CHAPITRE 1

Les pourcentages

A Le programme

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Lien entre une évolution et un pourcentage.	• Calculer une évolution exprimée en pourcentage. • Exprimer en pourcentage une évolution.	L'objectif est double : – entraîner les élèves à une pratique aisée des techniques élémentaires de calcul sur les pourcentages ; – amener les élèves à avoir une attitude critique vis-à-vis des informations chiffrées.
Évolutions successives ; évolution réciproque.	• Connaissant deux taux d'évolution successifs, déterminer le taux d'évolution global. • Connaissant un taux d'évolution, déterminer le taux d'évolution réciproque.	Les situations d'évolutions successives ou d'évolution réciproque conduisent les élèves à s'approprier le coefficient multiplicateur $1 + \frac{t}{100}$ comme outil efficace de résolution de problèmes. On fait observer que les évolutions peuvent également être formulées en termes d'indices.

Dans les classes de collège, les pourcentages apparaissent dans la rubrique « Proportionnalité ».
On peut lire dans les programmes :
– en 6^{e} : Connaître le sens de « % de » ;
– en 5^{e} : Utiliser un pourcentage ;
– en 4^{e} : Des situations [...] permettent de mettre en œuvre un coefficient de proportionnalité exprimé sous forme de pourcentage ;
– en 3^{e} : Pour des pourcentages d'augmentation ou de diminution, le fait que, par exemple, augmenter de 5 % c'est multiplier par 1,05 et diminuer de 5 % c'est multiplier par 0,95, est établi ;
– en classe de Seconde, l'occurrence « pourcentage » n'apparaît pas dans le programme.

B Notre point de vue

Il n'y a fondamentalement pas de connaissances nouvelles dans ce chapitre, ce sera l'occasion cependant de préciser certains résultats qui ne sont pas conformes à l'intuition des élèves (ils devront comprendre que le raisonnement intuitif n'est pas toujours efficace). Nous pensons en particulier aux évolutions successives et à l'évolution réciproque.
Nous avons repris à notre compte les termes d'évolution, d'évolutions successives, d'évolution réciproque, de taux et de coefficient multiplicateur (en particulier un taux d'augmentation de 0,4 qui exprime une augmentation de 40 % et inversement).
Les exercices proposés sont courts et variés ; ils cherchent à explorer les différents aspects d'une situation de pourcentage dans des contextes différents.
L'énoncé de la page « Revoir les points essentiels » vise à conduire l'élève à bien identifier les éléments d'une situation décrite avec les pourcentages : le type d'évolution, la quantité qui subit cette évolution, etc.
La page « Ouverture sur … » donne un exemple d'utilisation et d'interprétation que l'on peut en tirer sur les pourcentages ; un autre est donné sur les indices. Une rapide information sur la mission de l'INSEE est fournie car les données de cet institut ont été la source de certains exercices de ce manuel.

Les notions abordées dans le chapitre 1

– Proportion
– Taux d'évolution
– Évolution réciproque
– Évolutions successives
– Indice

C Réactiver les savoirs

Cette rubrique permet au professeur de faire une « évaluation diagnostique » sur les techniques opératoires que l'élève rencontrera au cours de ce chapitre : par exemple la recherche d'une quatrième proportionnelle, la résolution d'équation du type $\left(1+\frac{t}{100}\right)=a$, *où* t *est l'inconnue. Cela sera l'occasion pour le professeur et les élèves de réactiver ces savoir-faire. Le professeur peut renvoyer les élèves, pour plus d'autonomie, au « Rabat C » du manuel.*

Voir manuel page 283 et le site www.bordas-indice.fr pour les corrigés détaillés.

D Activités

Les activités proposées ici ne sont pas des situations-problèmes (les élèves ont théoriquement toutes les connaissances pour les résoudre). Les trois premières activités sont là pour réactiver les différentes « représentations » des élèves (on ne vise pas la prise d'initiative). Faites avant le cours, ces activités permettront d'aborder la plupart des difficultés ou erreurs que l'on peut rencontrer : elles conduiront les élèves à s'interroger sur leurs représentations. La mise en œuvre peut se faire sous forme d'exposés, préparés par un groupe d'élèves ; les échanges qui seront conduits à l'issue de cet exposé permettront de placer les éléments du résumé de cours. L'activité 4 définit la notion d'indice et en donne une utilisation pour la comparaison des évolutions des deux grandeurs.

Activité 1 Entrées au musée du Louvre

Cette activité introduit le pourcentage d'évolution et le coefficient multiplicateur.

1. a. Il faut calculer l'augmentation absolue du nombre d'entrées entre 2010 et 2011.
On a : $A = 495$ entrées supplémentaires.

b. Le taux d'évolution défini par $\frac{\text{A}}{8\,346}$ vaut $\frac{495}{8\,346}$ soit 0,059 à 0,001 près.

c. Cette question illustre le lien entre le taux et le pourcentage. On a $p = 5{,}9$. Ainsi : *« 5,9 % est le pourcentage d'augmentation du nombre d'entrées entre 2010 et 2011. »*

2. a. Le nombre CM vérifie $8\,346 \times \text{CM} = 8\,441$.
$\text{CM} = \frac{8\,441}{8\,346} = 1{,}059$.

b. On constate que $\text{CM} = 1 + \frac{p}{100}$.

3. a. De 2012 à 2013, la diminution est de 520 ; le pourcentage de diminution est de 5,35 %.

b. Le nombre cherché est 0,947. On vérifie que :
$1 - \frac{5{,}35}{100} = 0{,}947$.

Activité 2 Multiplication des utilisateurs de réseaux sociaux

Cette activité montre que le lien entre deux évolutions successives et l'évolution globale correspondante n'est pas conforme à l'intuition. Elle donne et démontre le lien « arithmétique » entre les coefficients multiplicateurs correspondants.

