SI
AFFICHER "Gagné"
FIN_SI
SINON
DEBUT_SINON
AFFICHER "Perdu"
FIN_SINON
FIN_ALGORITHME
    
```

18 Colinéaires ou pas ?

a) Complétez l'algorithme suivant qui a pour objectif de déterminer la colinéarité (ou non) de deux vecteurs

\vec{u} et \vec{v} , non nuls, définis par leurs coordonnées dans un repère.

Rappel

Dire que \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires équivaut à dire qu'il existe un nombre k tel que $\vec{v} = k\vec{u}$ ou encore que leurs coordonnées sont proportionnelles.

Entrée des données

Les nombres x_u, y_u, x_v, y_v

Traitement des données et affichage

A reçoit $x_u \times y_v - x_v \times y_u$

Si ..

Alors..

Sinon..

FinSi

b) Complétez l'algorithme afin qu'il affiche, dans le cas de la colinéarité de \vec{u} et \vec{v} , le réel k tel que $\vec{v} = k\vec{u}$.

Remarque. \vec{u} est non nul, si $x_u \neq 0$ alors $k = \frac{x_v}{x_u}$, sinon $k = \frac{y_v}{y_u}$.

19 Pile ou Face

L'algorithme suivant (programmé sur calculatrice) est consacré au jeu de Pile ou Face.

```

• Casio
=====PILEFACE=====
"PILE(0) ou Face (1)?"
":?>A#
Int (2*Rand# )>B#
If B=A#
Then "Gagné!"#
Else "Perdu..."#
IfEnd#
    
```

L'instruction `Ran#` génère un nombre aléatoire appartenant à l'intervalle $[0; 1[$ et `Int(x)` donne la partie entière de x , c'est-à-dire le nombre entier n tel que $n \leq x < n + 1$, donc, ici, 0 ou 1.

```

• T.I.
:Disp "PILE(0)FACE(1)?"
:Promt A
:entAléat(0,1)>B
:If A=B
:Then
:Disp "GAGNE"
:Else
:Disp "PERDU"
:End
    
