1S 1h	MATHEMATIQUES	4 Déc 2012 DS 3

Barème possible :

1. Variation de fonction (6 points)

Soit la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 4x - 21$

a. Etudier le signe de $f(x)$ sur $\mathbb{R}$.

b. Donner l'ensemble de définition de la fonction définie par $g(x) = \sqrt{f(x)}$.

c. Rappeler les variations de la fonction f.

d. En déduire les variations de la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par :

$h(x) = \dfrac{1}{\sqrt{|f(x)|}}$ (on rappelle que $|f(x)|$ est la valeur absolue de $f(x)$).

on fera figurer les valeurs des extremums sur le tableau de variations.

2. Angles – Trigo (2 points)

Sachant que 360° = 2 π radians,

convertir en degré les angles suivants : $\pi/2$; $\pi/12$; $7\pi/10$; $11\pi/6$.

convertir en fraction de π les angles suivants : 45° ; 215° ; 150° ; 75°.

3. Statistiques (12 points)

Une compagnie de taxis parisiens a relevé les distances d (en milliers de km) parcourues par ses 94 véhicules avant qu'elle ne s'en sépare.

Tous ont au moins 60 000 km.

En voici le tableau des **effectifs** par **classe**.

d	[70;80[	[80;90[	[90;100[	[100;110[	[110;120[	[120;130[	[130;140[	[140;150[	[150;160[
n_i	4	5	11	15	20	18	12	7	2

Une compagnie londonienne a relevé de même les distances d' (en milliers de miles) parcourues par ses véhicules avant qu'elle ne s'en sépare.

En voici le tableau des fréquences **cumulées** croissantes. (1mile = 1609 m)

d'	< 70	< 80	< 90	< 100	< 110	< 120	< 130	< 140	< 150	< 160
fcc	4	10	20	34	52	78	88	96	99	100

Partie 1

a. Restitution organisée de connaissance :

Pré requis : $X = (x_i, n_i)_{1 \le i \le p}$ est une série statistique ; on pose $N = \sum_{i=1}^{i=p} n_i$

de moyenne $\overline{x} = \dfrac{1}{N} \sum_{i=1}^{i=p} n_i.x_i = \sum_{i=1}^{i=p} f_i.x_i$; sa variance est $V = \dfrac{1}{N} \sum_{i=1}^{i=p} n_i.(x_i - \overline{x})^2$

Démontrer la formule de König-Huygens : $V = \overline{x^2} - (\overline{x})^2$.

b. Calculer la moyenne $\overline{d}$, et l'écart type σ, du parc de taxis parisien.

On explicitera numériquement le calcul de la moyenne. (à 1000 km près)

On choisira une des deux expressions de la variance et l'on explicitera numériquement le calcul (résultat à 1km près).

c. Donner, sans justification, à l'aide de la calculatrice, la moyenne $\overline{d'}$, et l'écart type σ', du parc de taxis londonien. (résultats en km).

d. Déterminer le pourcentage de chaque parc dans l'intervalle $[\overline{d} - \sigma ; \overline{d} + \sigma]$.

pour comparer l'état de ces deux parcs de taxis. (à 1000 km près).

Partie 2

a. Dessiner sur le même graphique les diagrammes des fréquences cumulées croissantes pour les deux compagnies (deux couleurs !)

b. Lire sur ce graphique les médianes et les quartiles.

c. Dessiner les diagrammes en boite des deux séries (en kilomètres) et comparer de nouveau l'état de ces deux parcs de taxis.

Vos conclusions sont-elles cohérentes avec celles de la question **1.d.** ?

d. Placer sur le graphique les points A(110 ; 35) et B(120 ; 55).

Déterminer une équation de la droite (AB).

En déduire la médiane des taxis parisiens à 100 km près, en faisant l'hypothèse d'une répartition régulière des véhicules dans chaque classe.

Olivier de MUIZON @ JJ

1S 1h	MATHEMATIQUES	4 Déc 2012 DS 3co

Barème possible :

1. Angles – Trigo (2 points)

$\pi/2$	$\pi/12$	$7\pi/10$	$11\pi/6$	45°	215°	150°	75°
90°	15°	126°	330°	$\pi/4$	$43\pi/36$	$5\pi/6$	$5\pi/12$

2. Variation de fonction (6 points)

a. $f(x) = x^2 - 4x - 21 = (x + 3)(x - 7)$; $f(x) < 0 \Leftrightarrow -3 < x < 7$

b. $D_g = \ ]-\infty ; -2] \cup [7 ; +\infty[$

c.

x		-3		2		7	
f(x)	↘	0	↘	-25	↗	0	↗
$\lvert f(x)\rvert$	↘	0	↗	25	↘	0	↗
$\sqrt{\lvert f(x)\rvert}$	↘	0	↗	5	↘	0	↗
$\frac{1}{\sqrt{\lvert f(x)\rvert}}$	↗	‖	↘	0.2	↗	‖	↘

3. Statistiques (12 points)

d		75	85	95	105	115	125	135	145	155
n_i		4	5	11	15	20	18	12	7	2
d	<70	<80	<90	<100	<110	<120	<130	<140	<150	<160
ecc	0	4	9	20	35	55	73	85	92	94

d'	<60	< 70	< 80	< 90	< 100	< 110	< 120	< 130	< 140	< 150	< 160
fcc	0	4	10	20	34	52	78	88	96	99	100
d'		65	75	85	95	105	115	125	135	145	155
f		4%	6%	10%	14%	18%	26%	10%	8%	3%	1%