1. a. Les pourcentages d'augmentation entre 2012 et 2013, 2013 et 2014, 2012 et 2014 sont respectivement de 23,8 %, de 7,7 % et de 33,3 %.

b. On vérifie que non.

2. a. Si on calcule à 0,001 près les coefficients multiplicateurs, on a : $C_1=1{,}238$, $C_2=1{,}077$, et $C_3=1{,}333$.

b. Avec les valeurs numériques (approchées à 0,001 près), on vérifie que $C_1 \times C_2 = C_3$ ce qui est vrai en prenant les écritures sous forme de quotient.

3. *Cette question permet de passer de l'exemple générique de la question précédente à une démonstration. À noter que des élèves seront peut-être mal à l'aise devant ce formalisme.*

a. On a $C_1 = \frac{y}{x}$, $C_2 = \frac{z}{y}$ et $C_3 = \frac{z}{x}$. donc $C_1 \times C_2 = C_3$.

b. Cela confirme le résultat de la question **2.b**.

Activité 3 Prime de fin d'année

Cette activité montre que le lien entre une évolution et son évolution réciproque n'est pas conforme à l'intuition. À l'aide du tableur, une recherche du taux réciproque est entreprise, par une succession d'encadrements, enfin une étude « théorique » est amorcée par la mise en évidence d'une équation appropriée.

Fichiers associés sur le site www.bordas-indice.fr et sur le manuel numérique Premium :

733200_chap01_activite3.xslx (Excel) et 733200_chap01_activite3.ods (OpenOffice)

1. a. L'explication s'appuie sur un contre-exemple : si la prime est de 1 000 €, elle est de 830,00 € après diminution, puis seulement de 971,10 € après augmentation. On peut aussi arguer que $0,83 \times 1,17 = 0,97 \neq 1$.

b. Le pourcentage d'augmentation pour retrouver le même niveau de prime n'est pas de 17 % : il doit sans doute être supérieur.

2. a. *Attention à la saisie des formules : elles dépendent du paramétrage du tableur (virgule ou point décimal, rôle du symbole %).*

Les saisies sont donc par exemple :

– dans la cellule **E3** : **= E2+0.1**,

– dans la cellule **F2** : **=1+E2/100**,

– dans la cellule **G2** : **=$G$2*E2**.

b. Une estimation à 0,1 près se fait en recopiant suffisamment les formules précédentes vers le bas. On lit dans le tableau : le pourcentage d'augmentation de la prime est entre 20,4 % et 20,5 %.

3. a. On a $500 = 0,83 \times (1 + t) \times 500$ d'où l'équation.

b. On a $t = \dfrac{1}{0,83} - 1$, soit $t = -0,2048$ ce qui est conforme à la valeur attendue.

Activité 4 Consommation de pétrole

Cette activité introduit la notion d'indice (la définition est amenée). On fera alors remarquer que les indices (qui n'ont pas d'unité) sont des outils efficaces pour déterminer des évolutions d'une grandeur mais aussi pour comparer les évolutions de grandeurs qui ne sont pas de même nature. Dans le cas présenté, les valeurs entre la France et les États-Unis sont de 1 à 10, ce qui ne permet pas une comparaison aisée.

Fichiers associés sur le site www.bordas-indice.fr et sur le manuel numérique Premium :

733200_chap01_activite4.xslx (Excel)

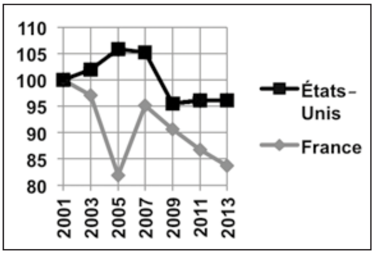
733200_chap01_activite4.ods (OpenOffice)

1. La vérification se fait avec l'application de la définition.

2. Avec le tableur :

Année	2001	2003	2005	2007	2009	2011	2013
France	100	97,1	81,9	95,1	90,6	86,7	83,7
États-Unis	100	102	105,9	105,2	95,5	96,1	96,1

3. a.



b. Tous les commentaires qualitatifs qui permettent une comparaison des évolutions sont les bienvenus.

4. On fera constater que les pourcentages d'évolution depuis 2001 correspondent aussi à la lecture des indices base 100 en 2001. On utilisera donc les deux méthodes de calcul.

• France : $100 - 86,7 = 13,3$ et $\dfrac{1\,742}{2\,010} = 0,867$.

• États-Unis : $100 - 96,1 = 3,9$ et $\dfrac{18\,882}{19\,649} = 0,961$

E Exercices

Pour démarrer

1 **1.** 0,38. **2.** 84 %.

2 0,16 %.

3 **1.** 69,3. **2.** 561,6.

4 **Exercice corrigé, voir manuel p. 283.**

5 **a.** 30,00 €. **b.** 15,00 €.

6 **1.** 70 %.

2. –20 %.

3. 1,2.

4. 0,75.

5. 1,3.

6. 0,7.

7 Taux d'évolution : 0,2.

8 Taux d'évolution : –0,4.

9 Pourcentage d'augmentation : 44,19 % à 0,01 % près.

10 Pourcentage d'augmentation : 16,20 %.

11 **Exercice corrigé, voir manuel p. 283.**

12 **1.** $c = 1,2$; $d = 0,2$.

2. Le taux d'évolution de la valeur a vers la valeur b.

13 **1.** Prix avant augmentation : 75,00 €.

2. Taux d'évolution : $\dfrac{50}{75} = 0,67$ à 0,01 près.

14 **1.** Coefficient multiplicateur : 0,8.

2. Capacité de la salle : 280 personnes.

15 **1.** Le prix est multiplié par $\dfrac{120}{144} = 0,83$ à 0,01 près.

