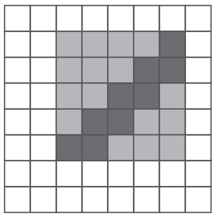
1. Réponse **A.** Les nombres à multiplier sont $2006-n$ et $2006+n$. $(2006-n)(2006+n)=2006-n^2$, donc ce produit est inférieur à 2006^2.

2. Réponse **B.** Pour qu'un produit se termine par un zéro il faut qu'un de ses facteurs soit un multiple de 10 ou que ce soit le produit d'un nombre pair par un multiple de 5. Parmi les nombres premiers, seuls 2 et 5 répondent à cette condition. Donc ce produit se terminera par un seul zéro.

3. Réponse **E.** On peut augmenter l'aire de la surface colorée en gris par des carrés qui sont colorés en gris clair sans augmenter le périmètre de la surface proposée. Mais au delà le périmètre augmente de 2 au minimum. Donc on ne pourra colorier, au maximum, que les 16 carrés gris clair de la figure .



4. Réponse **B.** Sur les 37 nombres de la roulette seuls 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29 et 31 sont des nombres premiers.
Puisque la roulette n'est pas truquée, la probabilité qu'elle s'arrête sur un nombre premier est donc $\frac{11}{37}$.

5. Réponse **C.** Il faudra vérifier la carte marquée E pour savoir s'il y a un nombre pair à son revers et la carte marquée 7 pour savoir s'il y a bien une consonne à son revers. La carte marquée K n'a aucune importance puisque Pierre ne dit rien sur les cartes ayant une consonne pour lettre et celle marquée 4 non plus car si son revers est une voyelle ou une consonne, cela ne contredira pas Pierre.

6. Réponse **B.** En négligeant la théorie d'Einstein et en admettant l'additivité des vitesses le premier voyageur voit défiler le premier train avec une vitesse de 220 km/h en 6 secondes. Le deuxième voyageur voit défiler le deuxième train avec une vitesse égale de 220 km/h et, comme les trains ont la même longueur, cela lui prendra 6 secondes également.

7. Réponse **E.** Si $4^x = 9$, en élevant l'égalité à la puissance y on obtient $(4^x)^y = 4^{xy} = 9^y = 256 = 4^4$, donc $xy=4$.

8. Réponse **A.** L'aire du panneau est égale à deux fois l'aire du disque Δ de rayon r, donc $\pi 20^2 = 2\pi r^2$, d'où $r^2=200$ c'est-à-dire $r=10\sqrt{2}$.

9. Réponse **D.** Comme il n'y a que 9 chiffres, on est sûr qu'en tirant 10 feuilles il y en aura au moins deux sur lesquelles les nombres commenceront par le même chiffre.

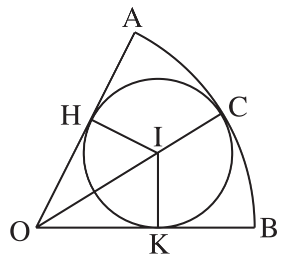
10. Réponse **E.**
Dans le triangle rectangle STU, $\cos\theta = \frac{\text{ST}}{\text{SU}} = \frac{1}{\text{SU}}$ donc $\text{SU} = \frac{1}{\cos\theta}$.
De même, dans le triangle rectangle SUV,
$\cos\theta = \frac{\text{SU}}{\text{SV}}$ donc $\text{SV} = \frac{\text{SU}}{\cos\theta} = \frac{1}{\cos^2\theta}$.

11. Réponse **D.** Pour que le graphe de la fonction soit symétrique par rapport à l'axe des y, il faut que la fonction soit paire ce qui est le cas de D comme produit de deux fonctions impaires élémentaires. (Les fonctions définies par B, C et E sont impaires comme produit de fonctions paire et impaire et celle définie par A n'est ni paire ni impaire.).

12. Réponse **A.** Si 5 est le reste de la division par n (entier à un seul chiffre), cela signifie que $n > 5$, donc n ne peut avoir pour valeur que 6, 7, 8 ou 9. Le reste de la division par 6 de 1001 est bien 5 ; mais il n'en est pas de même 7, 8 ou 9. Et $2006 = 6 \times 334 + 2$.

13. Réponse **E.** Par addition, on déduit que $2m = 78 + 40$ donc $m = 59$ et $n + \text{p} = 19$. Comme n et p sont premiers et que leur somme est impaire, nécessairement le plus petit p vaut 2, et n vaut alors 17. On a donc : $mnp = 59 \times 17 \times 2 = 2006$.