Partie 1 (1mile = 1609 m) = 2211 + 2122

a. ROC : $V = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{i=p} n_i.(x_i - \overline{x})^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{i=p} n_i.x_i^2 - 2\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{i=p} n_i.x_i.\,\overline{x} + \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{i=p} n_i.(\overline{x})^2$

$= \overline{x^2} - 2\overline{x}\,\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{i=p} n_i.x_i + (\overline{x})^2\,\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{i=p} n_i = = \overline{x^2} - 2\overline{x}\,\overline{x} + (\overline{x})^2.\frac{N}{N} = \overline{x^2} - (\overline{x})^2.$

$N = \sum_{i=1}^{i=p} n_i$; $\overline{x} = 80$. V = de König-Huygens : $V = \overline{x^2} - (\overline{x})^2$.

b. $\overline{d} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{i=9} n_i.d_i = \frac{1}{94}(75*4+85*5+\ldots+155*2) = 115.3 \approx$ **115** ;

$V = \overline{d^2} - (\overline{d})^2 = (75^2*4 + 85^2*5+\ldots+155^2*2 - 115.32^2)/94 \approx 1282900/94 - 11428 \approx 349.17$ d'où $\boldsymbol{\sigma} \approx 18.7 \approx$ **19** .

c. $\overline{d'} = 106.9 * 1.609 \approx$ **172** ; $\sigma' = 19.48 * 1.609 \approx 31.3 \approx$ **31**. (en Mm)

d. $[\overline{d} - \sigma ; \overline{d} + \sigma] = [96.6 ; 134]$ soit 61/94 = **65 %** dans $[\overline{d} - \sigma ; \overline{d} + \sigma]$

$[\overline{d'} - \sigma' ; \overline{d'} + \sigma'] = [87.4 ; 126.4]$ soit **67%** dans $[\overline{d'} - \sigma' ; \overline{d'} + \sigma']$

Conclusion : dispersion comparable mais les anglais ont beaucoup plus roulé.

Partie 2

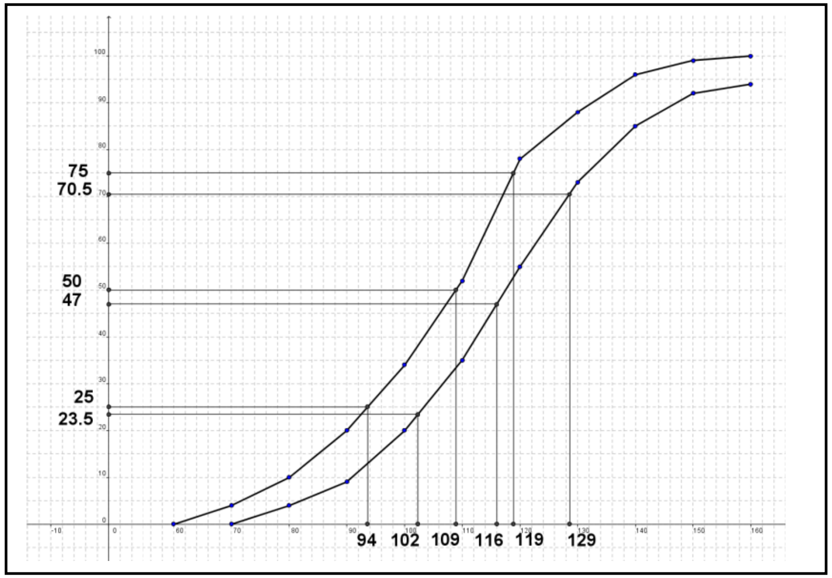
a.

b. Fr : 102, 116, 129 km. **UK** : 94, 109, 119 kmiles soit **151, 175, 191 km.**

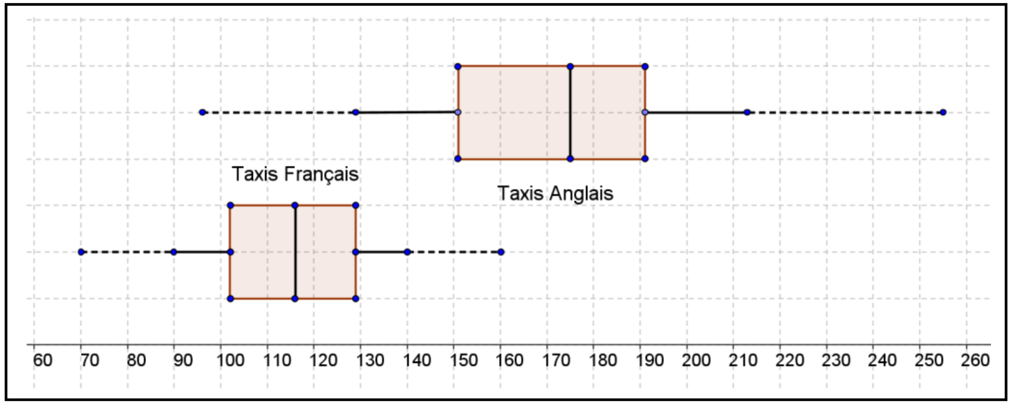
c. Conclusions cohérentes pour la médiane mais on voit ici que la dispersion est moins symétrique à Londres qu'à Paris.
En particulier 75% des parisiens ont moins que 130000 km tandis que 90% des londoniens ont plus de 130000 km.

d. (AB) : y = 2x – 185 et pour y = 47 on a y = 116 soit **116000 km**.

ou aussi, la médiane parisienne est : $110 + (120 - 110) * \frac{47 - 35}{55 - 35} = 116$



unités : km pour Paris, miles pour Londres



Olivier de MUIZON @ JJ