2. Pourcentage de diminution : –16,67 %.

16 **a.** 1,18 **b.** 0,905 **c.** 0,84 **d.** 1,095

17 **a.** 2 % **b.** 20 % **c.** –10 % **d.** –75 %

18 On multiplie le prix du cacao par 1,04.

19 Le ménage multiplie sa consommation par 0,91.

20 **1.** Le coefficient multiplicateur vaut : $1,1 \times 1,2 = 1,32$.

2. Non, car $(1 + 0,1) \times (1 - 0,1) = 0,99 \neq 1$.

3. Non, car $1,2 \times 0,8 = 0,96 \neq 1$.

21 **1.** En 2014, la population est de :

$50\,000 \times 1,05 = 52\,500$ habitants.

2. En 2024, on aura $50\,000 \times 1,05 \times 1,06 = 55\,650$ habitants.

22 **Exercice corrigé, voir manuel p. 283.**

23 **1.** $0,9 \times 0,8 = 0,72$.

2. Le pourcentage de diminution est de 28 %.

24 **1.** Pour retrouver le cours initial, il faut multiplier par $\frac{1}{1-0{,}375} = 1{,}6$.

2. C'est une augmentation d'un taux de 0,6, soit 60 %.

25 **1.** La valeur affichée en sortie est $d = 0{,}32$.

2. L'algorithme donne le taux d'évolution global correspondant à deux évolutions successives de taux a et b.

26 **1.** Il faut multiplier par $\frac{1}{1+0{,}25} = 0{,}80$.

2. C'est une réduction d'un taux de 0,2 ou 20 %.

27 C'est 200 (*que l'on obtient de deux façons : soit avec la définition de l'indice, soit en utilisant les propriétés de linéarité de la proportionnalité*).

28 **Exercice corrigé, voir manuel p. 283.**

29 Les réponses sont données au km près.

Année	1990	2000	2010
Indice	100	101,3	95,6
Distance moyenne	13 356	13 530	12 934

Pour s'entraîner

30 $\frac{44}{0{,}1375} = 320$ personnes.

31 **1.** L'Auvergne représente $\frac{2\,616{,}9}{2\,616{,}9 + 4\,496{,}7}$, soit 36,8 % de la région AuRA.

2. a. La partie agricole représente 40,4 % de la surface totale de la région :

$$\frac{2\,616{,}9 \times 0{,}557 + 4\,496{,}7 \times 0{,}314}{2\,616{,}9 + 4\,496{,}7} = 0{,}404.$$

b. La partie boisée représente 37,1 % de la surface totale de la région : $\frac{2\,616{,}9 \times 0{,}331 + 4\,496{,}7 \times 0{,}406}{2\,616{,}9 + 4\,496{,}7} = 0{,}371$.

32 **a.**19,00 € **b.** 46,00 € **c.** 270,00 €

33 **Exercice corrigé, voir manuel p. 283.**

34 ***Attention : dans l'énoncé, à l'avant-dernière ligne, il s'agit de la cellule B2 et non pas de la cellule B1.***

Fichiers associés sur le site www.bordas-indice.fr et sur le manuel numérique Premium :

733200_chap01_exercice34.xslx (Excel),

733200_chap01_exercice34.ods (OpenOffice)

La formule à entrer dans la cellule **B2** est **=A2*1,20** .

35 **1.** Valeurs dans le tableau :

	Licenciés	**Non-licenciés**	**Total**
Spectateurs français	13 125	39 375	52 500
Spectateurs étrangers	19 125	3 375	22 500
Total	32 250	42 750	75 000

2. a. La réponse est : $\frac{13\,125}{32\,250} = 40{,}7$ %.

b. La réponse est : $\frac{19\,125}{32\,250} = 59{,}3$ %.

36 **Faux**, car $\frac{250-115}{250} = 0{,}54$, soit 54 % (il y a 46 % de femmes).

37 **Faux**, car $\frac{12}{112} \approx 0{,}107$, soit 10,7 %.

38 **Faux**, car $\frac{312}{0{,}12} = 2600 \neq 2912$.

39 Prix de la montre : $190 \times \left(1 - \frac{15}{100}\right) = 161{,}50$ €.

40 Nombres de spectateurs en 2014, en millions :

$$1{,}70 \times \left(1 + \frac{1}{100}\right) = 1{,}87.$$

41 Le taux d'évolution vaut $\frac{7\,350}{210\,000} = 0{,}04$, ce qui correspond à un pourcentage d'augmentation de 4 %.

42 Le taux d'évolution de ce prix est –0,1 : c'est une réduction de 10 %.

43 On peut calculer le coefficient multiplicateur : $\frac{175{,}20}{240} = 0{,}73$, ce qui correspond à une remise de 27 %.

44 **Exercice corrigé, voir manuel p. 283.**

45 Taux du placement : $\left(\frac{5\,882{,}4 - 5\,700}{5\,700}\right) = 0{,}032$, soit un pourcentage de 3,2 %.

46 ***Fichiers associés sur le site www.bordas-indice.fr et sur le manuel numérique Premium :***

733200_chap01_exercice46.xslx (Excel),

733200_chap01_exercice46.ods (OpenOffice)

1. Le pourcentage d'augmentation est de 2,2 % à 0,1 % près.

2. La formule est : **=C2*1,025** .

Année	**2012**	**2013**	**2014**	**2015**	**2016**
Dépenses courantes de santé	242,4	247,7	309,6	387,0	483,8

47 Il est de 10 %.

48 Le pourcentage de baisse en zone euro est $1 - \frac{1{,}25}{1{,}43}$, soit 12,6 %. Le pourcentage de baisse en zone Grande-Bretagne est $1 - \frac{105{,}96}{117{,}74}$, soit 10,0 %. La baisse est plus forte en zone euro.

