

## 1. Variation de fonction (14 points)

Soit les fonctions définies par  $f(x) = -x^2 + x + 20$   
 et par  $g(x) = \sqrt{f(x)}$ ,  $h(x) = \sqrt{|f(x)|}$  et  $k(x) = \frac{1}{|f(x)|}$   
 (on rappelle que  $|f(x)|$  est la valeur absolue de  $f(x)$ ).

- 1.1. Etudier le signe de  $f(x)$  sur  $\mathbb{R}$ .
- 1.2. Donner les ensembles de définition des fonction  $g$ ,  $h$ ,  $k$ .
- 1.3. Rappeler les variations de la fonction  $f$ .
- 1.4. En déduire les tableaux de variations des fonction  $g$ ,  $h$  et  $k$  sur leur ensemble de définition. (faire figurer les valeurs des extrema).
- 1.5. Résoudre l'équation  $1 + \sqrt{21 - x} = x$

## 2. QCM (13 points)

Surligner ou entourer la ou les bonnes réponses.  
 Il peut y en avoir plusieurs par question.  
 Les réponses correctes rapportent 1 point.  
 Les erreurs enlèvent 0,5 point.  
 L'absence de réponse n'enlève rien

## 3. Statistiques (13 points)

Une presse produit des tiges cylindriques.  
 On en prélève un échantillon de 100 pièces et on mesure leurs longueurs en mm.  
 On obtient les résultats suivants où  $n_i$  est le nombre de tiges de longueur  $x_i$ .

$x_i$	149	149.3	149.5	149.7	149.9	150
$n_i$	1	2	4	11	15	21

$x_i$	150.1	150.2	150.3	150.6	151
$n_i$	16	13	11	4	2

- 3.1. Déterminer le pourcentage des tiges dont la longueur est dans l'intervalle  $[149.7 ; 150.3]$
- 3.2. Déterminer la médiane et les quartiles  $Q_1$  et  $Q_3$  de cette série.
- 3.3. En déduire le diagramme en boîtes de Tukey.
- 3.4. Ecrire une formule donnant la moyenne  $\bar{x}$  de cette série et une formule donnant sa variance  $V(x)$ .  
 Calculer  $\bar{x}$  à  $10^{-3}$  près et  $V(x)$  à  $10^{-4}$  près.
- 3.5. Un réglage de la presse s'impose dès que l'écart type  $\sigma$  est supérieur à  $300 \mu\text{m}$  (soit  $0.3 \text{ mm}$ ).  
 La presse doit-elle être réglée ?

		A	B	C	D
1	$f(x) =  x  - 5$	$f$ est définie pour $x \geq 0$	$f(-5) = 0$	$f(x) = 0$ si et seulement si $x = 5$	$f$ est croissante sur $\mathbb{R}$
2	$f(x) =  2 - x $	$f(x)$ est positif sur $\mathbb{R}$	$f$ est croissante sur $[2 ; +\infty[$	pour tout réel $x$ , $f(x) = 2 +  x $	pour tout réel $x$ , $f(x) =  x - 2 $
3	$f(x) =  x - 3 $	$f(x) = -x - 3$ si $x \leq 0$	$f(x) = x - 3$ si $x \geq 0$	$f(x) = 3 - x$ si $x \leq 3$	$f(\sqrt{3}) = \sqrt{3} - 3$

		A	B	C	D
4	$f(x) = \frac{1}{x^2 + 9}$	$f$ est croissante sur $]-\infty ; 0]$	$f$ est croissante sur $]0 ; +\infty[$	$f$ est décroissante sur $]0 ; +\infty[$	$f$ est décroissante sur $]-\infty ; 0]$
5	$f(x) = 100 - \frac{3}{x - 1}$	$f$ est croissante sur $]-\infty ; 1[$	$f$ est croissante sur $]1 ; +\infty[$	$f$ est décroissante sur $]1 ; +\infty[$	$f$ est décroissante sur $]-\infty ; 1[$
6	$f(x) = -3\sqrt{2 + x}$	$f$ est croissante sur $[-2 ; +\infty[$	$f$ est croissante sur $[0 ; +\infty[$	$f$ est décroissante sur $[0 ; +\infty[$	$f$ est décroissante sur $[-2 ; +\infty[$
7	$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} - 1$	$f$ est croissante sur $]1 ; +\infty[$	$f$ est croissante sur $]0 ; +\infty[$	$f$ est décroissante sur $]0 ; +\infty[$	$f$ est décroissante sur $]1 ; +\infty[$

### 1. Variation de fonction (14 points)

1.1.  $\Delta = 81$  ; racines  $-4$  et  $5$  ;  $f(x) > 0 \Leftrightarrow -4 < x < 5$

$a = -1 < 0$   $f(x) < 0 \Leftrightarrow x < -4$  ou  $x > 5$ .

