1. Réponse **D.** Soit x le nombre cherché. On sait que $\frac{5+x}{2}=2005$. Donc $x=2\times 2005-5=4005$.

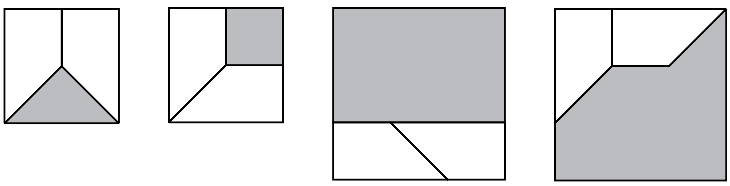
2. Réponse **B.** Il suffit de faire bouger un seul kangourou : le kangourou de la case définie par la 2^{e} ligne et la 3^{e} colonne saute sur la case définie par la 4^{e} ligne et la 2^{e} colonne.

3. Réponse **C.** La fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$ est positive sur $]0;+\infty[$ et décroissante et négative sur $]-\infty;0[$. $\frac{1}{x}$ est le plus petit pour la valeur de x (négative) proposée la plus grande : -1.

4. Réponse **B.** Les cartes 1 et 4 sont déjà en place. En un tour, on ne peut pas bouger les 3 cartes numérotées 2, 3 et 5. On peut le faire en deux tours en échangeant, par exemple, les cartes 3 et 5 puis les cartes 5 et 2. Il faut donc 2 tours au minimum.

5. Réponse **C.** Sophie ayant obtenu le 50^{e} meilleur résultat sans ex æquo, cela signifie qu'il y a 49 concurrents avant elle. Ayant aussi le 50^{e} plus mauvais résultat, il y a 49 concurrents derrière elle. En tout : $49+1+49=99$. 99 concurrents ont participé à la compétition.

6. Réponse **D.** Avec chaque forme A, B, C ou E, on peut reconstituer un carré :



Avec la forme D, cela est impossible.

7. Réponse **D.** La partie grisée a même aire que le rectangle KLMN (tracer [KL] et translater deux quarts de cercles aux bons endroits). $KN\times NM=2\times 4=8$.

8. Réponse **C.** Jumpy s'arrête à 50 mètres du départ. Sa mère est alors 75 mètres devant lui. Elle le retrouvera 255 mètres plus loin, soit 51 secondes plus tard.

9. Réponse **C.** Les cube $3\times 3\times 3$ est formé de 27 petits cubes $1\times 1\times 1$ pesant chacun 810 g/27 soit 30 g. On en enlève 7 (1 par face et 1 au centre). Le solide troué pèse donc $810-(7\times 30)$ soit 600 g.

10. Réponse **E.** $n+(n+1)+(n+2)+(n+3)=4n+6$ a pour reste 2 lorsqu'on le divise par 4. Ce n'est pas le cas de 220 qui est divisible par 4.

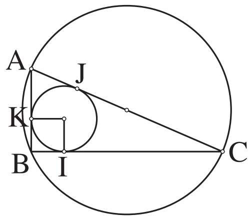
11. Réponse **E.** Le premier déplacement est-ouest de 2 carreaux fait apparaître sur la face du haut la face opposée à 3 donc 4. Le deuxième déplacement nord-sud de 2 carreaux fait apparaître la face opposée à 4, donc 3. Puis le déplacement est-ouest de 2 carreaux fait apparaître la face 4 et le dernier roulement (est-ouest) pour arriver en F fait alors apparaître la face 6 (qui était face contre terre deux cases avant).

12. Réponse **A.** On compte les combinaisons possibles en fonction du nombre N de faces noires. $N=1$, une seule façon, $N=2$, deux (faces adjacentes ou opposées), $N=3$, deux (faces partageant un même sommet ou non) et par symétrie deux façons si $N=4$ et une si $N=5$. Au total : $1+2+2+2+1$ soit 8 façons de peindre le cube.

13. Réponse **E.** On a (théorème de Thalès) :
$\frac{x}{10}=\frac{y+10}{y}$, soit $y=\frac{100}{x-10}$. Le graphique correspondant est le (E).

14. Réponse **D.** Si R est le nombre de tickets rouges, b le nombre de tickets blancs et B le nombre de tickets bleus, alors $R+b+B=60$ (i), $R+B=2b$ (ii) et $b+B=3R$ (iii).
(i) et (ii) donnent $b=20$. (i) et (iii) donnent $R=15$. On a donc $B=25$.

15. Réponse **A.** En considérant les tangentes au cercle inscrit menées de A et de C, on a AJ = AK et CJ = CI.
$Y=\mathrm{AC}=\mathrm{AK}+\mathrm{CI}$.
$Y+y=(\mathrm{AK}+\frac{y}{2})+(\mathrm{CI}+\frac{y}{2})$. Or $\mathrm{KB}=\frac{y}{2}=\mathrm{IB}$.
$Y+y=(\mathrm{AK}+\mathrm{KB})+(\mathrm{CI}+\mathrm{IB})=\mathrm{AB}+\mathrm{BC}=v+w$.



16. Réponse **A.** Si a, b et c sont les côtés des angles droits (longueurs des arêtes issues de S), le volume de la pyramide est égal à $\frac{1}{6}abc$. Et $\frac{1}{6}abc=\frac{1}{6}\sqrt{ab\ bc\ ca}=\frac{1}{6}\sqrt{(2\times3)\times(2\times4)\times(2\times6)}=4$.

17. Réponse **B.** Si v désigne la vitesse initialement prévue et t la durée du trajet fait à cette vitesse, sachant que la distance parcourue est toujours la même et que *distance* = *vitesse* × *temps*, on a les égalités :

$vt=(v+5)(t-5)$

et $vt=(v+10)(t-8)$.