49 Soit p le prix d'une chemise. Quatre chemises sont vendues au prix de $3 \times p$. Le coefficient multiplicateur qui fait passer le prix de $4 \times p$ à $3 \times p$ est $\frac{3}{4} = 0{,}75$. Le pourcentage de réduction est donc de 25 %.

(*Remarque : on ne peut pas en acheter une, mais quatre pour bénéficier de la promotion*).

50 Soit p le prix d'un paquet de lessive. Trois paquets de lessive sont vendus au prix de $2 \times p$. Le coefficient multiplicateur qui fait passer le prix de $3 \times p$ à $2 \times p$ est $\frac{2}{3} \approx 0{,}67$. Le pourcentage de réduction est donc environ de 33 %, ce qui est plus que 30 %. M. Le Blanc doit faire son achat Au Bon Marché.

51 **Exercice résolu, voir manuel p. 20.**

52 Le prix HT est $\frac{300}{1{,}2} = 250{,}00$ €.

53 La population de la principauté de Monaco était en 2013 de $\frac{37\,831}{1{,}147} = 32\,983$, à un habitant près.

54 La ligne à compléter est : *q prend la valeur* $\frac{p}{(1+t)}$ où p désigne le prix TTC et le taux de TVA.

55 Calcul des nouveaux indices à 0,1 près :

Dow Jones	Hang Seng	Nikkei 225	CAC 40
17 321,04	24 351,91	17 108,82	4 322,99

56 **Faux**. 0,25 revient à réduire de 75 %.

57 **Faux**. Si on prend un contre-exemple :
avec une masse de 100 g, $100 \times 0{,}85 = 85$ g.
$100 \times 0{,}95 \times 0{,}95 \times 0{,}95 = 85{,}74$ g.

58 On a $0{,}8 \times 0{,}7 = 0{,}56$. Le taux de réduction est de 0,44, soit 44 %.

59 On calcule $\left(1 - \frac{9{,}4}{100}\right) \times \left(1 - \frac{4}{100}\right) \approx 0{,}87$. Le taux de réduction est 0,13 (baisse de 13 %).

60 **Exercice corrigé, voir manuel p. 283.**

61 Soit x le nombre de places au premier tour ; x est solution de l'équation : $x \times 1{,}04 \times 0{,}975 = 28\,899$, d'où le nombre de billets est $x = 28\,500$.
Remarque : on n'est pas obligé de passer par une équation.

62

Variables	t, t' et T sont des réels
Entrée	Saisir t, t'
Traitement	T prend la valeur (1 + t)*(1 + t') – 1
Sortie	Afficher T

63 **1.** On a, au bout de deux ans :
$1\,500 \times 1{,}05 \times 1{,}05 = 1\,653{,}75$ €.
Et au bout de trois ans :
$1500 \times 1{,}05 \times 1{,}05 \times 1{,}05 = 1\,736{,}44$ €.
2. a. La variable c est le capital obtenu.
Traitement :

c prend la valeur $s \times (1 + \mathrm{t})^{n}$

b. On vérifie avec $s = 1\,500$, $t = 0{,}05$, $n = 2$, puis $n = 3$.

64 **1.** La somme à placer en 2019 est $\frac{12\,000}{1{,}0175}$, soit 11 793,61 €.
2. La somme en 2018 est $\frac{12\,000}{1{,}0175^2}$ ou $\frac{11\,793{,}61}{1{,}0175}$, donc la somme s'élève à 11 590,77 €.

65 **1. a.** De 2011 à 2012, on a : 115,3 %.
b. De 2012 à 2013, on a : 55,0 %.
c. De 2010 à 2013, on a : 4671,2 %.
2. En 2014, on a $8\,779 \times 1{,}203 = 10\,561$ voitures.
Le taux d'augmentation de 2010 à 2014 vaut

$$\frac{10\,561 - 184}{184} = 56{,}397.$$

Ce qui donne une augmentation de 5 639,7 %.
Remarque : on peut faire le produit des coefficients multiplicateurs correspondants à chaque évolution et on obtient celui de l'évolution globale : $14{,}293 \times 2{,}153 \times 1{,}550 \times 1{,}203 = 57{,}397$.

66 Pour le pays A : $1{,}04 \times 1{,}03 = 1{,}0712$, soit une augmentation de 7,12 %.
Pour le pays B : $1{,}05 \times 1{,}02 = 1{,}0710$, soit une augmentation de 7,10 %.
C'est dans le pays B que l'augmentation a été la moins forte.
Remarque : la somme des pourcentages fait à chaque fois 7 %. L'ordre dans lequel on réalise les augmentations n'a pas d'importance.

67 **a.** C'est vrai.
Avec les notation du cours : $(1 + t) \times (1 + t') = 1 + T$.
Les deux premiers nombres sont plus grands que 1 car $t > 0$ et $t' > 0$, donc le produit $1 + T > 1$, d'où $T > 0$.
b. La réciproque : « Si le taux d'évolution globale correspond à une augmentation, alors les deux évolutions successives sont des augmentations. »
C'est faux : considérer une diminution de 10 % et une augmentation de 20 %. Cela correspond au coefficient multiplicateur : $0{,}9 \times 1{,}2 = 1{,}08$, qui correspond à une augmentation de 8 %.

68 **Exercice résolu, voir manuel p. 21.**

69 On utilise les coefficients multiplicateurs. Soit τ le taux cherché, il vérifie l'égalité $0{,}97 \times (1 + \tau) = 1{,}05$. Le taux τ vaut environ 0,082, soit 8,2 % à 0,1 % près.

70 Le pourcentage p d'augmentation de 2015 à 2016 est égal à $1{,}15 \times \left(1 + \frac{p}{100}\right) = 1{,}40$.
Le pourcentage p est égal à 21,7 % à 0,1 % près.

