

Ex 47a-21-16-95-102 et DM1 2a-3-4-5

1. Techniques de base. (10 points)

a. Déterminer les racines et le signe du trinôme : $T(x) = 2x^2 - 2x - 12$.

b. Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation : (E) : $\frac{x-1}{x+1} \leq \frac{2x-5}{x-1}$.

c. Soit les fonctions données pour $x \neq 0$ par $f(x) = 4x - 3$ et $g(x) = \frac{1}{x}$.

Déterminer les coordonnées des points d'intersection des courbes C_f et C_g , représentatives des fonctions f et g et étudier leur position relative.

2. (3 points) Soit m un réel et le trinôme $f(x) = m \cdot x^2 + 4x + 2(m - 1)$

a. Pour quelle valeur de m ce trinôme a-t-il une seule racine ?

Pour quelle valeur de m ce trinôme a-t-il deux racines ?

b. Quel est l'ensemble des réels m tels que $f(x) < 0$ pour tout x ?

3. Problèmes (10 points)

a. Calculer le côté d'un carré sachant que si on augmente ce côté de 3 cm, l'aire du carré augmente de 21 cm².

b. Un hypermarché baisse ses prix de 20%. Un détaillant, dont, habituellement, les prix sont 25% supérieurs, riposte par une promotion à - 40%. Lequel est le moins cher ?

c. Trouver les dimensions d'un rectangle d'aire 323 m² et de périmètre 72 m.

d. Un jardin rectangulaire est composé d'une pelouse rectangulaire de 640 m² bordée par une allée de 165 m² de superficie et large de 1.50 m. Quelles sont les dimensions de ce jardin ?

e. Une flotte navigue à 15 miles à l'heure. Une corvette part en avant à la vitesse de 25 miles à l'heure ; elle est revenue après 3h. Jusqu'où est elle allée et au bout de combien de temps a-t-elle fait demi tour ?

1. Techniques de base. (4+3+3=10)

a. $\Delta = 100$; $x_1 = -2$, $x_2 = 3$; $a > 0$: $T < 0 \Leftrightarrow -2 < x < 3$; $T > 0 \Leftrightarrow x < -2$ ou $x > 3$.

b. (E) $\Leftrightarrow f(x) = \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 1} \geq 0$

$$\Leftrightarrow \frac{(x+2)(x-3)}{(x-1)(x+1)} \geq 0$$

x		-2		-1		1		3	
$x^2 - x - 6$	+	0	-		-		-	0	+
$x^2 - 1$	+		+	0	-	0	+		+
f(x)	+	0	-		+		-	0	+

$$S =]-\infty ; -2] \cup]-1 ; 1[\cup]3 ; +\infty[$$

c. $d(x) = f(x) - g(x) = 4x - 3 - \frac{1}{x} = \frac{4x^2 - 3x - 1}{x} = \frac{(4x+1)(x-1)}{x}$

$$C_f \cap C_g = (-1/4 ; -4) \text{ et } (1 ; 1)$$

$d(x) < 0$ soit C_f en dessous de C_g

$$\Leftrightarrow x \in]-\infty ; -1/4[\cup]0 ; 1[$$

$d(x) > 0$ soit C_f au dessus de C_g

$$\Leftrightarrow x \in]-1/4 ; 0[\cup]1 ; +\infty[.$$

x		-1/4		0		1	
$4x^2 - 3x - 1$	+	0	-		-	0	+
x	-		-	0	+	0	+
d(x)	-	0	+		-	0	+

2. (2+1=3)

a. Si $m \neq 0$, $\Delta = 16 - 4m(2m - 2) = 8(-m^2 + m + 2) = 8(m + 1)(-m + 2)$

1 racine pour $m = 0$, $m = -1$ ou $m = 2$; 2 racines pour $m \in]-1 ; 0[\cup]0 ; 2[$

b. $f(x) < 0 \forall x \Leftrightarrow \Delta < 0$ et $m < 0 \Leftrightarrow m < -1$.

3. Problèmes (2+2+2+2+2=10)

a. Soit c le côté : $(c + 3)^2 = c^2 + 21 \Leftrightarrow c = 2$.

b. coef hyper : $1 - 20\% = 0.8$; coef détail : $(1 + 25\%)(1 - 40\%) = 0.75$.
Le détaillant est le moins cher.

c. L et l sont les solutions de $x^2 - 36x + 323 \Leftrightarrow L = 19$ et $l = 17$. ($\Delta = 4$)

d. $Ll = 805$ et $2(L + l)(1.5) = 165 + 4 \cdot 1.5^2$ soit $L + l = 58$.

L et l sont solutions de $x^2 - 58x + 805 \Leftrightarrow L = 35$ et $l = 23$. ($\Delta = 144$)

e. En 3 h la flotte a parcouru 45 miles et la corvette 75 miles soit 30 miles de plus. Elle a donc parcouru $45 + 30/2 = 60$ miles à l'aller et $30/2 = 15$ miles au retour. Elle a fait demi tour au bout de $60/25 = 2.4$ h soit **2h 24min**.