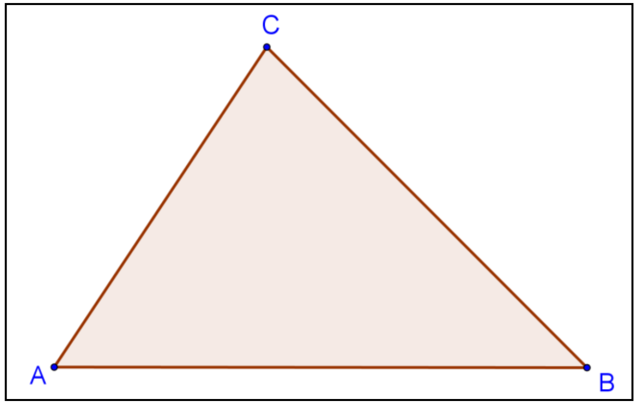
1S 1h	MATHEMATIQUES	2 Nov 2015 DS 2

Nom : ....

1. Techniques de base. (12 points)



a. ABC est un triangle.
Sur la figure ci-contre, construire D tel que :
$5\,\overrightarrow{AD} = 3\,\overrightarrow{AB} + 2\,\overrightarrow{AC}$.
Puis démontrer que :
$5\,\overrightarrow{BD} = 2\,\overrightarrow{AC} - 2\,\overrightarrow{AB}$
et en déduire que
B, C, D sont alignés.

b. ABCD est un parallélogramme. I, J, K sont les points tels que :
$3\,\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB}$; $3\,\overrightarrow{CJ} = \overrightarrow{CD}$; $\overrightarrow{BK} = 2\,\overrightarrow{BC}$.
Choisir un repère pour démontrer que les points I, J, K sont alignés.
Que représente J pour le segment [IK] ?

On se place maintenant dans un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

c. Soit les points A(-2 ; -1), B(0 ; 4), C(2 ; -3), D(6 ; -1) et M(x ; 0).
Prouver que les points A, B, C ne sont pas alignés.
Pour quelle valeur de x les points A, B et M sont-ils alignés ?
Démontrer alors que (CM) // (BD).
Trouver une équation cartésienne de la parallèle Δ à (AB) passant par C
et en donner l'équation réduite.

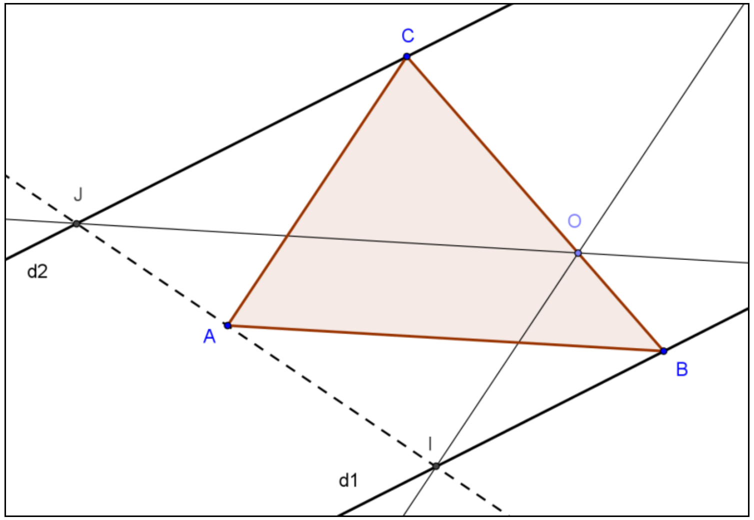
d. Pour quelle valeur de m la droite (d) d'équation $2x - 3y + 4 = 0$ est-elle parallèle à la droite (d') d'équation $mx - 2y + 2 = 0$?