71

Traitement	Tant que $C < 2$
	C prend la valeur C*1,02
	N prend la valeur N + 1
	Fin tant que
Sortie	Afficher N, C

72 **1.** Il fait quatre vœux. À chaque fois, la taille (aire) A de la peau de chagrin diminue de 20 % donc, après quatre vœux, la taille est égale à $A \times 0{,}8^4 = A \times 0{,}4096$.
Il peut donc faire ces quatre vœux et il reste 40,96 % (> 30 %) de la peau de chagrin.
2. Il peut faire encore un vœu :
– avec le 5^{e} : $A \times 0{,}8^5 \approx A \times 0{,}328$ il reste 32,8 % ;
– avec le 6^{e} : $A \times 0{,}8^6 \approx A \times 0{,}262$ il reste 26,2 %.

73 **Exercice résolu, voir manuel p. 22.**

74 $\left(1 + \frac{5{,}69}{100}\right) \times \left(1 + \frac{1{,}59}{100}\right) \times \left(1 + \frac{4{,}75}{100}\right) \approx 1{,}125.$
D'où une augmentation de 12,5 % à 0,1 % près.

75 $\left(1 + \frac{5{,}92}{100}\right) \times \left(1 + \frac{7{,}91}{100}\right) \times \left(1 + \frac{1{,}71}{100}\right) \approx 0{,}992.$
D'où une diminution de 0,8 % à 0,1 % près.

76 **Faux**, car $1{,}45 \times 1{,}05 = 1{,}5225 > 1{,}50$.

77 **Vrai**, car $1{,}07 \times 1{,}19 = 1{,}19 \times 1{,}07$.

78 Diminution de 20 % (car $\frac{1}{1{,}25} = 0{,}8$).

79 Augmentation de 56,25 % car $\frac{1}{1 - 0{,}36} = 1{,}5625$.

80 Augmentation de 50 % car $\frac{1}{1 - 0{,}3333} = 1{,}4999$.

81 *Remarque : t' est le taux réciproque calculé à partir de t.*

Saisir	t
Traitement	t' prend la valeur 1 – 1 / (1 + t)
Afficher	t'

82 On fait payer le prix HT au client au lieu du prix TTC. On a $p\text{HT} \times 1{,}20 = p\text{TTC}$ donc $p\text{HT} = p\text{TTC} \times \dfrac{1}{1{,}20} \approx p\text{TTC} \times 0{,}8333$.

Cette offre correspond à une réduction de 16,7 % à 0,1 % près.

83 **Exercice corrigé, voir manuel p. 283.**

84 De $(1+\tau)(1-\tau') = 1$ (avec $\tau > 0$ et $\tau' > 0$), on déduit que $1 + \tau - \tau' - \tau\tau' = 1$, soit $-\tau'(1+\tau) = -\tau$ d'où $\tau' = \dfrac{\tau}{1+\tau}$ (car $1 + \tau > 1$).

85 **Vrai** : $\dfrac{1}{1{,}5} = \dfrac{2}{3} \approx 0{,}6667$, donc c'est une diminution de 33,33 % à 0,01 % près.

86 **Vrai** : « prix avant réduction » $\times 0{,}9 = 157$.

87 L'indice de 2014 vaut 138,1 à 0,1 près.

88 ***Fichiers associés sur le site www.bordas-indice.fr et sur le manuel numérique Premium :***

733200_chap01_exercice88.xslx (Excel)

733200_chap01_exercice88.ods (OpenOffice)

1. a. La formule est **=100*C2/$B$2** ou **=100*C2/1258,4**.

b.

Année	2010	2011	2012	2013
RDB	1 285,4	1 311,4	1 318,1	1 326,3
Indice	100,0	102,0	102,5	103,2

c. De 2010 à 2012, c'est 2,5 %.

De 2010 à 2013, c'est 3,2 %.

d. Avec les indices $\dfrac{103{,}2}{102{,}5} = 1{,}0068$, soit un pourcentage d'évolution de 0,68 %.

Remarque : avec $\dfrac{1\,326{,}3}{1318{,}1} = 1{,}0062$, on trouve 0,62 % : cela est dû aux arrondis.

89 **Faux** : $\dfrac{146}{121} = 1{,}207$, soit 20,7 %.

90 On calcule $\dfrac{9\,037{,}22}{1{,}03 \times 1{,}07} = 8\,200{,}00$ € : c'est le prix de la machine avant les deux augmentations.

91 L'écart augmente aussi de 4 % car avec des notations évidentes : $1{,}04 \times hs - 1{,}04 \times bs = 1{,}04 \times (hs - bs)$.

92 $\dfrac{9{,}61}{9{,}53} \approx 1{,}0084$, soit une augmentation de 0,84 %.

93 On calcule $\dfrac{327{,}75}{0{,}92 \times 0{,}95} = 375$ € : c'est le prix initial.

Faire le point

Voir manuel p. 283. Les corrigés détaillés sont disponibles sur le site www.bordas-indice.fr.

Revoir des points essentiels

94 L'espérance de vie des hommes augmente de 7,4 %.

95 Le nombre de logements neufs diminue de 10,6 %.

96 Le nouveau salaire du cadre est de 4 872 €.

97 Le nombre de smartphones est de 1 288 millions en 2014.

Travaux Pratiques

TP 1 Le tourisme d'affaire à Paris

Fichiers associés sur le site www.bordas-indice.fr et sur le manuel numérique Premium :

733200_chap01_TP1prof.xlsx (Excel)

733200_chap01_TP1prof.ods (OpenOffice)

L'objectif de ce TP est d'illustrer, en utilisant le tableur, la notion et le calcul d'un taux moyens d'évolution. Il faudra être attentif au format des cellules utilisées par les élèves.