```

L'instruction `entAléat(n,p)` – ou `randInt(n,p)` – génère un nombre aléatoire entier compris entre n et p .

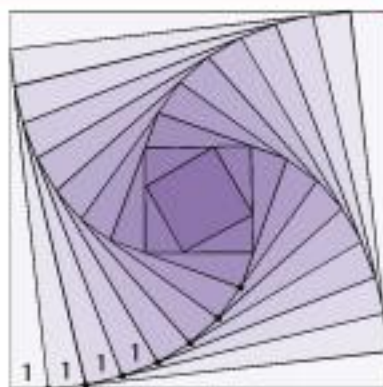
- Que doit saisir le joueur ?
- Ajoutez une instruction pour que le joueur soit informé du tirage simulé par la calculatrice ?

THÈME 4. La boucle itérative

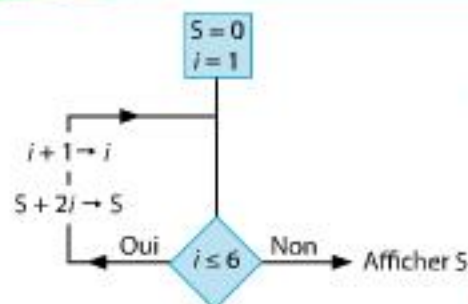
Activité 1 DES CARRÉS IMBRIQUÉS

On envisage de décrire la figure ci-contre construite à partir du grand carré dont le côté mesure 10 cm. Tous les reports mesurent 1 cm.

- 1 Décrivez la séquence nécessaire à la construction de l'un de ces carrés.
- 2 Combien de fois a-t-on répété cette séquence ?



Activité 2 COMBIEN DE «TOURS» ?



Dans cet organigramme, les variables S et i sont affectées au départ, respectivement par les valeurs 0 et 1.

- a) Précisez le rôle de la variable i et le nombre de fois où le test ($i \leq 6$) est réalisé.
- b) Qu'obtient-on finalement à l'affichage ?

Vocabulaire

Dans l'exécution d'un programme, on est parfois amené à réaliser plusieurs fois de suite la même tâche.

En algorithmique, on dit qu'on exécute plusieurs fois la même boucle et on utilise les instructions suivantes :

Pour i de 1 jusque N
faire tâche
FinPour

Instructions calculatrice

Langage Casio Langage T.I.

For 1→I To N Next I	:For(I,1,N) :..... :End
---------------------------------	-------------------------------

Avec cette instruction, on répète donc un nombre (fixé) de fois la même tâche. Ici, de 1 à N , soit N fois. La variable i est un compteur. Si le pas n'est pas précisé (step), elle augmente de 1 à chaque «tour». Pour préciser, par exemple, un pas de 2 (i augmente de 2 à chaque tour), on note : pour Casio : For 1 → To N Step 2 et pour T.I. : For(I, 1, N, 2).

Exemple. Écrire un algorithme qui permet de calculer la somme des N premiers nombres entiers naturels non nuls.

Protocole	Algorithme	Avec sa calculatrice
<ul style="list-style-type: none"> Les variables sont : - N : le nombre de termes de la somme ; - S : la somme ; - i : le compteur. On choisit le nombre N d'entiers à ajouter : $1 + 2 + 3 + \dots + N$ (en fait N est le dernier de la somme). On « initialise » la variable S à 0. À chaque tour, on ajoute à S le nombre contenu dans le compteur i, puis on affecte cette somme à S. On affiche la dernière valeur de S. 	<p>Variables N, S, i</p> <p>Entrée Saisir N. S reçoit 0.</p> <p>Traitement Pour i de 1 jusque N faire S reçoit $S+i$</p> <p>FinPour</p> <p>Sortie Afficher S</p>	<p>Avec une Casio</p> <pre> PROGRAM: SOMME N=10 S=0 For 1→I To N S+I→S Next I Disp S </pre> <p>Avec une TI</p> <pre> PROGRAM: SOMME :PRGMPT N :0→S :For(I,1,N) : S+I→S :End :Disp "S=",S </pre>

Exercices

20 Choisir le nombre de termes

<p>Casio</p> <pre> N=10 0→S For 1→I To N S+3×I→S Next I S </pre>	<p>T.I.</p> <pre> :Prmpt N :0→S :For(I,1,N) : S+3×I→S :End :Disp S </pre>
---	--

- a) Traduisez le programme ci-dessus en langage courant.
- b) Que permet-il de calculer ?
- c) Qu'obtient-on à l'affichage pour $N = 8$?

21 Une suite «logique» (1)

Écrivez un algorithme qui donne en sortie l'affichage des quinze premiers nombres de la suite «logique» :

1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128...

22 Une suite «logique» (2)

Écrivez un algorithme qui donne en sortie l'affichage du vingtième nombre de la suite «logique» :

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55...

23 La table d'addition

Complétez l'algorithme suivant dont l'objectif est d'afficher la table d'addition de (0 à 9) d'un nombre entier N saisi par l'utilisateur.

```

Variables
N, i, S
Algorithme
Afficher «Choisissez un entier N»
Saisir N
Pour i de 0 à ...
S reçoit ...
Afficher «+» «=» ...
FinPour
                    
```

24 La table de multiplication

Écrivez un algorithme donnant la table de multiplication par 3 (de 1×3 à 10×3).

25 Les économies

Mara ouvre un livret d'épargne. Elle envisage de placer chaque année, au 1^{er} janvier, la même somme de 300 €. Chaque année les intérêts de 2% s'ajoutent, à cette même date, à son capital.

a) Complétez le tableau suivant traduisant le capital acquis au cours des années, à la date du 2 janvier.

Année 0	Année 1	Année 2	Année 3
300 €	606 €		

b) Justifiez que si C est le capital de l'année n , celui de l'année $n+1$ est alors $C \times 1,02 + 300$.

c) Écrivez un algorithme lui permettant de calculer le capital acquis au bout de 10 ans, à la date du 2 janvier.

26 a) Précisez ce que l'on obtient en exécutant l'algorithme suivant.