14. Réponse **A.** En appelant r le rayon du cercle de centre I, OC vaut alors $3r$ donc OI vaut $2r$. Le triangle rectangle OIK est alors un demi-triangle équilatéral donc l'angle $\widehat{\text{BOA}}$ vaut $\pi/3$ et le secteur AOB a pour aire : $\frac{\pi(3r)^2}{6} = \frac{3}{2}\pi r^2$.
Comme l'aire du cercle de centre I est πr^2, le rapport des aires demandé est $\frac{3}{2}$.



15. Réponse **E.** Le tournoi comporte $\frac{16 \times 15}{2}$, soit 120 matchs et comme il n'y a pas de match nul cela fait 120 points à distribuer aux 16 équipes. Si l'on appelle $u_1, u_2, \ldots, u_{16}$ les scores des 16 équipes qui forment une suite arithmétique alors $16 \times \frac{u_1 + u_{16}}{2} = 120$, donc $u_1 + u_{16} = 15$, ce qui impose $u_1 = 0$ et $u_{16} = 15$ car la plus petite (et seule) valeur possible de la raison est 1.

16. Réponse **B.** En appelant f et g le nombre des filles et des garçons de l'année dernière, $g = f + 30$. Cette année :
$1{,}1 \times (f + g) = 1{,}2f + 1{,}05\,g$. Donc $0{,}05\,g = 0{,}1f$, soit $g = 2f$.
D'où $f = 30$ et $g = 60$, c'est-à-dire qu'il y avait 90 choristes l'an dernier et donc 99 cette année.

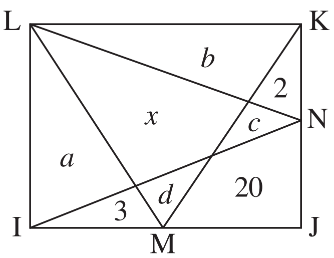
17. Réponse **D.** En appelant A,B,C et D les colonnes et 1, 2, 3 et 4 les lignes, il faut noircir A1, B2 et D4 donc faire 3 échanges au minimum. Pour noircir A1, il faut nécessairement l'échanger avec A4 (pas de possibilité sur la colonne). Pour noircir B2, il faut l'échanger avec B3 (ou C2 solution symétrique par rapport à la diagonale).
Dans les deux cas il faudra noircir D4 avec C2 (ou B3) qui ne sont ni sur la même ligne ni sur la même colonne. Cela nécessite deux échanges, c'est-à-dire quatre en tout.

18. Réponse **B.** Si l'on appelle R le rayon du grand cercle, son aire πR^2 est égale à la somme des aires des 4 petits cercles de rayon $R/2$ donc l'aire de l'intersection de ces 4 cercles (en vert) est égale à l'aire du complément en bleu, c'est-à-dire 400 cm^2.

19. Réponse **A.** On ramène tous ces quotients au même numérateur :
A) $\dfrac{u}{s-1}$ B) $\dfrac{u}{s+1}$ C) $\dfrac{u}{s+0{,}5}$ D) $\dfrac{u}{s-0{,}5}$ E) $\dfrac{u}{s+\frac{1}{3}}$
Le plus grand est celui qui aura le plus petit dénominateur (car tous les nombres sont positifs). C'est donc A.

20. Réponse **B.** En appelant a, b et c les arêtes du pavé, les carrés des côtés du triangle XYZ sont a^2+b^2, b^2+c^2, c^2+a^2.
Or le carré de la diagonale du pavé vaut $a^2+b^2+c^2$; c'est-à-dire la moitié de la somme des carrés des 3 côtés de XYZ :
$\mathrm{XP}^2 = \dfrac{1}{2}(64+81+55) = 100.$ $\mathrm{XP}=10.$

21. Réponse **C.** En notant a, b, c, d et x les aires des autres parties, $2Y$ l'aire du rectangle, et en remarquant que l'aire de chacun des triangles LMK et LNI vaut Y on obtient :



$$\begin{cases} b+x+d=Y \\ a+x+c=Y \\ a+b+c+d+x+2+3+20=2Y. \end{cases}$$
D'où l'on tire facilement, par différence, $x=25$.