A. Du graphique au tableau

Années	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	
Taux en %		5,00	4,50	7,00	–2,00	–1,50%	–4,00	11,00	1,00	–5,00	–9,50	
CM		1,05	1,045	1,07	0,98	0,985	0,96	1,11	1,01	0,95	0,905	1,048671

B. Évolution globale

1. La formule est **=1+C2/100**.

2. a. Dans la cellule **M3**, on a la valeur 1,048671 qui correspond à **=PRODUIT(C3:L3)**.

b. Le nombre de nuitées à l'unité près en 2013 est de : 14 248.

Deux façons d'obtenir ce résultat :

– calculer les nuitées pour chaque année : dans la cellule **C4**, on saisit la formule **=B4*C3** que l'on recopie vers la droite jusqu'à la cellule **L3** ;

– saisir la formule **=B4*M3** dans la cellule **M4**.

C. Le taux moyen

1. Cela résulte de la définition : chaque année, on multiplie le nombre de nuitées par le même coefficient multiplicateur $1 + \dfrac{\tau}{100}$. En 10 ans, on multiplie donc par $\left(1 + \dfrac{\tau}{100}\right)^{10}$ mais aussi par 1,048671, d'où l'égalité.

2. a. Le taux moyen est compris entre 0,47 % et 0,48 %.

b. *On peut faire construire le tableau de valeurs aux élèves ou utiliser le tableau du fichier en changeant la valeur du pas et la valeur initiale du taux.*

C'est l'occasion d'utiliser la fonctionnalité du symbole $. On a l'encadrement : $0{,}476\ \% < \tau < 0{,}477\ \%$.

3. *Remarque : cette question est destinée aux élèves qui pensent que le « taux moyen » est la moyenne des taux.*

Dans une cellule appropriée, l'élève saisit la formule **=MOYENNE(C2:L2)** et trouve 0,65 %, ce qui n'est pas en accord avec le taux moyen τ.

TP2 Indices de 1996 à 2014

Fichiers associés sur le site www.bordas-indice.fr et sur le manuel numérique Premium :
733200_chap01_TP2.xlsx (Excel),
733200_chap01_TP2.ods (OpenOffice),
733200_chap01_TP2prof.xlsx (Excel),
733200_chap01_TP2prof.ods (OpenOffice)

L'objectif de ce TP est de travailler avec les indices pour comparer facilement des évolutions mais aussi de remarquer que le choix propre de l'année de base pour le calcul de l'indice peut « influer » sur l'analyse des résultats.

A. Indice base 100 en 1996

1.

Années	1996	1998	2000	2002	2004	2006	2008	2010	2012	2014
SMIC	5,78	6,13	6,41	6,83	7,61	8,27	8,71	8,86	9,22	9,53
Baguette	2,39	2,45	2,56	2,73	2,95	3,07	3,32	3,35	3,46	3,48
Prix à la consommation	97,6	99,5	101,7	105,4	109,9	113,7	118,6	120,5	125,5	127,7
Indice Base 100 en 1996										
SMIC	100,00	106,06	110,90	118,17	131,66	143,08	150,69	153,29	159,52	164,88
Baguette	100,00	102,51	107,11	114,23	123,43	128,45	138,91	140,17	144,77	145,61
Prix à la consommation	100,00	101,95	104,20	107,99	112,60	116,50	121,52	123,46	128,59	130,84
Indice Base 100 en 2008										
SMIC	66,36	70,38	73,59	78,42	87,37	94,95	100,00	101,72	105,86	109,41
Baguette	71,99	73,80	77,11	82,23	88,86	92,47	100,00	100,90	104,22	104,82
Prix à la consommation	82,29	83,90	85,75	88,87	92,66	95,87	100,00	101,60	105,82	107,67

2. Par exemple, dans la cellule **C6**, on saisit : **=100*C2/$B$2** ou **=100*C2/5.78**.

Dans **C7** : **=100*C3/$B$3** et dans **C8** : **=100*C4/$B$4**.

3. a. Pour le pourcentage d'évolution de 1996 à 2006, la lecture se fait directement à l'aide de l'indice base 100 en 1996.

SMIC	+43,08%
Baguette	+28,45%
Prix à la consommation	+16,50%

b. Le SMIC a augmenté presque 3 fois plus vite que les prix à la consommation.

B. Indice base 100 en 2008

1. On calcule $100 \times \dfrac{5{,}78}{8{,}71} = 66{,}36$ à 0,01 près.

2. Dans la cellule **C10**, on saisit : **=100*C2/$H$2** ou **=100*C2/8.71**.

3. a. Pourcentages d'évolution de 2008 à 2014 :

SMIC	9,41%
Baguette	4,82%
Prix à la consommation	7,67%

c. Le SMIC a augmenté un peu plus que les prix à la consommation.

4. On voit que les indices ne sont pas classés dans le même ordre.

d.

	Base 100 en 1996	Base 100 en 2008
SMIC	164,88	109,41
Baguette	145,61	104,82
Prix à la consommation	130,84	107,67

Pour approfondir

98 **1.** Si on se place au niveau de la remise, comme le prix HT est plus petit que le prix TTC, il est légitime que la remise soit plus importante si l'on se base sur le prix TTC.

2. Détails de la facture (montants en euros).

Prix HT				Facture
13 200	Remise 924	PHT retenu 12 276	TVA 2 455,20	14 731,20
13200	TVA 2640	PTTC 15 840	Remise 1 108,80	14 731,20

Dans les deux cas, le PHT est multiplié par $0{,}93 \times 1{,}20$: la facture est la même.

Remarque : c'est le montant de la TVA qui diffère selon l'organisation du calcul.