```

Variables
a, b, i, y
Algorithme
Saisir a, b
Pour i de 0 à 10
y reçoit a × i + b
Dessiner le point de coordonnées (i, y)
FinPour
                    
```

b) Le fait d'inverser l'ordre des deux dernières instructions modifie-t-il le résultat ?

27 Représenter point par point

On souhaite représenter point par point, la fonction f définie par $f(x) = x^2 - x + 5$ sur un intervalle $[a; b]$.

Pour cela, on partage le segment $[a; b]$ en N segments de même longueur $p = \frac{b-a}{N}$.

On obtient ainsi $N + 1$ nombres régulièrement répartis de a à b :

$$a < a+p < a+2p < \dots < a+(N-1)p < b.$$

En vous inspirant de l'exercice précédent, écrivez un algorithme dont l'objectif est de représenter les points de la courbe représentative de f ayant pour abscisses les $(N + 1)$ nombres déterminés plus haut.

28 Avec une pièce

Une expérience consiste à lancer 10 fois de suite une pièce équilibrée et à dénombrer les sorties Pile ou Face. On se propose de simuler N fois cette expérience (de 10 lancers). Pile est associé à 0 et Face à 1.

a) Analysez l'algorithme suivant et précisez ce qu'il affiche en sortie.

b) Répondez à la même question après avoir remplacé « Si $S = 5$ » par « Si $S \leq 3$ ».

```

Variables
c, N, i, k, r, S
Algorithme
Afficher «Nombre d'expériences?»
Saisir N
c reçoit 0
Pour i de 1 à N
S reçoit 0
Pour k de 1 à 10
r reçoit 0 ou 1 au hasard
S reçoit S + r
FinPour
Si S = 5 alors c reçoit c + 1
FinSi
FinPour
Afficher c/N
                    
```

THÈME 5. La boucle conditionnelle

Activité COMBIEN DE TEMPS ?

On revient à la situation de Mara évoquée dans l'exercice 25 page 17. Elle place 300 € le 1^{er} janvier de chaque année et les intérêts acquis pendant l'année précédente (taux de 2% par an) s'ajoutent à cette même date au capital. On rappelle que si C est le capital de l'année n, celui de l'année n + 1 est alors $C \times 1,02 + 300$. Elle souhaite savoir combien de temps elle doit épargner de cette manière afin d'obtenir un capital d'au moins 5 000 €.

1 Aidez-la à résoudre son problème en complétant un tableau semblable à celui-ci :

Année 0	Année 1	Année 2	Année 3
300 €	606 €

- 2 Le caractère répétitif des calculs nous invite à utiliser un tableur ou à écrire un programme.
- Dans un programme, l'usage d'une boucle vous paraît-il adapté ?
 - Pouvez-vous prévoir le nombre de fois que vous devrez utiliser cette boucle ?
 - Le nombre d'utilisations de cette boucle a-t-il un rapport avec la question que se pose Mara ?

Vocabulaire

- Dans l'exécution d'un programme, on est parfois amené à réaliser plusieurs fois de suite la même tâche, sans savoir *a priori* combien de fois on doit l'exécuter. On répète les mêmes instructions tant qu'une condition est remplie.
- On utilise alors une **boucle conditionnelle** : le passage par cette boucle s'arrête quand la condition n'est plus remplie. On utilise pour cela les instructions suivantes :

Tant que condition faire tâche
FinTant

Instructions calculatrice

Langage Casio Langage T.I.

While ↵	:While
.....	:
WhileEnd↵	:End

Exemple. Écrire un algorithme qui permet de calculer le nombre d'années nécessaires à Mara (voir l'activité) pour obtenir un capital d'au moins 5 000 €.

Protocole	Algorithme	Avec Algobox
<ul style="list-style-type: none"> On utilise deux variables : C le capital acquis et l'année n. On affecte 300 à la variable C, valeur initiale du capital, et 0 à la variable n. On calcule le capital obtenu un an plus tard et on incrémente le compteur n. On affiche le résultat. 	<p>Variables C et n du type nombre</p> <p>Traitement Tant que $C \leq 5\,000$, C reçoit $1,02 \times C + 300$ n reçoit $n + 1$</p> <p>Sortie Afficher : « Dans n années, le capital sera de C euros. »</p>	<pre> VARIABLES - C EST_DU_TYPE NOMBRE - n EST_DU_TYPE NOMBRE DEBUT_ALGORITHME - C PREND_LA_VALEUR 300 - n PREND_LA_VALEUR 0 TANT_QUE (C <= 5000) FAIRE - DEBUT_TANT_QUE - C PREND_LA_VALEUR 1,02 * C + 300 - n PREND_LA_VALEUR n + 1 - FIN_TANT_QUE - AFFICHER "Dans " - AFFICHER n - AFFICHER " années, le capital sera de " - AFFICHER C - AFFICHER " euros" FIN_ALGORITHME </pre>

Exercices

29 On considère la suite « logique » des nombres suivants : 10, 17, 24, 31, ..., 80, ...

- Comment passe-t-on d'un nombre au suivant ?
- Écrivez un algorithme qui affiche les nombres inférieurs à 300 de cette suite.

30 La partie « entière »

Écrivez un algorithme qui permet de répondre à la question suivante : étant donné un nombre positif x, quel est le plus grand entier inférieur ou égal à x ?

Exemple

3 est le plus grand entier inférieur ou égal à π. Ce nombre est appelé partie entière de x.

Les calculatrices contiennent un tel programme : la fonction Int pour Casio, et int pour T.I., de *integer*, nombre entier, en anglais.

31 Une opération « euclidienne »

On considère l'algorithme suivant, dans lequel les nombres a et b sont des entiers naturels (b ≠ 0).

