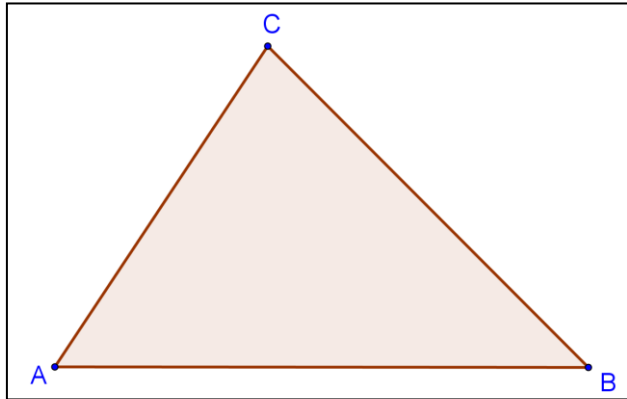


Nom :

1. Techniques de base.
(12 points)

- a. ABC est un triangle.
Construire D tel que :
 $5 \vec{AD} = 3 \vec{AB} + 2 \vec{AC}$.
Démontrer que :
 $5 \vec{BD} = 2 \vec{AC} - 2 \vec{AB}$
et en déduire que
B, C, D sont alignés.



- b. ABCD est un parallélogramme. I, J, K sont les points tels que :
 $3 \vec{AI} = \vec{AB}$; $3 \vec{CJ} = \vec{CD}$; $\vec{BK} = 2 \vec{BC}$.
Choisir un repère pour démontrer que les points I, J, K sont alignés.
Que représente J pour le segment [IK] ?

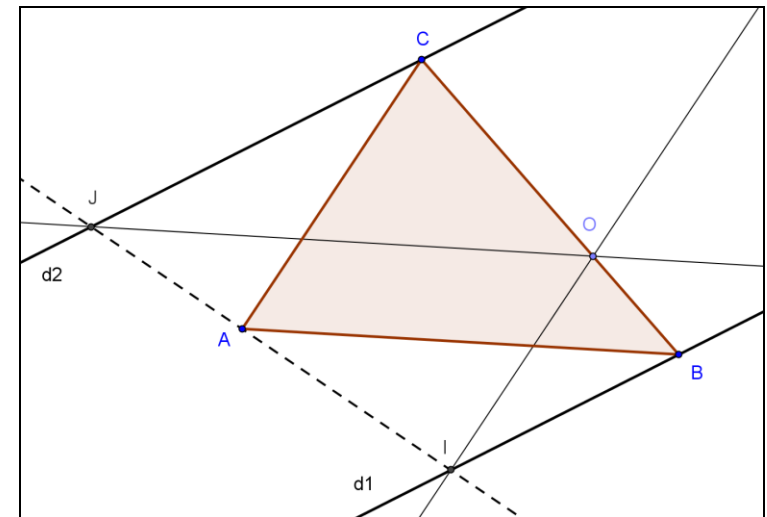
On se place maintenant dans un repère (O; \vec{i} ; \vec{j}).

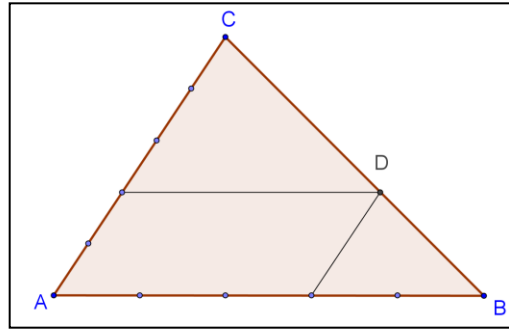
- c. Soit les points A(-2 ; -1), B(0 ; 4), C(2 ; -3), D(6 ; -1) et M(x ; 0).
Prouver que les points A, B, C ne sont pas alignés.
Pour quelle valeur de x les points A, B et M sont-ils alignés ?
Démontrer alors que (CM) // (BD).
Trouver une équation cartésienne de la parallèle Δ à (AB) passant par C
et en donner l'équation réduite.
- d. Pour quelle valeur de m les droites d d'équation $2x - 3y + 4 = 0$ et d' d'équation $mx - 2y + 2 = 0$ sont-elles parallèles ?

2. Problèmes (8 points)

Dans ces exercices toute trace de recherche, même incomplète ou d'initiative, même infructueuse sera prise en compte dans l'évaluation.

