1S 0h30	MATHEMATIQUES	4 Déc 2012 DS 12+

1. **Rattrapage DS1** (Inéquations du second degré).

a. Déterminer les racines et le signe du trinôme : $T(x) = x^2 - 3x - 28$.

b. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : (E) : $\dfrac{2x+1}{x-4} \leq \dfrac{x}{x-2}$

c. Soit les fonctions définies par $f(x) = x^2 - x - 10$ et $g(x) = 2x + 18$.
Déterminer les coordonnéees des points d'intersection des courbes C_f et C_g, représentatives des fonctions f et g et étudier leur position relative.

2. **Rattrapage DS2**. (Vecteurs)

a. ABC est un triangle. D est tel que $\overrightarrow{AD} = 7\,\overrightarrow{AB} - 6\,\overrightarrow{AC}$.
Démontrer que les points B, C, D sont alignés.

b. ABCD est un parallélogramme et les points I, J, K vérifient :
$\overrightarrow{AB} = 2\,\overrightarrow{AI}$; $\overrightarrow{CD} = 2\,\overrightarrow{BJ}$; $\overrightarrow{DC} = 2\,\overrightarrow{CK}$.
Donner les coordonnées de I, J, K dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$.
Prouver que J est le milieu de [IK].

3. **Rattrapage DS2**. (Equation de droites)

a. **Restitution organisée de connaissance** :
prouver qu'une droite d de vecteur directeur $\vec{u}(\alpha ; \beta)$, passant par un point D(a ; b) a pour équation cartésienne :
$\boldsymbol{\beta x - \alpha y + c = 0}$ où c ne dépend que de a, b, α, β.

b. La droite d_1 passe par les points A(1 ; 4) et B(5 ; 2) ;
d_2 est définie par le point C(3 ; 2) et le vecteur directeur $\vec{u}(1 ; 4)$;
d_3 passe par l'origine O du repère ; son coefficient directeur est 0.75.
Déterminer :
b.1. des équations <u>cartésiennes</u> des droites d_1, d_2, et d_3.
b.2. un vecteur directeur $\vec{v}$ de d_1 et $\vec{w}$ de d_3.
b.3. Choisir une droite d_1 ou d_2 et en donner le coefficient directeur, l'ordonnée à l'origine et l'abscisse de son point E d'ordonnée 20.

1S	MATHEMATIQUES	4 Déc 2012 DS 12+co

1. **Rattrapage DS1** (4+3+3).

a. Δ = **121** ; x_1 = **-4**, x_2 = **7** ; **a>0 : T < 0 ⇔ -4<x<7** ; **T > 0 ⇔ x<-4 ou x>7**.

b. (E) $\Leftrightarrow f(x) = \dfrac{x^2 + x - 2}{(x-4)(x-2)} \leq 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{(x+2)(x-1)}{(x-4)(x-2)} \leq 0$

x		-2		1		2		4	
$x^2 + x - 2$	+	0	-	0	+		+		+
$x^2 - 6x + 8$	+		+		+	0	-	0	+
f(x)	+	0	-	0	+	||	-	||	+

S = [-2 ; 1] ∪]2 ; 4[

c. $d(x) = f(x) - g(x) = x^2 - 3x - 28$ donc $C_f \cap C_g$ = **(-4 ; 10) et (7 ; 32)**
$d(x) < 0$ soit C_f en **dessous** de $C_g \Leftrightarrow x \in\ ]-4 ; 7[$
$d(x) > 0$ soit C_f au **dessus** de $C_g \Leftrightarrow x \in]-\infty ; -4[\cup]7 ; +\infty[$.

2. **Rattrapage DS2**. (3+3)

a. $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} = \mathbf{6\overrightarrow{AB} - 6\overrightarrow{AC}} = 6\,\overrightarrow{CB} = -6\,\overrightarrow{BC}$
$\overrightarrow{BD}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont donc colinéaires d'où <u>B, C, D sont alignés</u>.

b. I(0.5 ; 0), J(1 ; 0.5), K(1.5 ; 1) d'où $\overrightarrow{IJ}(0.5 ; 0.5)$, $\overrightarrow{JK}(0.5 ; 0.5)$
$\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{JK}$ donc J = m[IK].

3. **Rattrapage DS2**. (2+6)

a. $M(x ; y) \in d \Leftrightarrow \overrightarrow{DM}$ et $\vec{u}$ sont colinéaires $\Leftrightarrow$
$\beta(x-a) = \alpha(y-b) \Leftrightarrow \beta x - \alpha y + \alpha b - \beta a = 0$ cqfd avec $\mathbf{c = \alpha b - \beta a}$.

b.
b.1. $M(x ; y) \in d_1 \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ col $\Leftrightarrow -2(x-1) = 4(y-4) \Leftrightarrow$ **2x + 4y – 18 = 0**
$M(x ; y) \in d_2 \Leftrightarrow \overrightarrow{CM}$ et $\vec{u}$ colin $\Leftrightarrow 4(x-3) = 1(y-2) \Leftrightarrow$ **4x – y – 10 = 0**
$M(x ; y) \in d_3 \Leftrightarrow y = 0.75x \Leftrightarrow$ **3x – 4y = 0**
b.2. $\mathbf{\vec{v}(-4 ; 2) = \overrightarrow{AB}}$ et $\mathbf{\vec{w}(1 ; 4)}$ car $\vec{u}(-b ; a)$ est directeur de d : ax + by + c = 0
b.3. (d_1) : y = 4.5 – 0.5x, donc $\mathbf{m_1 = -1/2}$, $\mathbf{p_1 = 4.5}$ et $\mathbf{x_E = -31}$: E(-31 ; 20).
(d_2) : y = 4x – 10, donc $\mathbf{m_2 = 4}$, $\mathbf{p_2 = -10}$ et $\mathbf{x_E = 7.5}$: E(7.5 ; 20).