1. Réponse **B.** Il suffit de faire bouger un seul kangourou : le kangourou de la case définie par la 2e ligne et la 3e colonne saute sur la case définie par la 4e ligne et la 2e colonne.

2. Réponse **C.** Il y a quatre concurrents devant Sophie et 4 derrière elle. Avec elle, cela fait 9.

3. Réponse **D.** Soit x le nombre cherché. On sait que $\frac{5+x}{2}=2005$. Donc $x=2\times 2005-5=4005$.

4. Réponse **C.** Il y a 4 garçons dans les groupes « fille-garçon » (numéros 2, 4, 6 et 8) et 10 garçons dans les 5 groupes « garçon-garçon » (numéros 1, 3, 5, 7 et 9). Au total, 14 garçons traversent.

5. Réponse **D.** Aire grisée : un disque plus quatre quarts de disque, donc 2 disques.
Aire noire : quatre fois trois-quarts de disque, donc 3 disques.
Et $\frac{\text{aire grisée}}{\text{aire noire}}=\frac{2}{3}$.

6. Réponse **D.** En une demi-heure (10 fois 3 minutes), Thomas gonfle 80 ballons. 8 ont éclaté. Il reste 72 ballons gonflés.

7. Réponse **E.** La face noire et la face bicolore sont opposées ; donc A, B et D ne conviennent pas. Pour la face bicolore, partant du cube déplié, les carrés de même couleur ne seront pas côte à côte ; donc C ne convient pas. Il reste E. Pour en être certain, réalise le patron, découpe-le et construis le cube.

8. Réponse **C.** Tous les triangles sont des triangles rectangles dont l'hypoténuse est sur la droite oblique dessinée. En prenant comme « unité » la longueur du côté d'un petit carré, on voit :
- quatre petits triangles,
- trois triangles dont les côtés de l'angle droit mesurent deux unités,
- deux triangles dont les côtés de l'angle droit mesurent trois unités,
- un triangle dont les côtés de l'angle droit mesurent quatre unités,
- et, comme le dit l'énoncé, 7 carrés (six de côté un et un de côté deux).

$(4 + 3 + 2 + 1) - 7 = 3$.

9. Réponse **B.** Complétons la diagonale entamée ; la progression est 5, 16, 27, 38, 49 (raison : 11).
Si on note g la raison de la dernière colonne, on a : $x=21+3g$ et $49=21+4g$. D'où $g=7$ et ainsi $x=42$.

10. Réponse **C.** La somme de tous les angles des trois triangles vaut $3\times 180°$ soit 540°. La somme des angles de même sommet de ces triangles vaut 180° (l'angle plat, les angles opposés étant égaux). La somme demandée est donc $540°-180°=360°$.

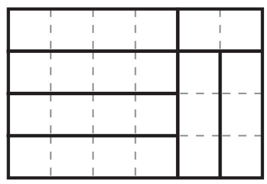
11. Réponse **D.** La moyenne des dix entiers étant 10, leur somme est égale à 100. Pour que l'un de ces dix nombres soit le plus grand possible, il faut que les neuf autres soient les plus petits possibles. Comme ils sont tous différents et non nuls, ce sont les entiers de 1 à 9 dont la somme est 45. Le dixième nombre, et le plus grand, est donc 55.

12. Réponse **D.** La partie grisée a même aire que le rectangle KLMN (tracer [KL] et translater deux quarts de cercles aux bons endroits). $KN \times NM = 2 \times 4 = 8$.

13. Réponse **E.** $x^2 + y^2 = 4$ est l'équation du cercle de centre l'origine et de rayon 2. $x + y = 2$ est l'équation de la droite qui coupe ce cercle en deux points ; ce sont (0 ; 2) et (2 ; 0).

14. Réponse **C.** Jumpy s'arrête à 50 mètres du départ. Sa mère est alors 75 mètres devant lui. Elle le retrouvera 255 mètres plus loin, soit 51 secondes plus tard.

