

1. ABCD est un parallélogramme. Les points I, J, K sont tels que :

$$\overrightarrow{AB} = 3 \overrightarrow{AI} ; \overrightarrow{CD} = 3 \overrightarrow{CJ} ; \overrightarrow{BK} = 2 \overrightarrow{BC}.$$

On veut démontrer que les points I, J, K sont alignés.

On prendra comme repère (B, \overrightarrow{BC} , \overrightarrow{BI}).

1.1. Faire une figure et donner les coordonnées des points I, J, K.

1.2. Prouver que ces points sont alignés et que K est le milieu de [IJ].

2. ABC est un triangle. D est tel que $\overrightarrow{AD} = 3 \overrightarrow{AB} - 2 \overrightarrow{AC}$.

On veut démontrer que les points B, C, D sont alignés.

Il est inutile de faire une figure.

2.1. Exprimer \overrightarrow{BD} en fonction de \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} .

2.2. En déduire que \overrightarrow{BD} et \overrightarrow{BC} sont colinéaires et conclure.

3. La droite d_1 passe par les points A(1 ; 5) et B(4 ; 2) ;

d_2 est définie par le point C(4 ; 3) et le vecteur directeur $\vec{u}(2 ; 1)$;

d_3 passe par l'origine O du repère ; son coefficient directeur est 0.8.

3.1. Faire une figure.

3.2. ROC : prouver qu'une droite d de vecteur directeur $\vec{u}(\alpha ; \beta)$, passant par un point D(a ; b) a pour équation cartésienne :

$$\beta x - \alpha y + c = 0 \text{ où } c \text{ dépend de } a, b, \alpha, \beta.$$

3.3. Déterminer :

a. des équations cartésiennes des droites d_1 , d_2 , et d_3 .

b. les coefficients directeurs de d_1 et de d_2 .

c. un vecteur directeur \vec{v} de d_1 et \vec{w} de d_3 .

d. les ordonnées à l'origine de d_1 et de d_2 .

e. l'abscisse du point E de d_1 , d'ordonnée 20.

3.4. Prouver que les droites d_1 , d_2 et d_3 sont concourantes en un point F.

3.5. Déterminer une équation de d_4 , la parallèle à d_3 passant par G(17 ; 17).

3.6. Pour quelle valeur de m la droite d_5 d'équation $mx - 10y + 34 = 0$ est-elle parallèle à d_3 ? Comparer d_4 et d_5 .

4. Dresser le tableau de variation de la fonction $f : x \mapsto \frac{1}{\sqrt{|2x - 6|}}$

(on pourra le justifier en décomposant f en fonctions successives)

1. 1.5+1.51.1. Figure et $I(0 ; 1)$, $J(1 ; 0.5)$, $K(2 ; 0)$ 1.2. $\vec{IJ}(1 ; -0.5)$ et $\vec{IK}(2 ; -1)$: $\vec{IK} = 2 \vec{IJ}$ donc I, J, K alignés et $J = m[IK]$ **2. 1+1**2.1. $\vec{BD} = \vec{AD} - \vec{AB} = 2\vec{AB} - 2\vec{AC} = 2\vec{CB} = -2\vec{BC}$ 2.2. \vec{BD} et \vec{BC} sont donc colinéaires d'où B, C, D sont alignés.**3. 1+2+7+2+1+1**

3.1. Figure.

3.2. ROC : $M(x ; y) \in d \Leftrightarrow \vec{DM}$ et \vec{u} sont colinéaires \Leftrightarrow

$$\beta(x - a) = \alpha(y - b) \Leftrightarrow \beta x - \alpha y + \alpha b - \beta a = 0 \text{ cqfd avec } \mathbf{c} = \alpha b - \beta a.$$