99 Soit q la quantité de peinture et p le prix à payer avant les remises proposées.

Prop.	Quantité	Prix	Prix/unité
Avant	q	p	$\dfrac{p}{q}$
a	$q \times 1{,}20$	p	$\dfrac{p}{q \times 1{,}20} = \dfrac{p}{q} \times 0{,}833$
b	q	$p \times 0{,}8$	$\dfrac{p}{q} \times 0{,}8$

La proposition b est plus intéressante.

100 Soit m le coût de la main-d'œuvre, f celui des fournitures et c le coût de fabrication (avant l'augmentation). On a : $m = c \times 0{,}6$ et $f = c \times 0{,}4$. Après l'augmentation, le coût de la main-d'œuvre vaut $c \times 0{,}6 \times 1{,}1$ et le coût des fournitures $c \times 0{,}4 \times 1{,}3$. Le coût de fabrication est donc $c \times 0{,}66 + c \times 0{,}52 = c \times 1{,}18$. Le coût de fabrication a donc augmenté de 18 %.

101 **1.** À la fin de l'année 2011, le chiffre d'affaires n'a pas changé par rapport à celui de 2010. À la fin de l'année 2013, le chiffre d'affaires a baissé de 4% par rapport à celui de 2010.
2. Non, par exemple en fin 2010, le chiffre d'affaires avait augmenté de 2 % par rapport à celui de 2009. C'est en cela que le graphique est trompeur : c'est le pourcentage d'évolution qui diminue mais cela ne veut pas dire que le chiffre d'affaires diminue pour autant.
3. En 2009 : $\dfrac{149{,}4}{0{,}97 \times 1 \times 1{,}02} \approx 151{,}0$ milliers d'euros.
En 2011 : $\dfrac{149{,}4}{0{,}97} \approx 154{,}0$ milliers d'euros.
En 2014 : $149{,}4 \times 0{,}96 \times 1{,}05 \approx 150{,}6$ milliers d'euros.

102 Les deux protagonistes ont raison mais n'utilisent pas la même référence. Soit s le salaire de l'employé et p celui du patron. Le discours du patron correspond à $s = p \times 0{,}6$, soit $s \times \dfrac{1}{0{,}6} = p$. Or $\dfrac{1}{0{,}6} \approx 1{,}667$ donc $s \times 1{,}667 = p$, ce qui correspond au discours de l'employé car cela correspond à une augmentation de 66,7 % du salaire.

103 **1.** On peut remplir le tableau ci-dessous donnant les pourcentages par rapport à la population totale :

%	Femmes	Hommes	Total
Satisfaits	28,8	19,6	48,4
Pas satisfaits	43,2	8,4	51,6
Total	72	28	100

Le journaliste a dû faire la moyenne entre 40 % et 70 %. Le tableau montre que seulement 48,4 % des personnes sont satisfaits. Le commentaire 1 est faux.
2. Il faut calculer les pourcentages par rapport à la population des satisfaits.

	Femmes	Hommes	Total
Satisfaits	$\dfrac{28{,}8}{48{,}4}$	$\dfrac{19{,}6}{48{,}4}$	1
%	59,5	40,5	100

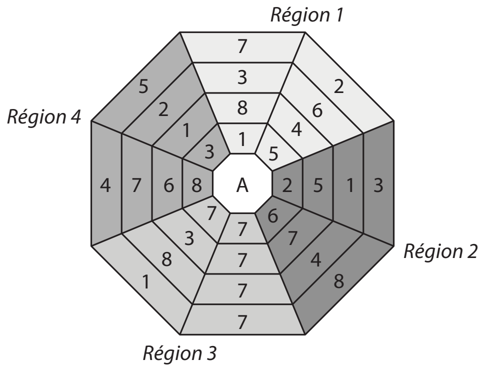
Le commentaire 2 n'est pas correct.

104 Il y a en fait sept promotions différentes. On appelle p le prix d'un objet du lot.

Code promo	Lots	Prix normal	Prix effectué	Coeff. multi.	%	Class.
a	2	$2p$	$1{,}5p$	0,750	–25,0	7
b	3	$3p$	$2p$	0,667	–33,3	4
c	2	$2p$	$1{,}7p$	0,850	–15,0	12
d	2	$2p$	$1{,}6p$	0,800	–20,0	10
e	2	$2p$	$1{,}5p$	0,750	–25,0	7
f	2	$2p$	$1{,}4p$	0,700	–30,0	5
g	2	$2p$	$1{,}3p$	0,650	–35,0	3
h	2	$2p$	$1{,}2p$	0,600	–40,0	1
i	1	$1p$	$0{,}8p$	0,800	–20,0	10
j	1	$1p$	$0{,}75p$	0,750	–25,0	7
k	1	$1p$	$0{,}7p$	0,700	–30,0	5
l	1	$1p$	$0{,}6p$	0,600	–40,0	1

105 **1.** On a $\dfrac{28}{35}$, soit 80 % de réussite pour les internes filles, idem pour les garçons.
2. On a $\dfrac{225}{250}$, soit 90 % de réussite pour les externes filles, idem pour les garçons.
3. Pourcentage de reçus chez les garçons :
$$\frac{40 + 135}{50 + 150} = \frac{175}{200} = 0{,}875.$$
Soit 87,5 % de reçus chez les garçons.
Pourcentage de reçues chez les filles :
$$\frac{28 + 225}{35 + 250} = \frac{253}{285} = 0{,}887.$$
Soit 88,7 % de reçus chez les filles.
Ceci ne confirme pas l'intuition des élèves.

106



107 **1.** $\dfrac{61{,}7}{60{,}6} \approx 1{,}018$, donc une augmentation de 1,8 % de 2012 à 2013.
2. $61{,}7 \times 1{,}018^2 \approx 63{,}9$ millions de cartes en 2015, en arrondissant au dixième de million.
3. a. Dans la boucle **Tant que**, la valeur a est augmentée selon le taux t tant que $a \leqslant c$. La variable n affiche la plus petite année pour laquelle a dépasse c.
b. L'algorithme affiche 2016 ($a = 65{,}1$ à 0,1 près). C'est en 2016 que le nombre de cartes de crédit dépasse les 65 millions.
c. L'algorithme affiche 2021 ($a = 71{,}2$ à 0,1 près). C'est en 2021 que le nombre de cartes de crédit dépasse les 70 millions.