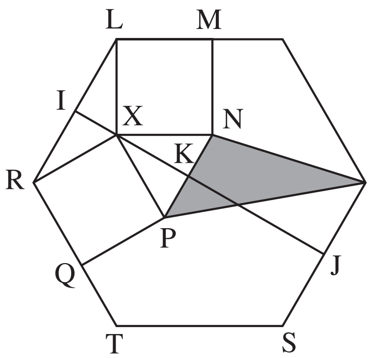
22. Réponse **B.** La somme de 10 entiers consécutifs commençant par n vaut $10n+(1+2+\ldots+9)=10n+45$. Si on lui retire le nombre $n+p$, la somme vaut alors $9n+45-p=2006$. Donc $9n=1961+p$. Pour que $(1961+p)$ soit divisible par 9 et comme $p \in \{1, 2, \ldots, 9\}$, la seule solution entière possible est $p=1$.
Donc $n=\dfrac{1962}{9}=218$ et par conséquent le nombre manquant est 219.

23. Réponse **A.** Considérons les paires de nombres dont la différence est 3 :
$\{1, 4\}$, $\{2, 5\}$ et $\{3, 6\}$.

<table>
<tr><td>B_1</td><td>B_2</td><td>A_2</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">A_1</td><td>C_1</td></tr>
<tr><td>C_2</td></tr>
</table>

L'une des paires va obligatoirement dans les carrés A_1 et A_2, ce qui donne 6 possibilités. Les éléments de chacune des deux autres paires doivent être séparés. Une fois choisi le nombre en B_1 (4 possibilités), il y a 2 possibilités pour B_2 et 2 pour C_1 et C_2. Cela fait, en tout, $6 \times 4 \times 2 \times 2$, soit 96 possibilités.

24. Réponse **A.** Le triangle XLR est un triangle isocèle dont l'axe de symétrie le partage en deux triangles rectangles ayant un angle de 30° et (120° – 90°).
LI valant $\sqrt{3}/2$, IX vaut 1/2 et LX vaut 1.



Le triangle XNP, isocèle avec un angle au sommet de 60° $(360°-90°-90°-120°)$ est équilatéral. Donc la base du triangle PNJ (de même aire que le triangle grisé) vaut 1.
Quant à sa hauteur KJ elle vaut $IJ-IX-XK$.
IJ vaut RS qui se calcule facilement dans le triangle isocèle RTS de petit coté $\sqrt{3}$, donc de base $\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3$.
IX vaut $\dfrac{1}{2}$. Et XK, hauteur d'un triangle équilatéral de coté 1, vaut $\dfrac{\sqrt{3}}{2.}$.
Donc $KJ=3-\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{5-\sqrt{3}}{2}$ et l'aire du triangle grisé est :
$\dfrac{5-\sqrt{3}}{2} \times 1 \times \dfrac{1}{2}=\dfrac{5-\sqrt{3}}{4}$.

25. Réponse **8.**
Pour qu'un produit de nombres se termine par deux zéros, il faut que ce produit contienne au moins deux multiples de cinq (ou un multiple de 25) et deux nombres pairs (ou un multiple de 4).
Si l'on considère le produit de 6 entiers consécutifs, la deuxième condition est toujours réalisée donc il suffit de réaliser la première.
• Les ensembles de 6 nombres consécutifs avec deux multiples de 5 :
5 à 10 ; 10 à 15 ; 15 à 20 ; 20 à 25 ; 25 à 30 ; 30 à 35 (et c'est tout car les nombres doivent être strictement inférieurs à 40).
• Les ensembles de 6 nombres consécutifs avec un multiple de 25 :
20 à 25 ; 21 à 26 ; 22 à 27 ; 23 à 28 ; 24 à 29 ; 25 à 30.
Il ne faut pas compter du tout ceux qui sont des doublons (20 à 25 et 25 à 30) car le produit se termine par trois zéros.
Cela fait donc 8 produits possibles.

26. Réponse **3.**
Un tour du dé sur le chemin permute les faces 1, 2 et 3 en 3, 1 et 2. Il faudra donc 3 tours pour que le dé retrouve sa position initiale. (Remarque : pour chercher mentalement où se retrouve chaque face après un tour, plutôt que de basculer le dé 3 fois vers la droite, puis 3 fois vers l'avant, 3 fois vers la gauche et 3 fois vers l'arrière, il revient au même d'imaginer 1 basculement vers la gauche suivi d'1 vers l'arrière, 1 vers la droite et 1 vers l'avant.)