```

VARIABLES
- a EST_DU_TYPE NOMBRE
- b EST_DU_TYPE NOMBRE
- q EST_DU_TYPE NOMBRE
- r EST_DU_TYPE NOMBRE
DEBUT_ALGORITHME
- LIRE a
- LIRE b
- q PREND_LA_VALEUR 0
TANT_QUE (a - b * (q + 1) >= 0) FAIRE
- DEBUT_TANT_QUE
- q PREND_LA_VALEUR q + 1
- FIN_TANT_QUE
- r PREND_LA_VALEUR a - b * q
- AFFICHER a
- AFFICHER " = "
- AFFICHER b
- AFFICHER "*"
- AFFICHER q
- AFFICHER " + "
- AFFICHER r
FIN_ALGORITHME
                    
```

- Testez cet algorithme pour a = 28 et b = 5, puis pour des valeurs de votre choix.
- Que se passe-t-il lorsque a < b ? Lorsque a = b ?
- Quel est l'objectif de cet algorithme ?

32 Conjecture de Syracuse

a) Choisissez un nombre N entier naturel. S'il est pair, divisez-le par 2. S'il est impair, multipliez-le par 3 et ajoutez 1 au résultat. Si le nombre obtenu est différent de 1, recommencez la procédure avec ce nouveau nombre.

Exemple. Si N = 17, on obtient les nombres : 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1.

b) Vous êtes très certainement arrivé à obtenir 1, car il a été prouvé que l'on finit par obtenir le nombre 1 pour tous les nombres N jusqu'à $3,2 \times 10^{16}$... Écrivez un algorithme indiquant, pour un nombre N choisi, le nombre de fois où la procédure a été effectuée pour obtenir le nombre 1.

33 Un classique

Le but est de trouver, avec au plus cinq propositions, un nombre entier compris entre 1 et 100. On considère l'algorithme ci-dessous, dans lequel l'instruction a != N signifie « a différent de N ».

```

VARIABLES
- a EST_DU_TYPE NOMBRE
- c EST_DU_TYPE NOMBRE
- N EST_DU_TYPE NOMBRE
DEBUT_ALGORITHME
- c PREND_LA_VALEUR 1
- N PREND_LA_VALEUR floor(100 * random()) + 1
TANT_QUE (a != N et c <= 5) FAIRE
- DEBUT_TANT_QUE
- AFFICHER "Choisir un nombre entre 1 et 100"
- LIRE a
- AFFICHER a
- SI (a < N) ALORS
- DEBUT_SI
- AFFICHER "Trop petit"
- FIN_SI
- SI (a > N) ALORS
- DEBUT_SI
- AFFICHER "Trop grand"
- FIN_SI
- SI (a == N) ALORS
- DEBUT_SI
- AFFICHER "Gagné ! "
- FIN_SI
- c PREND_LA_VALEUR c + 1
- FIN_TANT_QUE
- AFFICHER "Le nombre caché était : "
- AFFICHER N
FIN_ALGORITHME
                    