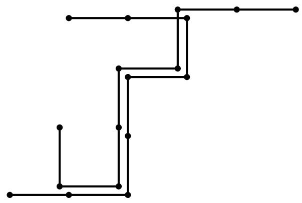
15. Réponse **B.** Notons L la longueur du rectangle obtenu et n sa largeur. L'aire doit être de $24 = L \times n$. Le périmètre est alors $2(L + n)$. L et n sont des entiers, avec $L \geqslant n$, leur produit valant 24, on peut avoir (24 ; 1), (12 ; 2), (8 ; 3), (6 ; 4). Les périmètres alors obtenus sont respectivement : 50, 28, 22 et 20.
On peut ré-assembler les 7 morceaux pour faire un rectangle de 6 sur 4 : le plus petit périmètre possible est donc 20 cm.



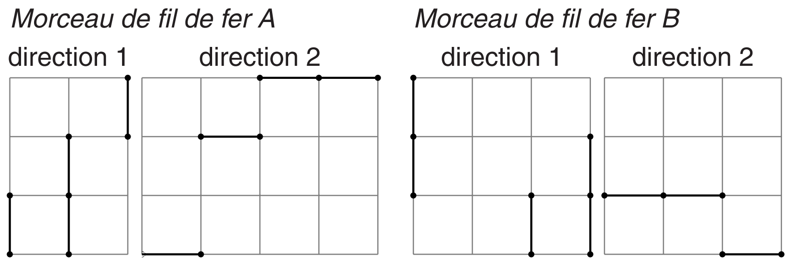
16. Réponse **E.** Il y a 32 choix possibles pour la case blanche. Il reste $(32 - 2 \times 4)$ choix possibles pour la case noire. $32 \times 24 = 768$.

17. Réponse **C.** Notons V le volume de chacune des bouteilles initiales.
Dans la première bouteille, on a comme volume d'eau $\frac{2}{2+1}V = \frac{2}{3}V$.
Dans la seconde bouteille, on a comme volume d'eau $\frac{4}{4+1}V = \frac{4}{5}V$.
Dans la grande bouteille contenant $2V$ de mélange, on aura donc comme volume d'eau $\frac{2}{3}V + \frac{4}{5}V = \frac{22}{15}V$.
Le rapport eau/sirop dans la grande bouteille est donc :

$$\frac{\frac{22}{15}V}{2V - \frac{22}{15}V} = \frac{\frac{22}{15}}{\frac{8}{15}} = \frac{22}{8} = \frac{11}{4}.$$



18. Réponse **D.** La figure montre que les deux morceaux peuvent avoir 5 comme longueur commune.
Pour démontrer qu'ils ne peuvent pas coïncider sur une longueur égale à 6, on décompose les 2 cordes en 2 sous-parties de directions perpendiculaires.



Quand on fait coïncider A et B, on peut conserver les directions ou les échanger (rotation d'un des morceaux) ; mais dans tous les cas, une sous-partie s'envoie sur une sous-partie.
Si l'on conserve les directions,

A_1 et B_1 ont au maximum 3 unités communes sans retournement et 2 unités communes si l'on retourne un morceau.
A_2 et B_2 ont au maximum 2 unités communes sans retournement et 3 unités communes si l'on retourne un morceau.

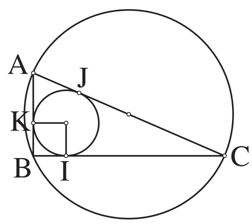
Dans tous les cas, on ne dépasse pas 5 de longueur commune.
Si l'on échange les directions (on fait tourner A_1 et A_2 d'un quart de tour),

A_1 et B_2 ont au maximum 3 unités communes sans retournement et 2 unités communes si l'on retourne un morceau.
A_2 et B_1 ont au maximum 2 unités communes (avec ou sans retournement).

Dans tous les cas, ici aussi, la longueur commune ne dépasse pas 5.

19. Réponse **A.** On remarque d'abord que OPQRS est une pyramide de base carrée PQRS et de hauteur OP, avec $\mathrm{OP} = \mathrm{PQ} = \mathrm{PS} = 4$.
Le volume de cette pyramide est donc $V = \frac{1}{3} \times \mathrm{OP} \times \mathrm{PQ} \times \mathrm{PS} = \frac{4^3}{3} = \frac{64}{3}$.

20. Réponse **A.** En considérant les tangentes au cercle inscrit menées de A et de C, on a $\mathrm{AJ} = \mathrm{AK}$ et $\mathrm{CJ} = \mathrm{CI}$.



