1. Réponse **D.** $\dfrac{2006+6002}{2}=\dfrac{8008}{2}=4004.$

2. Réponse **C.** 4 dizaines = 40 ; 7 dizaines = 70 et $40\times70=2800$, soit 28 centaines. (Une dizaine fois une dizaine égale une centaine).

3. Réponse **C.** Les nombres de quatre chiffres divisibles par 2006 sont : 2006, 4012, 6018 et 8036. Seuls les 3 derniers ont leurs quatre chiffres différents.

4. Réponse **D.** Pour que ce nombre soit le plus petit possible, il faut que ses chiffres en partant de la gauche soient les plus petits possibles. On choisit donc 2 309 41 5 68 7 ce qui donne le nombre 2 309 415 687.

5. Réponse **D.** Si $x-y=3$ et $y-z=7$, alors $y=x-3$ et $y=7+z$. Donc $x-3=7+z$. D'où $x-z=10$.

6. Réponse **E.** Entre 00:00 et 23:59, les heures utilisant les quatre chiffres 2, 0, 0 et 6 sont : 00:26 ; 02:06 ; 06:02 ; 06:20 et 20:06.

7. Réponse **D.** Le nombre de livres de Pierre est à la fois un multiple de 4, puisque 25% sont des romans, et un multiple de 9 puisqu' 1 sur 9 sont des livres de poésie. Les premiers multiples de 9 et de 4 sont : 36 et 72 et 108. Comme Pierre a entre 50 et 100 livres, il en a donc 72.

8. Réponse **A.** Appelons O l'intersection du mur et du sol. À chaque instant, dans le triangle rectangle en O et d'hypoténuse l'échelle, la longueur OM est égale à la moitié de la longueur de l'hypoténuse. M décrit donc un quart de cercle de centre O et de rayon égal à la moitié de la longueur de l'échelle.

9. Réponse **E.** Pour chaque bande, la partie grisée représente respectivement $\frac{2}{4}$, $\frac{2}{3}$ et $\frac{1}{2}$. Chaque bande représente $\frac{1}{3}$ du drapeau.
La somme des parties grisées vaut donc :
$\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\right)$ qui vaut $\frac{1}{3}\times\frac{10}{6}$ soit $\frac{5}{9}$.

10. Réponse **E.** Avec 150 euros on a 15 paquets de bonbons.
Ces 15 paquets donnent 5 ensembles de 3 coupons permettant d'avoir 5 paquets de plus.
3 coupons de ces 5 paquets permettent d'avoir 1 paquet de plus.
Les 2 coupons restants des 5 paquets, plus le dernier coupon obtenu, permettent à eux trois d'avoir encore 1 paquet de plus.
Ce qui fait un total de 22 paquets (et il reste un coupon).

11. Réponse **B.** Soit x l'âge de Lady Agnès.
On a : $x = \frac{4}{3} \times \frac{100-x}{2}$. D'où $\frac{3}{2}x = 100-x$. Et $x=40$.

12. Réponse **A.** Si G vaut 1, alors nécesairement N vaut 4 ; K vaut 6 et A vaut 8. C'est correct et il n'y a qu'une seule réponse juste.
C'est donc la réponse A. (Il y a une autre solution au cryptarithme : K = 6, A = 5, N = 8 et G = 9 non proposé.)

13. Réponse **C.** D'après les règles du Kangourou la phrase 1 implique que A n'est pas la bonne solution.
Si B est vrai, alors C est faux (règle Kangourou), et, d'après la phrase 2, B serait faux ce qui serait une contradiction. Donc B est faux.
Alors d'après la phrase 3, D et E sont faux aussi.
Donc la seule réponse possible est C.

14. Réponse **B.** Les segments joignant les 6 sommets de triangles sont deux à deux parallèles et de même longueur ; ils forment 3 parallélogrammes dont les diagonales (3 segments) ont un milieu commun, centre de symétrie de la figure.
Les pointes (triangulaires) dépassant de l'hexagone gras sont des triangles équilatéraux (car n'ayant que des angles de 60°). En appellant a, b et c, les longueurs des côtés de ces triangles, $a+b+c$ est égal à la longueur du côté d'un des triangles initiaux, soit 6. Et le périmètre de l'hexagone vaut $2 \times (a+b+c)$, soit 12.

15. Réponse **A.** Les paires de chiffres qui sont des carrés parfaits ne peuvent être que 16, 25, 36, 49, 64 ou 81.
Les successions possibles de ces paires sont :
$36 \to 64 \to 49$ ou $81 \to 16 \to 64 \to 49$.
Le nombre le plus long cherché est donc 81649
(où chaque groupe de deux chiffres consécutifs est un carré parfait).
Ce nombre a 5 chiffres.

16. Réponse **D.** Soit a le côté du carré en bas à gauche.
Les autres carrés du bord, en tournant dans le sens direct, ont pour côtés : a, $a+1$, $a+2$ et $a+3$.
Le grand côté du rectangle vaut alors $2a+5$ mais aussi $3a+1$.
D'où : $a=4$ et $a+3=7$.

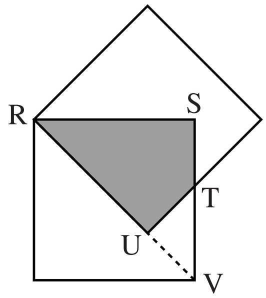
17. Réponse **D.** En prenant 3 boules de chaque sorte soit 9 au total, on n'aura que 6 boules au maximum d'une même couleur.
Mais dès la 10^e^ boule, au moins une couleur sera présente 7 fois.
En effet, sur 10 boules, 4 au moins sont d'une même catégorie (il n'y a que 3 catégories), et sur les six boules restantes, 3 au moins comportent l'une des deux couleurs de cette catégorie.