1.2.  $D_g = [-4 ; 5]$  ;  $D_h = \mathbb{R}$  ;  $D_k = \mathbb{R} \setminus \{-4 ; 5\}$

1.3.  $f$  est strict croissante sur  $] -\infty ; 0.5[$   
et strict décroissante sur  $] 0.5 ; +\infty[$

1.4.

x	-4	0.5	5
f(x)	0	20.25	0
$\sqrt{f(x)}$	0	4.5	0
f(x)	0	20.25	0
$\sqrt{ f(x) }$	0	4.5	0
$\frac{1}{ f(x) }$		$\frac{4}{81}$	

1.5.  $\sqrt{21-x} = x-1$  existe ssi  $x \in [1 ; 21]$  et alors  
 $21-x = (x-1)^2 \Leftrightarrow x^2 - x - 20 = 0 \Leftrightarrow$   
 $x = -4$  ou  $x = 5$  d'où  $S = \{5\}$

### 2. QCM (13 points)

		A	B	C	D
1	$f(x) =  x  - 5$	f est définie pour $x \geq 0$	$f(-5) = 0$	$f(x) = 0$ si et seulement si $x = 5$	f est croissante sur $\mathbb{R}$
2	$f(x) =  2-x $	f(x) est positif sur $\mathbb{R}$	f est croissante sur $[2 ; +\infty[$	pour tout réel x, $f(x) = 2 +  x $	pour tout réel x, $f(x) =  x-2 $
3	$f(x) =  x-3 $	$f(x) = -x-3$ si $x \leq 0$	$f(x) = x-3$ si $x \geq 0$	$f(x) = 3-x$ si $x \leq 3$	$f(\sqrt{3}) = \sqrt{3}-3$

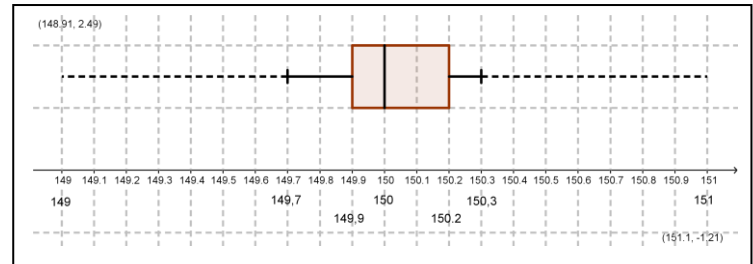
		A	B	C	D
4	$f(x) = \frac{1}{x^2+9}$	f est croissante sur $] -\infty ; 0]$	f est croissante sur $] 0 ; +\infty[$	f est décroissante sur $] 0 ; +\infty[$	f est décroissante sur $] -\infty ; 0]$
5	$f(x) = 100 - \frac{3}{x-1}$	f est croissante sur $] -\infty ; 1[$	f est croissante sur $] 1 ; +\infty[$	f est décroissante sur $] 1 ; +\infty[$	f est décroissante sur $] -\infty ; 1[$
6	$f(x) = -3\sqrt{2+x}$	f est croissante sur $[-2 ; +\infty[$	f est croissante sur $[0 ; +\infty[$	f est décroissante sur $[0 ; +\infty[$	f est décroissante sur $[-2 ; +\infty[$
7	$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} - 1$	f est croissante sur $] 1 ; +\infty[$	f est croissante sur $] 0 ; +\infty[$	f est décroissante sur $] 0 ; +\infty[$	f est décroissante sur $] 1 ; +\infty[$

### 3. Statistiques (13 points)

2.1. 87 % des longueurs des tiges sont dans l'intervalle  $[149.7 ; 150.3]$

2.2. Médiane = 150 ;  $Q_1 = 149.9$  ;  $Q_3 = 150.2$

2.3.



$$2.4. \bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{i=11} n_i x_i = 150.027 ; V(x) = \overline{x^2} - (\bar{x})^2$$

$$= 22508.1923 - (150.027)^2 = 0.09157$$

$$2.5. \sigma = \sqrt{V(x)} = 0.3026 > 0.3$$

donc, **oui**, la presse doit être réglée.