2. Problèmes (8 points)

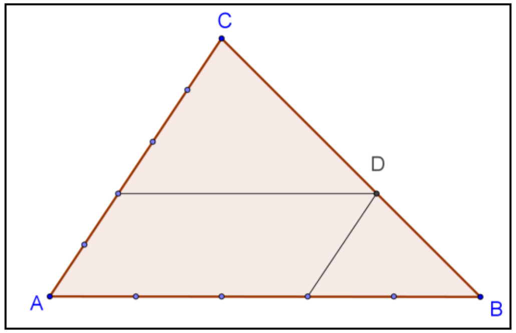
Dans ces exercices toute trace de recherche, même incomplète ou d'initiative, même infructueuse sera prise en compte dans l'évaluation.

a. Dans un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$
la droite d1 de vecteur directeur $\vec{u}(3 ; 2)$ passe par A(4 ; 3) ;
la droite d2 de vecteur directeur $\vec{v}(2 ; -1)$ passe par B(6 ; 0) ;
la droite d3 de vecteur directeur $\vec{w}$ passe par C(4 ; -2).
Prouver que ces trois droites sont concourantes si et seulement si le vecteur $\vec{w}$ est colinéaire au vecteur $4\vec{i} - 9\vec{j}$.

b. ABC est un triangle. O est tel que $\overrightarrow{BC} = 3\,\overrightarrow{BO}$.
d1 et d2 sont deux droites parallèles passant respectivement par B et C.
La parallèle à (AB) passant par O coupe d2 en J.
La parallèle à (AC) passant par O coupe d1 en I.
On choisit le repère $(A ; \overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{AC})$.
Le vecteur $\vec{u}$ (1 ; m) est un vecteur directeur de d1 et d2.
Prouver que les points A, I, J sont alignés.



1S 1h	MATHEMATIQUES	18 Oct 2013 DS 2c



1. Techniques de base.
(3+2+5+2)

a. $5\,\overrightarrow{BD} = 5\,\overrightarrow{AD} - 5\,\overrightarrow{AB}$
$= \mathbf{2\,\overrightarrow{AC} - 2\,\overrightarrow{AB} = 2\,\overrightarrow{BC}}$.
$\overrightarrow{BD}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires
donc **B, C, D sont alignés**.

b. Repère (A ; $\overrightarrow{AI}$; $\overrightarrow{AD}$) : I(1;0), J(2;1), K(3;2), $\overrightarrow{IJ}(1;1) = \overrightarrow{JK}(1;1)$
donc **I, J, K sont alignés** et **J = m[IK]**

c. $\overrightarrow{AB}(2;5)$ et $\overrightarrow{AC}(4;-2)$; 5*4 – 2*(-2) = 24 ≠ 0 : **A, B, C ne sont pas alignés**.
$\overrightarrow{AM}(x+2;1)$ donc A, B, M alignés ssi 5(x+2) – 2 = 0 ⇔ $\boxed{\mathbf{x = -1.6}}$
Alors $\overrightarrow{CM}(-3.6;3)$ or $\overrightarrow{BD}(6;-5)$ donc $\overrightarrow{CM} = -0.6\,\overrightarrow{BD}$ d'où **(CM)** // **(BD)**
P(x;y) ∈Δ ⇔ $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CP}$ colinéaires ⇔ 5(x-2) – 2(y+3) = 0 ⇔
5x – 2y – 16 = 0 ⇔ y = 2.5x – 8

d. $\vec{u}(3\,;2)$ et $\vec{v}(2\,;m)$ colinéaires ssi 3m – 4 = 0 ⇔ $\boxed{\mathbf{m = 4/3}}$

2. Problèmes (4+4)

a. d1 : 2x – 3y + 1 = 0 et d2 : x + 2y – 6 = 0 donc d1 ∩ d2 = **E(16/7 ; 13/7)**
E ∈ d3 ⇔ $\vec{w}$ et $\overrightarrow{CE}(-12/7\,;27/7)$ sont colinéaires.
Or $\overrightarrow{CE}$ est colinéaire à $4\vec{i} - 9\vec{j}$ (car 4*27/4 – (-9)*(-12/7) = 0).
d'où : **E ∈ d3 ⇔ $\vec{w}$ est colinéaire à $4\vec{i} - 9\vec{j}$.**

b. O(2/3 ; 1/3) ; d1 : y = mx – m et d2 : y = mx + 1.
I ∈ d1 et $x_I = x_O$ = 2/3 donc I(2/3 ; -m/3) d'où **$\overrightarrow{AI}$(2/3 ; -m/3)**
J ∈ d2 et $y_J = y_O$ = 1/3 donc J(-2/3m ; 1/3) d'où **$\overrightarrow{AJ}$(-2/3m ; 1/3)**
et ∀m, **$\overrightarrow{AI} = -m\,\overrightarrow{AJ}$** donc **A, I, J sont alignés**.