```

- Comment modifier l'algorithme pour que le joueur ait au plus 6 coups à jouer ?
- Comment modifier l'algorithme pour que son objectif soit de trouver un nombre entier compris entre 1 et 10 en, au plus, trois coups ?

34 Un lancer de dé

On lance un dé cubique parfait jusqu'à l'obtention d'un 6.

- On suppose que l'on finit par obtenir un 6... Le nombre de lancers nécessaires est donc un entier non nul. Peut-on être plus précis ?
- On fixe une condition supplémentaire : le nombre de lancers ne peut excéder 10.

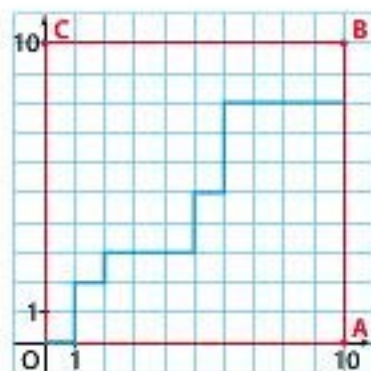
On envisage de simuler cette expérience à l'aide de la calculatrice programmable ou d'un logiciel.
Écrivez un algorithme indiquant :
– l'échec si aucun lancer n'a fait apparaître un 6 ;
– le nombre de coup(s) nécessaire(s) pour obtenir un 6.

Aide

Pour générer un nombre entier au hasard entre 1 et 6 :
– avec Casio : $\text{Int}(6 \times \text{Ran}\#) + 1$
– avec T.I. : $\text{entAléat}(1,6)$
– avec Algobox : $\text{floor}(6 \times \text{random}()) + 1$

35 Des chemins aléatoires

On considère, dans un repère orthonormé d'origine O, le carré OABC dont les sommets A, B et C ont pour coordonnées : A(10; 0), B(10; 10) et C(0; 10).
On définit un chemin dans ce carré de la manière suivante :
– le chemin commence au point O ;
– les déplacements successifs, de longueur 1, ne se font que sur les mailles du quadrillage 10 × 10 du carré. Ils ne peuvent se faire que vers la droite ou vers le haut ;
– le chemin se termine sur le pourtour du carré, c'est-à-dire sur l'un des côtés [AB] ou [BC].



1. a) Justifier que la longueur ℓ d'un chemin ainsi défini est telle que $10 \leq \ell \leq 20$.
b) Quel est le lien entre la longueur ℓ du chemin et les coordonnées du point d'arrivée ?
2. L'algorithme suivant, écrit avec Algobox, a pour but la construction aléatoire d'un tel chemin et du calcul de sa longueur.
La direction à prendre est fixée par la donnée d'un nombre au hasard par le logiciel : `random()` renvoie un nombre de l'intervalle $[0; 1[$.
a) Repérez dans l'algorithme la direction prise suivant la valeur obtenue au hasard.
b) Complétez alors l'algorithme.

```

VARIABLES
- x EST_DU_TYPE NOMBRE
- y EST_DU_TYPE NOMBRE
- a EST_DU_TYPE NOMBRE
- longueur EST_DU_TYPE NOMBRE
DEBUT_ALGORITHME
- x PREND_LA_VALEUR 0
- y PREND_LA_VALEUR 0
- longueur PREND_LA_VALEUR 0
- TRACER_SEGMENT (0,0)->(10,0)
- TRACER_SEGMENT (10,0)->(10,10)
- TRACER_SEGMENT (10,10)->(0,10)
- TRACER_SEGMENT (0,10)->(0,0)
- TANT_QUE (x<10 ET y<10) FAIRE
  - DEBUT_TANT_QUE
  - a PREND_LA_VALEUR random()
  - SI (a<0.5) ALORS
    - DEBUT_SI
    - x PREND_LA_VALEUR x+1
    - TRACER_SEGMENT (x-1,y)->(x,y)
    - FIN_SI
  - SINON
    - DEBUT_SINON
    - y PREND_LA_VALEUR .....
    - TRACER_SEGMENT .....
    - FIN_SINON
  - longueur PREND_LA_VALEUR .....
  - FIN_TANT_QUE
- AFFICHER "La longueur du chemin est : "
- AFFICHER longueur
FIN_ALGORITHME
  
```

Algorithme lancé
La longueur du chemin est : 19
Algorithme terminé

3. a) Compte tenu de la remarque faite à la question 1.b), proposez une autre façon de calculer la longueur du chemin.
b) À quel endroit de l'algorithme devez-vous placer l'instruction concernant ce nouveau mode de calcul ?
4. Comment compléter cet algorithme afin qu'il indique aussi l'aire de la partie du carré située en dessous du chemin ?

Aide

Cette partie peut être considérée comme un « entassement » de rangées horizontales...