

Ex 47b - 18 - 17 - 95 - 102 - DM 2-3-4-5

**1. Techniques de base.** (10 points)

a. Déterminer les racines et le signe du trinôme :  $T(x) = -x^2 + x + 2$ .

b. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation : (E) :  $\frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 9} \leq 0$

c. Soit les fonctions données par :  $f(x) = \frac{8}{x-1}$  et  $g(x) = \frac{x+1}{x-2}$  ( $x \neq 1, x \neq 2$ )

Déterminer les coordonnées des points d'intersection des courbes  $C_f$  et  $C_g$ , représentatives des fonctions  $f$  et  $g$  et étudier leur position relative.

**2.** (3 points) Soit  $m$  un réel ( $m \neq 0$ ) et le trinôme  $f(x) = m \cdot x^2 + 4x + 2(m-1)$

a. Pour quelle valeur de  $m$  ce trinôme a-t-il une seule racine ?

Pour quelle valeur de  $m$  ce trinôme a-t-il deux racines ?

b. Quel est l'ensemble des réels  $m$  tels que  $f(x) < 0$  pour tout  $x$  ?

**3. Problèmes** (10 points)

a. Calculer le côté d'un carré sachant que si on augmente ce côté de 1 cm, l'aire du carré augmente de 61 cm<sup>2</sup>.

b. Un hypermarché baisse ses prix de 20%. Un détaillant, dont, habituellement, les prix sont 25% supérieurs, riposte par une promotion à - 40%. Lequel est le moins cher ?

c. Trouver les dimensions d'un rectangle d'aire 988 m<sup>2</sup> et de périmètre 128 m.

d. Un jardin rectangulaire est composé d'une pelouse rectangulaire de 1073 m<sup>2</sup> bordée par une allée de 280 m<sup>2</sup> de superficie et large de 2 m. Quelles sont les dimensions de ce jardin ?

e. Une flotte navigue à 15 miles à l'heure. Une corvette part en avant à la vitesse de 25 miles à l'heure ; elle est revenue après 3h. Jusqu'où est elle allée et au bout de combien de temps a-t-elle fait demi tour ?

**1. Techniques de base.** (4+3+3=10)

a.  $\Delta = 9$  ;  $x_1 = -1, x_2 = 2$  ;  $a < 0$  :  $T > 0 \Leftrightarrow -1 < x < 2$  ;  $T < 0 \Leftrightarrow x < -1$  ou  $x > 2$ .

b. (E)  $\Leftrightarrow \frac{(x+2)(x-1)}{(x-3)(x+3)} \leq 0$

$S = ]-3 ; -2] \cup [1 ; 3[$

x		-3		-2		1		3	
$x^2 + x - 2$	+		+	0	-	0	+	0	+
$x^2 - 9$	+	0	-		-		-	0	+
f(x)	+		-	0	+	0	-		+

c.  $\delta(x) = f(x) - g(x) = \frac{8}{x-1} - \frac{x+1}{x-2} = \frac{-x^2 + 8x - 15}{(x-1)(x-2)} = \frac{-(x-3)(x-5)}{(x-1)(x-2)} = \frac{n(x)}{d(x)}$

$C_f \cap C_g = (3 ; 4)$  et  $(5 ; 2)$

$\delta(x) > 0$  soit  $C_f$  au **dessus** de  $C_g$

$\Leftrightarrow x \in ]1 ; 2[ \cup ]3 ; 5[$ .

$\delta(x) < 0$  soit  $C_f$  en **dessous** de  $C_g$

$\Leftrightarrow x \in ]-\infty ; 1[ \cup ]2 ; 3[ \cup ]5 ; +\infty[$

x		1		2		3		5	
d(x)	-		-		-	0	+	0	-
n(x)	+	0	-	0	+		+		+
$\delta(x)$	-		+		-	0	+	0	-

**2.** (2+1=3)

a. Si  $m \neq 0, \Delta = 16 - 4m(2m - 2) = 8(-m^2 + m + 2) = 8(m+1)(-m+2)$   
1 racine pour  $m = -1$  ou  $m = 2$  ; 2 racines pour  $m \in ]-1;2[$

b.  $f(x) < 0 \forall x \Leftrightarrow \Delta < 0$  et  $m < 0 \Leftrightarrow m < -1$ .

**3. Problèmes** (2+2+2+2+2=10)

a. Soit  $c$  le côté :  $(c+1)^2 = c^2 + 61 \Leftrightarrow c = 30$ .

b. coef hyper :  $1 - 20\% = 0.8$  ; coef détail :  $(1 + 25\%)(1 - 40\%) = 0.75$ .  
Le détaillant est le moins cher.

c.  $L$  et  $l$  sont les racines de  $x^2 - 64x + 988 \Leftrightarrow L = 38$  et  $l = 26$ . ( $\Delta = 144$ )

d.  $Ll = 1353$  et  $(L-4)(l-4) = 1073$  soit  $L + l = 74$ .

$L$  et  $l$  sont solutions de  $x^2 - 74x + 1353 \Leftrightarrow L = 41$  et  $l = 33$ . ( $\Delta = 64$ )

e. En 3 h la flotte a parcouru 45 miles et la corvette 75 miles soit 30 miles de plus. Elle a donc parcouru  $45 + 30/2 = 60$  miles à l'aller et  $30/2 = 15$  miles au retour. Elle a fait demi tour au bout de  $60/25 = 2.4$ h soit **2h 24min**.