- a. Dans un repère (O; \vec{i} ; \vec{j})
la droite d1 de vecteur directeur $\vec{u}(3 ; 2)$ passe par A(4 ; 3) ;
la droite d2 de vecteur directeur $\vec{v}(2 ; -1)$ passe par B(6 ; 0) ;
la droite d3 de vecteur directeur \vec{w} passe par C(4 ; -2).
Prouver que ces trois droites sont concourantes si et seulement si
le vecteur \vec{w} est colinéaire au vecteur $4\vec{i} - 9\vec{j}$.
- b. ABC est un triangle. O est tel que $\vec{BC} = 3 \vec{BO}$.
d1 et d2 sont deux droites parallèles passant respectivement par B et C.
La parallèle à (AB) passant par O coupe d2 en J.
La parallèle à (AC) passant par O coupe d1 en I.
On choisit le repère (A ; \vec{AB} ; \vec{AC}).
Le vecteur $\vec{u}(1 ; m)$ est un vecteur directeur de d1 et d2.
Prouver que les points A, I, J sont alignés.





1. Techniques de base.

(3+2+5+2)

a. $5 \overrightarrow{BD} = 5 \overrightarrow{AD} - 5 \overrightarrow{AB}$
 $= 2 \overrightarrow{AC} - 2 \overrightarrow{AB} = 2 \overrightarrow{BC}$.
 \overrightarrow{BD} et \overrightarrow{BC} sont colinéaires
 donc **B, C, D** sont alignés.

b. Repère (A ; \overrightarrow{AI} ; \overrightarrow{AD}) : I(1;0), J(2;1), K(3;2), $\overrightarrow{IJ}(1;1) = \overrightarrow{JK}(1;1)$
 donc **I, J, K** sont alignés et **J = m[IK]**

c. $\overrightarrow{AB}(2;5)$ et $\overrightarrow{AC}(4;-2)$; $5*4 - 2*(-2) = 24 \neq 0$: **A, B, C** ne sont pas alignés.
 $\overrightarrow{AM}(x+2;1)$ donc A, B, M alignés ssi $5(x+2) - 2 = 0 \Leftrightarrow \boxed{x = -1.6}$
 Alors $\overrightarrow{CM}(-3.6;3)$ or $\overrightarrow{BD}(6;-5)$ donc $\overrightarrow{CM} = -0.6 \overrightarrow{BD}$ d'où **(CM) // (BD)**
 $P(x;y) \in \Delta \Leftrightarrow \overrightarrow{AP}$ et \overrightarrow{AC} colinéaires $\Leftrightarrow 5(x-2) - 2(y+3) = 0 \Leftrightarrow$
 $5x - 2y - 16 = 0 \Leftrightarrow y = 2.5x - 8$

d. $\vec{u}(3;2)$ et $\vec{v}(2;m)$ colinéaires ssi $3m - 4 = 0 \Leftrightarrow \boxed{m = 4/3}$

2. Problèmes (4+4)

a. $d1 : 2x - 3y + 1 = 0$ et $d2 : x + 2y - 6 = 0$ donc $d1 \cap d2 = E(16/7 ; 13/7)$
 $E \in d3 \Leftrightarrow \vec{w}$ et $\overrightarrow{CE}(-12/7 ; 27/7)$ sont colinéaires.
 Or \overrightarrow{CE} est colinéaire à $4\vec{i} - 9\vec{j}$ (car $4*27/4 - (-9)*(-12/7) = 0$).
 d'où : **$E \in d3 \Leftrightarrow \vec{w}$ est colinéaire à $4\vec{i} - 9\vec{j}$.**

b. $O(2/3 ; 1/3)$; $d1 : mx - y - m = 0$ et $d2 : mx - y + 1 = 0$.
 $I \in d1$ et $x_I = x_O = 2/3$ donc $I(2/3 ; -m/3)$ d'où $\overrightarrow{AI}(2/3 ; -m/3)$
 $J \in d2$ et $y_J = y_O = 1/3$ donc $J(-2/3m ; 1/3)$ d'où $\overrightarrow{AJ}(-2/3m ; 1/3)$
 et $\forall m, \overrightarrow{AI} = -m \overrightarrow{AJ}$ donc **A, I, J** sont alignés.