108 **1.** On développe :
$$(x - 2)(x + 205) = x^2 + 205x - 2x - 410 = x^2 + 203x - 410.$$
2. a. $N(x) = 20\,000 \times \left(1 + \dfrac{x}{100}\right)$.
b. $D(x) = N(x) \times \left(1 + \dfrac{x+3}{100}\right)$.
$D(x) = 20\,000 \times \left(1 + \dfrac{x}{100}\right) \times \left(1 + \dfrac{x+3}{100}\right)$. On en déduit que :
$D(x) = 20\,000 \times \left(\dfrac{103}{100} + \dfrac{203x}{10\,00} + \dfrac{x^2}{10\,00}\right) = 20\,600 + 406x + 2x^2$.

c. On résout l'équation : $21\,420 = 20\,600 + 406x + 2x^2$, ce qui est équivalent à $0 = 2 \times (x^2 + 203x - 410)$.

La question 1 permet de donner deux solutions 2 et –205. Comme il s'agit d'augmentation, la solution du problème est +2 %.

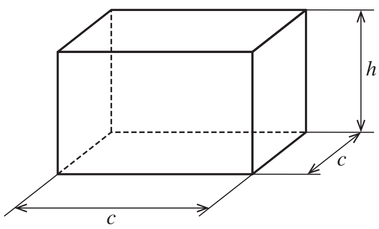
3. Le taux t ($t \geqslant 0$) cherché vérifie :

$21\,420 = 20\,000 \times \left(1 + \frac{t}{100}\right) \times \left(1 + \frac{t}{100}\right)$ c'est-à-dire que :

$1{,}071 = \left(1 + \frac{t}{100}\right)^2$

D'où $1 + \frac{t}{100} \approx 1{,}035$ soit $t = 3{,}5$ % à 0,1 % près.

109 Soit V le volume. Alors $V = c^2 \times h$ ($h \neq 0$).



Soit c' le nouveau côté de la base carrée du parallélépipède alors $V = c'^2 \times 0{,}9h$. On déduit que $c'^2 \times 0{,}9h = c^2 \times h$, soit $c'^2 \times 0{,}9 = c^2$ ou $c'^2 = \frac{1}{0{,}9}c^2$, alors $c' = \sqrt{\frac{1}{0{,}9}} \times c$, soit $c' \approx 1{,}054c$.

Il faut augmenter le côté du carré initial de 5,4 % à 0,1 % près.

110 *Attention, t et t' désignent des durées, pas des « taux ».*

Avec les notations données dans la piste, on a $d = d' \times 1{,}21$.

Soit v la vitesse moyenne sur l'autoroute et v' la vitesse moyenne sur la route, on a $v = v' \times 1{,}4$.

On en déduit que $t' = \frac{d'}{v'}$ et $t = \frac{d}{v}$

$$= \frac{d' \times 1{,}31}{v' \times 1{,}4} = t' \times \frac{1{,}31}{1{,}4} = t' \times 0{,}936$$

d'où $t = t' \times \left(1 - \frac{6{,}4}{100}\right)$. Par l'autoroute, on gagne 6,4 % du temps mis par la nationale.

111 **1.** Soit p le plafond social.

Supposons $1800 \leqslant p$: alors, d'après la règle d'augmentation, on devrait avoir un nouveau salaire de $1800 \times 1{,}02 = 1\,836{,}00$ € et pas de taxe de solidarité. Or le salaire de 1 800 euros ne doit pas changer, ce qui est contradictoire. On a alors $p < 1800$. Dans ce cas, le nouveau salaire doit se calculer par la formule et donner 1 800 € : $1{,}02 \times 1\,800 - 0{,}1 \times (1{,}02 \times 1\,800 - p)$.

On a donc : $1{,}02 \times 1\,800 - 0{,}1 \times (1{,}02 \times 1\,800 - p) = 1800$.

La résolution de l'équation donne $p = 1\,476$ €.

2. Le calcul du nouveau salaire se fait donc ainsi (s est l'ancien salaire, s' le nouveau salaire) :

- si $1{,}02s \leqslant 1476$, soit $s < \frac{1\,476}{1{,}02}$, alors $s' = 1{,}02s$;

- si $1{,}02s > 1476$, soit $s < \frac{1\,476}{1{,}02}$, alors $s' = 0{,}918s + 147{,}6$.

On note $\alpha = \frac{1\,476}{1{,}02} \approx 1447{,}06$.

Dans chacun des deux cas, s' est une fonction croissante de s.

On note s_A le salaire initial de A et s_B le salaire initial de B ($s_A < s_B$), et on note s'_A le salaire final de A et s'_B le salaire final de B.

• Si $s_A \leqslant \alpha$ et $s_B \leqslant \alpha$, alors $s'_A < s'_B$ par croissance de la fonction $s \mapsto 1{,}02s$.

• Si $s_A \geqslant \alpha$ et $s_B \geqslant \alpha$, alors $s'_A < s'_B$ par croissance de la fonction $s \mapsto 0{,}918s + 147{,}6$.

• Si $s_A \leqslant \alpha \leqslant s_B$, alors $s'_A \leqslant 1\,476$ et $s'_B \geqslant 0{,}918 \times \alpha + 147{,}6$, soit $s'_B \geqslant 1476$ et donc $s'_A \leqslant s'_B$.

Dans tous les cas, le fonctionnaire A gagne moins que le fonctionnaire B après la réforme.