$Y = \mathrm{AC} = \mathrm{AK} + \mathrm{CI}$.
$Y + y = (\mathrm{AK} + \frac{y}{2}) + (\mathrm{CI} + \frac{y}{2})$. Or $\mathrm{KB} = \frac{y}{2} = \mathrm{IB}$.
$Y + y = (\mathrm{AK} + \mathrm{KB}) + (\mathrm{CI} + \mathrm{IB}) = \mathrm{AB} + \mathrm{BC} = v + w$.

21. Réponse **E.** Comme n et $(n+1)$ sont positifs, l'inéquation donnée est équivalente à : $2000^2 < n(n+1) < 2005^2$.
$n = 2000$, $n = 2001$, $n = 2002$, $n = 2003$, $n = 2004$ sont les 5 solutions entières positives de cette inéquation.

22. Réponse **C.** Imaginons le 17 boules réparties en trois tiroirs.

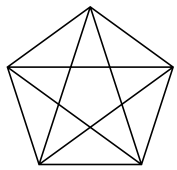
1^{er} tiroir :		1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8,
2^{e} tiroir :	9,	|	|	|	|	|	|	|	|
3^{e} tiroir :		17,	16,	15,	14,	13,	12,	11,	10.

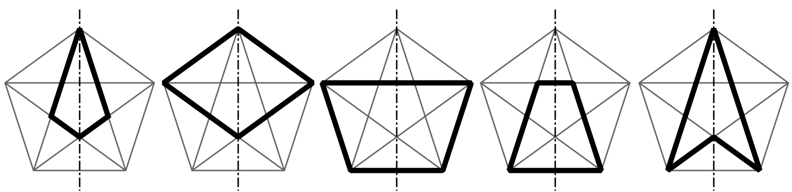
Pour le choix des neufs boules 1, 3, 5, 7, 9, 10, 12, 14 et 16, il n'existe pas deux boules de somme 18.
Si on choisit 10 boules, il y a au moins deux boules en « vis à vis » donc de somme 18.

23. Réponse **A.** Pour une valeur entière de n, il y a $2n+1$ points où soit $x=n$, soit $y=n$.
Après avoir parcouru tous les points de coordonnées entières $(x\,;y)$ où $0 \leqslant x \leqslant n$ et $0 \leqslant y \leqslant n$, on a donc parcouru $\sum_{k=1}^{n} 2k+1 = n(n+2)$ points.
Si n est pair, on arrive au point de coordonnées $(n\,;0)$; si n est impair, on arrive au point de coordonnées $(0\,;n)$.
Après 2 heures de déplacements, l'escargot a parcouru 120 points (1 par minute), donc on trouve $n = 10$. Il est donc arrivé en $(10\,;0)$.

24. Réponse **B.** Les 50 droites (autres que les 25 parallèles et les 25 concourantes) déterminent, au maximum, $\frac{50\times49}{2}$ soit 1225 points.
Les 25 droites parallèles coupent, au maximum, les 50 premières droites en 50×25 soit 1250 points.
Les 25 droites concourantes coupent, au maximum, les 75 droites en 25×75 soit 1875 points et n'oublions pas leur point de concours.
Soit en tout : $1225+1250+1875+1=4351$ points.

25. Réponse **8**
Très curieusement, tout quadrilatère non croisé tracé dans le *pentagramme* (la figure ci-contre) a obligatoirement un axe de symétrie qui est aussi axe de symétrie du *pentagramme*.
Une fois cet axe choisi, il y a 5 possibilités.





Et comme il y a 5 axes possibles, cela fait 25 possibilités. Luc en a donc oublié 8 $(25-17=8)$.

26. Réponse **8**
Parmi les 101 nombres entiers multipliés, il y a obligatoirement beaucoup de « 1 ». Et il faut obtenir $100=5\times5\times2\times2$.
Il y a 8 choix différents pour les 101 nombres :
50, 2 et 99 fois le nombre 1 ;
25, 2, 2 et 98 fois le nombre 1 ;
10, 10 et 99 fois le nombre 1 ;
5, 5, 4 et 98 fois le nombre 1 ;
25, 4 et 99 fois le nombre 1 ;
20, 5 et 99 fois le nombre 1 ;
10, 5, 2 et 98 fois le nombre 1 ;
5, 5, 2, 2 et 97 fois le nombre 1.