

1. Questions de cours

Citer la formule donnant l'espérance d'une variable aléatoire X et les deux formules donnant sa variance.

2. Probabilités-1

Une entreprise vend des ordinateurs sur internet. Ils sont garantis un an gratuitement. Elle propose en option une extension de garantie de deux ans supplémentaires pour 30 €.

Une étude faite sur un échantillon de 1000 ordinateurs montre que 12 d'entre eux ont été réparés la 2^{ème} année (événement R_2) et 25 la 3^{ème} année (événement R_3) dont 4 ont déjà été réparés la 2^{ème} année.

a. Quel est le nombre d'ordinateurs des événements :
 $R_2 \cap R_3$, $R_2 \cap \overline{R_3}$, $R_3 \cap \overline{R_2}$, $\overline{R_2} \cap \overline{R_3}$.

On supposera par la suite que cette répartition modélise ce qui se produit sur l'ensemble des ordinateurs.

Selon les chiffres de l'entreprise, si un ordinateur tombe en panne, le coût moyen des réparations est 150€ la 2^{ème} année, 200 € la 3^{ème} année et 300 € si l'ordinateur tombe en panne la 2^{ème} et la 3^{ème} année.

On note X la variable aléatoire qui à chaque ordinateur vendu sans extension de garantie, par cette entreprise, associe le coût moyen de réparations (en €) pour l'acheteur au cours de ces trois premières années.

- b. Déterminer la loi de probabilité de X et calculer son espérance.
L'acheteur a-t-il intérêt à souscrire à l'extension de garantie ?
- c. A l'aide de la calculatrice déterminer l'écart-type de X .
Que peut-on, en dire ?

3. Probabilités-2

Sur son trajet habituel une automobiliste rencontre deux feux tricolores. Elle a évalué qu'elle a :

- une chance sur trois d'être arrêtée au premier feu ;
- cinq chances sur douze d'être arrêtée au second feu ;
- une chance sur trois de passer les deux feux sans s'arrêter.

La durée du trajet est de neuf minutes si les deux feux sont verts. Chaque arrêt à un feu la pénalise en moyenne de deux minutes. Quelle est la durée moyenne du trajet ?

4. Dérivées et tangentes

Soit les fonctions définies par : $f(x) = -x^2 + 4x$, $g(x) = x^2 + 6$.
et leurs courbes F , G dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

- a. On cherche un réel α tel que les tangentes à F et à G en leur point d'abscisse α soient parallèles.
Calculer α et en déduire les équations réduites de ces tangentes.
- b. Prouver que les courbes F et G possèdent deux tangentes communes.
En déterminer les équations réduites.

1. 3

$$E(X) = \sum x_i p_i ; V(X) = \sum (x_i - E(X))^2 p_i = E(X^2) - [E(X)]^2.$$

2. 2+4+1= 7

a. $R2 \cap R3, R2 \cap \overline{R3}, R3 \cap \overline{R2}, \overline{R2} \cap \overline{R3} : \boxed{4-8-21-967}$

b.

x_i	0	150	200	300
$P(X=x_i)$	0.967	0.008	0.021	0.004

 $\boxed{E(X) = 6.6 \text{ €}}$. L'acheteur n'a donc pas intérêt à payer 30 €.

c. $\boxed{\sigma(X) \approx 36.56 \text{ €}}$.

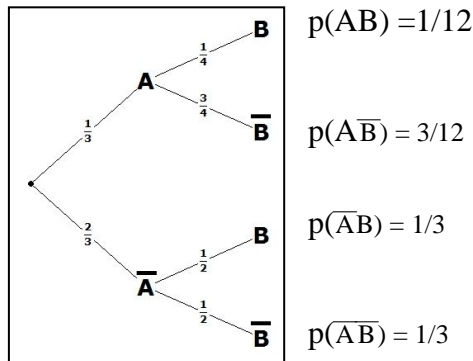
La dispersion est forte mais peu significative car seulement 3.3% des clients ont un coût élevé de réparation, tous les autres ont un coût nul.

3. 5

Soit A l'événement "elle s'arrête au premier feu" et B "au second feu".

	A	\overline{A}	Total
B	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{12}$
\overline{B}	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{7}{12}$
Total	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	1

ou



d'où la loi de probabilité de la v.a. T, "temps supplémentaire"

t_i	0	2	4
$P(T=t_i)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{1}{12}$

et $E(T) = 18/12 = 1.5$

Le temps moyen sera donc $9 + 1.5 = \boxed{10.5 \text{ minutes}}$.

4. 2+3 = 5

a. $f(\alpha) = g(\alpha) \Leftrightarrow -2\alpha + 4 = 2\alpha \Leftrightarrow \boxed{\alpha = 1}$: T1 : $\boxed{y = 2x + 1}$ et T2 : $\boxed{y = 2x + 5}$

b. $f'(a) = g'(b) = \frac{f(b) - g(a)}{b - a}$ soit : $-2a + 4 = 2b = \frac{b^2 + 6 + a^2 - 4a}{b - a} \Leftrightarrow$

$b = 2 - a = \frac{a^2 - 4a + 5}{2 - 2a}$ soit $a^2 - 2a - 1 = 0$

soit $\boxed{a = 1 + \sqrt{2}, b = 1 - \sqrt{2}}$ et T1 : $\boxed{y = 2(1 - \sqrt{2})x + 3 + 2\sqrt{2}}$

ou $\boxed{a = 1 - \sqrt{2}, b = 1 + \sqrt{2}}$ et T2 : $\boxed{y = 2(1 + \sqrt{2})x + 3 - 2\sqrt{2}}$