18. Réponse **E.** Soient a le côté d'un petit carré et x le petit côté du « L ». On a : $5a^2 = 125$ soit $a = 5$.
Et pour un grand côté : $2a + x = \sqrt{125}$.

$$x = \sqrt{125} - 10$$
$$x = 5(\sqrt{5} - 2).$$

19. Réponse **B.** On peut former en tout $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ trains. Dans ces formations, il y a autant de manières de ranger le wagon I avant le wagon II, que l'inverse. $120/2 = 60$. Il y a donc 60 manières d'arranger ces wagons selon la condition indiquée.

20. Réponse **A.**



TUV est un tiangle isocèle rectangle $\left(\widehat{UTV} = 45° \text{ et } \widehat{TVU} = 45°\right)$.
Donc TU = UV = $\sqrt{2} - 1$ et l'aire de TUV est $\frac{1}{2}(\sqrt{2} - 1)^2$ soit $\frac{3}{2} - \sqrt{2}$.
L'aire de RSTU est égale à l'aire de TUV ôtée de l'aire d'un demi-carré, soit $\frac{1}{2} - \left(\frac{3}{2} - \sqrt{2}\right)$, c'est-à-dire $\sqrt{2} - 1$.

21. Réponse **C.** Soit s la somme des âges des membres de la famille sans le père et n le nombre de membres dans la famille.
On a alors : $\frac{38 + s}{n} = 18$ et $\frac{s}{n - 1} = 14$.
Donc $38 + 14(n - 1) = 18n$. Soit $n = 6$. Il y a donc 4 enfants.

22. Réponse **C.** À chaque processus la somme des nombres présents sur le cercle est multipliée par trois : chaque nombre est compté une fois dans l'addition avec son voisin de droite, une fois dans l'addition avec son voisin de gauche et une fois en restant lui-même autour du cercle.
On répète le processus 4 fois, après les 2 premiers décrits ;
il y a donc 6 étapes.
À la 1$^{\text{re}}$ étape le total des 3 nombres est 6 ($= 1 + 2 + 3$),
à la 2$^{\text{e}}$ étape le total des 6 nombres est 18 ($= 6 \times 3$),
à la 3$^{\text{e}}$ étape le total des 12 nombres vaut $6 \times 3 \times 3$,
à la 4$^{\text{e}}$ étape le total des 24 nombres vaut $6 \times 3 \times 3 \times 3$,
à la 5$^{\text{e}}$ étape le total des 48 nombres vaut $6 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$,
à la 6$^{\text{e}}$ étape le total des 96 nombres vaut $6 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$, soit 1458.

23. Réponse **A.** Les triangles BCM et BAN ont une aire moitié de l'aire S du carré.

On a donc : $S_1 + S_8 + S_5 = \dfrac{S}{2}$ et $S_7 + S_8 + S_3 = \dfrac{S}{2}$

Soit en additionnant : $S_1 + S_8 + S_5 + S_7 + S_8 + S_3 = S$.

Or $S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 + S_6 + S_7 + S_8$. D'où :

$S_1 + S_8 + S_5 + S_7 + S_8 + S_3 = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 + S_6 + S_7 + S_8$.

Soit, après simplification : $S_8 = S_2 + S_4 + S_6$.

24. Réponse **E.** Les quatre entiers X possibles sont 38, 44, 47 et 50..

Si $X=38$, $Y=11$ et si $Z=11$, $X+Y+Z=60$.

Si $X=44$, $Y=8$, $Z=8$, $X+Y+Z=60$.

Si $X=47$, $Y=11$ et si $Z=2$, $X+Y+Z=60$.

Si $X=50$, $Y=5$, $Z=5$, $X+Y+Z=60$.

25. Réponse **8.**

Pour qu'un produit de nombres se termine par deux zéros, il faut que ce produit contienne au moins deux multiples de cinq (ou un multiple de 25) et deux nombres pairs (ou un multiple de 4).

Si l'on considère le produit de 6 entiers consécutifs, la deuxième condition est toujours réalisée donc il suffit de réaliser la première.

• Les ensembles de 6 nombres consécutifs avec deux multiples de 5 : 5 à 10 ; 10 à 15 ; 15 à 20 ; 20 à 25 ; 25 à 30 ; 30 à 35 (et c'est tout car les nombres doivent être strictement inférieurs à 40).

• Les ensembles de 6 nombres consécutifs avec un multiple de 25 : 20 à 25 ; 21 à 26 ; 22 à 27 ; 23 à 28 ; 24 à 29 ; 25 à 30.

Il ne faut pas compter du tout ceux qui sont des doublons (20 à 25 et 25 à 30) car le produit se termine par trois zéros.

Cela fait donc 8 produits possibles.

26. Réponse **3.**

Un tour du dé sur le chemin permute les faces 1, 2 et 3 en 3, 1 et 2. Il faudra donc 3 tours pour que le dé retrouve sa position initiale. (Remarque : pour chercher mentalement où se retrouve chaque face après un tour, plutôt que de basculer le dé 3 fois vers la droite, puis 3 fois vers l'avant, 3 fois vers la gauche et 3 fois vers l'arrière, il revient au même d'imaginer 1 basculement vers la gauche suivi d'1 vers l'arrière, 1 vers la droite et 1 vers l'avant.)