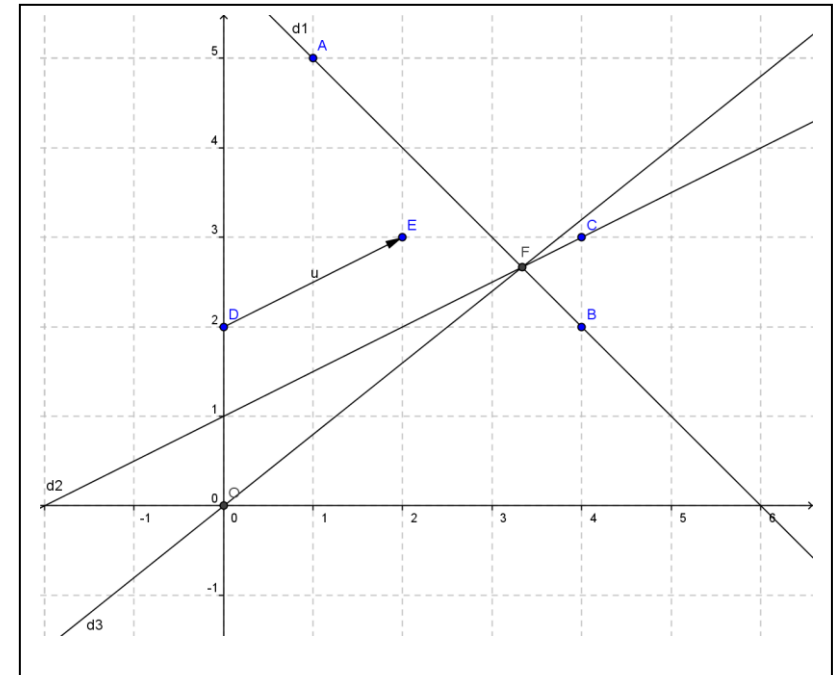
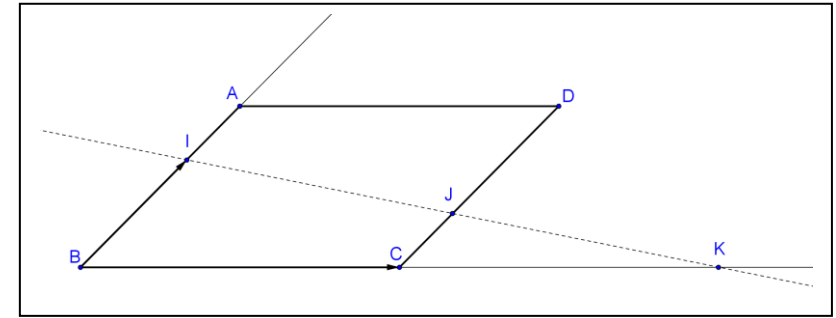
3.3.

a. $M(x ; y) \in d_1 \Leftrightarrow \vec{AM}$ et \vec{AB} col $\Leftrightarrow -3(x - 1) = 3(y - 5) \Leftrightarrow \mathbf{x + y - 6 = 0}$ $M(x ; y) \in d_2 \Leftrightarrow \vec{CM}$ et \vec{u} colin $\Leftrightarrow 1(x - 4) = 2(y - 3) \Leftrightarrow \mathbf{x - 2y + 2 = 0}$ $M(x ; y) \in d_3 \Leftrightarrow y = 0.8x \Leftrightarrow \mathbf{4x - 5y = 0}$ b. $\text{coefdir}(d_1) = -1$ car $y = 6 - x$; $\text{coefdir}(d_2) = 0.5$ car $y = 0.5x + 1$.c. $\vec{v}(-1 ; 1)$ et $\vec{w}(5 ; 4)$ car $\vec{u}(-b ; a)$ est directeur de $d : ax + by + c = 0$ d. $\text{ordorig}(d_1) = 6$ car $y = 6 - x$ et $\text{ordorig}(d_2) = 1$ car $y = 0.5x + 1$.e. $E \in d_1 \Leftrightarrow x_E + 20 - 6 = 0$ soit $x_E = -14$: $E(-14 ; 20)$.3.4. $d_1 \cap d_2 = \mathbf{F(10/3 ; 8/3)}$; or $F \in d_3$ donc d_1, d_2 et d_3 sont concourantes.3.5. $d_4 \parallel d_3$ donc $d_4 : 4x - 5y + c = 0$ or $G \in d_4$ donc $c = 5 \cdot 17 - 4 \cdot 17 = 17$

$$\text{et } d_4 : 4x - 5y + 17 = 0$$

3.6. $d_5 \parallel d_3 \Leftrightarrow m/10 = 0.8 \Leftrightarrow m = 8$ et $d_5 : 8x - 10y + 34 = 0$

$$\Leftrightarrow d_5 : 4x - 5y + 17 = 0 \text{ donc } d_5 = d_4.$$

4. Tableau de variation de la fonction $f : x \mapsto \frac{1}{\sqrt{|2x - 6|}}$:

x		3	
$2x - 6$		0	\rightarrow
$ 2x - 6 $	\rightarrow	0	\rightarrow
$\sqrt{ 2x - 6 }$	\rightarrow	0	\rightarrow
$\frac{1}{\sqrt{ 2x - 6 }}$	\rightarrow	\parallel	\rightarrow