La première égalité donne : $5t-5v=25$ d'où $5t=5v+25$.
La deuxième égalité donne : $5t-4v=40$ d'où $5t=4v+40$.
On en déduit que $5v+25=4v+40$ soit $v=15$.

18. Réponse **D.** $\frac{\mathrm{RS}}{\mathrm{GS}}=\frac{\mathrm{TK}}{\mathrm{TR}}$, d'où $\mathrm{TK}^2=\mathrm{RS}\times\mathrm{TR}=2\times6=12$. $\mathrm{TK}=2\sqrt{3}$.
L'aire du triangle KGR vaut $\frac{1}{2}\mathrm{TK}\times\mathrm{KG}$, donc $\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times(\mathrm{TR}+\mathrm{RS})$, soit $8\sqrt{3}$.

19. Réponse **D.**
Le triangle KJL étant isocèle, l'angle $\widehat{KJL}$ vaut $\frac{180°-20°}{2}$ soit 80°.
KJML est donc inscrit dans un cercle car $\widehat{KJL}=\widehat{KML}$ (M et J sont sur l'arc de cercle d'où l'on voit [KL] sous l'angle 80°).
Donc les angles inscrits $\widehat{MJL}$ et $\widehat{MKL}$ sont égaux et $\widehat{MKL}=\frac{80°}{2}=40°$.
D'où $\widehat{KJM}=\widehat{KJL}+\widehat{MJL}=80°+40°=120°$.

20. Réponse **E.** $2025=81\times25=3^4\times5^2=3\times5\times9\times15$, les autres nombres ont trop peu de diviseurs.

21. Réponse **C.** Imaginons le 17 boules réparties en trois tiroirs.

1^{er} tiroir :	|	1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8,
2^{e} tiroir :	9,	|	|	|	|	|	|	|	|
3^{e} tiroir :	|	17,	16,	15,	14,	13,	12,	11,	10.

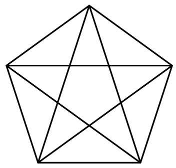
Pour le choix des neufs boules 1, 3, 5, 7, 9, 10, 12, 14 et 16, il n'existe pas deux boules de somme 18.
Si on choisit 10 boules, il y a au moins deux boules en « vis à vis » donc de somme 18.

22. Réponse **C.** Le reste de la division par 9 de la somme des chiffres de m est égal au reste de la division par 9 de m. La somme des chiffres de m étant égale à 30, ce reste est égal à 3 et donc le reste de $m+3$ (et de la somme des chiffres de $m+3$) divisé par 9 est 6. $21=2\times9+3$, donc 21 ne peut être égal à la somme des chiffres du nombre $m+3$.

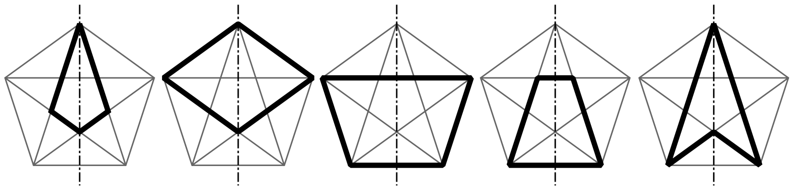
23. Réponse **A.** Pour une valeur entière de n, il y a $2n+1$ points où soit $x=n$, soit $y=n$.
Après avoir parcouru tous les points de coordonnées entières $(x\,;y)$ où $0\leqslant x\leqslant n$ et $0\leqslant y\leqslant n$, on a donc parcouru $\sum_{k=1}^{n} 2k+1=n(n+2)$ points.
Si n est pair, on arrive au point de coordonnées $(n\,;0)$; si n est impair, on arrive au point de coordonnées $(0\,;n)$.
Après 2 heures de déplacements, l'escargot a parcouru 120 points (1 par minute), donc on trouve $n = 10$. Il est donc arrivé en $(10\,;0)$.

24. Réponse **E.** Soit u_0 le nombre initialement choisi, $u_1=2u_0-1$, …, u_{99} le nombre obtenu en répétant à nouveau 98 fois la procédure.
Par hypothèse, $u_{n+1}=2u_n-1$; donc $u_{n+1}-1=2(u_n-1)$ et la suite $v_n=u_n-1$ est une suite géométrique de raison 2.
De $v_n=2^n v_0$, on tire $u_n=2^n(u_0-1)+1$.
Comme $u_{99}=2^{100}+1$, $2^{100}=2^{99}(u_0-1)$ et donc $u_0=3$.

25. Réponse **8**



Très curieusement, tout quadrilatère non croisé tracé dans le *pentagramme* (la figure ci-contre) a obligatoirement un axe de symétrie qui est aussi axe de symétrie du *pentagramme*.
Une fois cet axe choisi, il y a 5 possibilités.



Et comme il y a 5 axes possibles, cela fait 25 possibilités. Luc en a donc oublié 8 ($25 - 17 = 8$).

26. Réponse **8**

Parmi les 101 nombres entiers multipliés, il y a obligatoirement beaucoup de « 1 ». Et il faut obtenir $100 = 5 \times 5 \times 2 \times 2$.
Il y a 8 choix différents pour les 101 nombres :

50, 2 et 99 fois le nombre 1 ; 25, 4 et 99 fois le nombre 1 ;
25, 2, 2 et 98 fois le nombre 1 ; 20, 5 et 99 fois le nombre 1 ;
10, 10 et 99 fois le nombre 1 ; 10, 5, 2 et 98 fois le nombre 1 ;
5, 5, 4 et 98 fois le nombre 1 ; 5, 5, 2, 2 et 97 fois le nombre 1.