

1. Variation de fonction (8 points)

Soit les fonctions définies par $f(x) = x^2 - 7x + 10$

et par $g(x) = \sqrt{f(x)}$, $h(x) = \sqrt{|f(x)|}$ et $k(x) = \frac{1}{|f(x)|}$

(on rappelle que $|f(x)|$ est la valeur absolue de $f(x)$).

- 1.1. Etudier le signe de $f(x)$ sur \mathbb{R} .
- 1.2. Donner les ensembles de définition des fonction g , h , k .
- 1.3. Rappeler les variations de la fonction f .
- 1.4. En déduire les tableaux de variations des fonction g , h et k sur leur ensemble de définition. (faire figurer les valeurs des extrema).
- 1.5. Résoudre l'équation $4 + \sqrt{6-x} = x$ et l'inéquation $4 + \sqrt{6-x} > x$.

2. Vecteurs (12 points)

Soit les droites : d_1 qui passe par les points $A(1 ; 5)$ et $B(4 ; 2)$;

d_2 qui est définie par le point $C(4 ; 3)$ et le vecteur directeur $\vec{u}(2 ; 1)$;

d_3 qui passe par l'origine O du repère ; son coefficient directeur est 0.8.

- 2.1. Faire une figure.
- 2.2. Cours : prouver qu'une droite d de vecteur directeur $\vec{u}(\alpha ; \beta)$, passant par un point $D(a ; b)$ a pour équation cartésienne : $\beta x - \alpha y + c = 0$ où c dépend de a , b , α , β . Exprimer c en fonction de a , b , α , β .
- 2.3. Déterminer :
 - 3.a. des équations cartésiennes des droites d_1 , d_2 , et d_3 .
 - 3.b. le coefficient directeur de d_1 et l'ordonnée à l'origine de d_2 .
 - 3.c. l'abscisse du point E de d_3 , d'ordonnée 20.
 - 3.d. un vecteur directeur \vec{v} de d_1 et \vec{w} de d_3 .
- 2.4. Déterminer une équation de d_4 , la parallèle à d_3 passant par $G(17 ; 17)$.
- 2.5. Pour quelle valeur de m la droite d_5 d'équation $mx - 10y + 34 = 0$ est-elle parallèle à d_3 ? Comparer d_4 et d_5 .
- 2.6. Prouver que les droites d_1 , d_2 et d_3 sont concourantes en un point F .

1. Variation de fonction (2+1+1+3+1 = 8 points)

1.1. $\Delta = 9$; racines 2 et 5 ; $f(x) < 0 \Leftrightarrow 2 < x < 5$; $f(x) > 0 \Leftrightarrow x < 2$ ou $x > 5$.

1.2. $D_g =]-\infty ; 2] \cup [5 ; +\infty[$; $D_h = \mathbf{R}$; $D_k = \mathbf{R} \setminus \{2 ; 5\}$

1.3. f est strict décroissante sur $]-\infty ; 3.5[$ et strict croissante sur $]3.5 ; +\infty[$

1.4.

x		2		3.5		5	
f(x)		→ 0		→ -2.25		→ 0	→
$\sqrt{f(x)}$		→ 0		→ 0		→ 0	→
f(x)		→ 0		→ 2.25		→ 0	→
$\sqrt{ f(x) }$		→ 0		→ 1.5		→ 0	→
$\frac{1}{ f(x) }$		→		→ $\frac{4}{9}$		→	→

1.5. $\sqrt{6-x} = x-4$ existe ssi $x \in [4 ; 6]$ et alors $6-x = (x-4)^2 \Leftrightarrow x^2 - 7x + 10 = 0 \Leftrightarrow x = 2$ ou $x = 5$ d'où $S = \{5\}$
 $4 + \sqrt{6-x} > x \Leftrightarrow x \in [4 ; 6]$ et $x \in]2 ; 5[$ d'où $S = [4 ; 5[$

2. Vecteurs (1+2+6+1+1+1 = 12 points)

2.1. Figure.

2.2. ROC : $M(x ; y) \in d \Leftrightarrow \overline{DM}$ et \vec{u} sont colinéaires \Leftrightarrow

$$\beta(x-a) = \alpha(y-b) \Leftrightarrow \beta x - \alpha y + \alpha b - \beta a = 0 \text{ cqfd avec } \mathbf{c} = \alpha b - \beta a.$$

2.3.

3.a. $M(x ; y) \in d_1 \Leftrightarrow \overline{AM}$ et \overline{AB} col $\Leftrightarrow -3(x-1) = 3(y-5) \Leftrightarrow \mathbf{x + y - 6 = 0}$

$M(x ; y) \in d_2 \Leftrightarrow \overline{CM}$ et \vec{u} colin $\Leftrightarrow 1(x-4) = 2(y-3) \Leftrightarrow \mathbf{x - 2y + 2 = 0}$

$M(x ; y) \in d_3 \Leftrightarrow y = 0.8x \Leftrightarrow \mathbf{4x - 5y = 0}$

3.b. coefdir (d_1) = **-1** car $y = 6 - x$ et ordorig(d_2) = **1** car $y = 0.5x + 1$.

3.c. $E \in d_3 \Leftrightarrow 20 = 0.8x_E$ soit $\mathbf{x_E = 25}$: $E(25 ; 20)$.

3.d. $\vec{v}(-1 ; 1)$ et $\vec{w}(5 ; 4)$ car $\vec{u}(-b ; a)$ est directeur de d : $ax + by + c = 0$

2.4. $d_4 // d_3$ donc $d_4 : 4x - 5y + c = 0$ or $G \in d_4$ donc $c = 5 \cdot 17 - 4 \cdot 17 = 17$
 et $d_4 : 4x - 5y + 17 = 0$

2.5. $d_5 // d_3 \Leftrightarrow m/10 = 0.8 \Leftrightarrow m = 8$ et $d_5 : 8x - 10y + 34 = 0$
 $\Leftrightarrow d_5 : 4x - 5y + 17 = 0$ donc $d_5 = d_4$.

2.6. $d_1 \cap d_2 = \mathbf{F(10/3 ; 8/3)}$; or $F \in d_3$ donc d_1, d_2 et d_3 sont concourantes.

