1S 1h	MATHEMATIQUES	17 mai 2013 DS 8

Nom :

Barème possible : 4-4-4-4-5

1. QCM

a. Pour chaque suite définie ci-dessous dire si elle est Arithmétique, Géométrique ou ni arithmétique ni géométrique en cochant le bonne case.

	$u_n = \frac{2n+1}{n}$	$v_{n+1} = v_n + \frac{2}{3}v_n$	$w_{n+1} = 2w_n + 3$	$x_n = w_n + 3$
Arithmétique				
Géométrique				
ni Arit ni Géom				

b. Entourer la bonne réponse :

$3+6+9+12+\ldots+30\,000 =$	300030000	150015000	450045000
$2+6+18+54+\ldots+2\times3^{19} =$	23245229360	2324522932	3486784400
$a^2\times a^4\times a^6\times\ldots\times a^{98}\times a^{100} =$	a^{2550}	$a\,\frac{1-a^{50}}{1-a^2}$	a^{2652}
$a^2+a^4+a^6+\ldots+a^{98}+a^{100} =$	$a^2\,\frac{a^{100}-1}{a^2-1}$	a^{2450}	$a^2\,\frac{1-a^{50}}{1-a}$

2. Questions de cours

a. Ecrire la formule récursive et la formule explicite caractérisant les suites arithmétiques et géométriques.

Suite \ Formule	Récursive : $u_{n+1} = f(u_n)$	Explicite : $u_n = f(n)$
Arithmétique		
Géométrique		

b. Compléter les formules :

Si (u_n) est arithmétique, de raison r, alors $u_n - u_p =$
Si (v_n) est géométrique, de raison q, alors $\frac{v_n}{v_p} =$
Si $n \in \mathbb{N}^*$, alors $1+2+3+4+\ldots+n =$
Si $x \neq 1$ et $n \in \mathbb{N}^*$, alors $1+x+x^2+x^3+\ldots+x^n =$

3. Calculs de termes et de raisons

a. (w_n) est arithmétique. $w_{10} = 12$; $w_{20} = 32$. Calculer w_0 et la raison r.
En déduire $S = w_{10} + w_{20} + \ldots + w_{1000}$.

b. (v_n) est arithmétique, $v_5 + v_6 + v_7 = -27$ et $v_9 = 48$. Calculer v_0 et la raison r.

c. (u_n) est géométrique de raison q, $u_0 \neq 0$ et $\forall n$, $u_{n+2} = 5u_{n+1} - 6u_n$. Trouver q.

4. Problème

Soit la suite donnée par $u_0 = 7$ et $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 3u_n - 4$

a. Calculer u_1, u_2, u_3, u_4 ; (u_n) est-elle arithmétique ? Géométrique ?

b. On pose pour tout n : $v_n = u_n - 2$. Prouver que (v_n) est géométrique.

c. Donner sa raison, en déduire v_n puis u_n en fonction de n.

5. *Dans cet exercice toute trace de recherche, même fausse ou infructueuse sera prise en compte dans l'évaluation.*

a. Les mesures des côtés d'un triangle rectangle peuvent-elles être trois termes consécutifs d'une suite arithmétique ? Si oui, trouvez-les tous.

b. Les mesures des côtés d'un triangle rectangle peuvent-elles être trois termes consécutifs d'une suite géométrique ? Si oui, trouvez-les tous.

1S 1h	MATHEMATIQUES	17 mai 2013 DS 8

Nom :

Barème possible : 4-4-4-4-5

1. QCM

	$u_n = \frac{2n+1}{n}$	$v_{n+1} = v_n + \frac{2}{3}v_n$	$w_{n+1} = 2w_n + 3$	$x_n = w_n + 3$
Arithmétique				
Géométrique		X		X
ni Arit ni Géom	X		X	

3+6+9+12+…+30 000 =		**150015000**	
$2+6+18+54+\ldots+2\times3^{19}$ =			**3486784400**
$a^2\times a^4\times a^6\times\ldots\times a^{98}\times a^{100}$ =	$\mathbf{a^{2550}}$		
$a^2+a^4+a^6+\ldots+a^{98}+a^{100}$ =	$\mathbf{a^2\,\frac{a^{100}-1}{a^2-1}}$		

2. Questions de cours

Suite \ Formule	Récursive : $u_{n+1} = f(u_n)$	Explicite : $u_n = f(n)$
Arithmétique	$\mathbf{u_{n+1} = u_n + r}$	$\mathbf{u_n = u_0 + n.r}$
Géométrique	$\mathbf{u_{n+1} = q.u_n}$	$\mathbf{u_n = u_0.q^n}$

Si (u_n) est arithmétique, de raison r, alors $\mathbf{u_n - u_p = (n-p)r}$
Si (v_n) est géométrique, de raison q, alors $\mathbf{\frac{v_n}{v_p} = \frac{q^n}{q^p} = q^{n-p}}$
Si $n \in \mathbb{N}^*$, alors $\mathbf{1+2+3+4+\ldots+n = n.\frac{n+1}{2}}$
Si $x \neq 1$ et $n \in \mathbb{N}^*$, alors $\mathbf{1+x+x^2+x^3+\ldots+x^n = \frac{1-x^{n+1}}{1-x} = \frac{x^{n+1}-1}{x-1}}$

3. Calculs de termes et de raisons

a. $r = \frac{w_{20} - w_{10}}{10} = \mathbf{2}$; $w_0 = w_{10} - 10\times(2) = \mathbf{-8}$; $S = 50 \times (12 + 1992) = \mathbf{100200}$.
car S est la somme de cent termes consécutifs d'une suite arithmétique.

b. $v_6 = -27/3 = -9$; $r = \frac{v_9 - v_6}{3} = \mathbf{19}$ d'où $v_0 = v_6 - 6\times19 = \mathbf{-123}$

c. $u_0 \neq 0$ donc $q^2 = 5q - 6 \Leftrightarrow$ **$q = 2$ ou $q = 3$**

4. Problème

a. $u_1 = \mathbf{17}$, $u_2 = \mathbf{47}$, $u_3 = \mathbf{137}$, $u_4 = \mathbf{407}$; $u_1 - u_0 = 10 \neq 30 = u_2 - u_1$;
$u_0u_2 = 329 \neq 289 = u_1^2$ donc (u_n) n'est **ni arithmétique ni géométrique.**

b. $\forall n$, $\mathbf{v_{n+1}} = u_{n+1} - 2 = 3.u_n - 6 = \mathbf{3.v_n}$ d'où (v_n) est géométrique de **raison 3**.

c. $v_0 = 5$ donc $\mathbf{v_n = 5.3^n}$ et $\mathbf{u_n = 2 + 5.3^n}$

5. *Dans cet exercice toute trace de recherche, même fausse ou infructueuse sera prise en compte dans l'évaluation.*

a. $(x + r)^2 = x^2 + (x - r)^2 \Leftrightarrow x^2 = 4rx$. Réponse : $\mathbf{(3r, 4r, 5r), r\in\mathbb{R}}$

b. $q^4 = q^2 + 1 \Leftrightarrow q^2 = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = \phi$. Réponse : $\mathbf{(x, x.\sqrt{\phi}, x.\phi), x\in\mathbb{R}}$